

一种受传感器约束的人工剪切扩散率用于涡旋主导的可压缩流的大涡模拟

A PREPRINT

Jean Helder Marques Ribeiro*, Hugo Felipe da Silva Lui and William Roberto Wolf

Faculdade de Engenharia Mecânica

Universidade Estadual de Campinas

13083-860 Campinas, SP, Brazil

2025 年 6 月 2 日

ABSTRACT

我们提出了一种用于局部人工扩散 (LAD) 方案中剪切粘度项的传感器约束模型, 以稳定具有低压核心旋涡结构的可压缩大涡模拟。LAD 方法用于基于谱类紧凑有限差分方案的数值求解器。虽然高阶准确的数值格式在适当的离散化下保证了物理保真度, 但 LAD 的作用是抑制可压缩流动模拟中靠近激波和其他陡峭梯度区域出现的非物理震荡。LAD 是一种成本效益高的方法, 它增加了人工剪切粘性和体积粘性以及热传导率到其相应的物理值上。然而, 不受限制地增加扩散系数可能导致分辨率不佳的相干结构和不希望的湍流统计特性。为了防止在可压缩剪切流中出现过量数值扩散, 引入了人工剪切粘度项可以在模拟已经稳定的情况下禁用。然而, 在旋涡出现在低压区域内的流动模拟中, 强烈的压力衰减可能导致不稳定, 从而使模拟变得不稳。对于这类情况, 添加人工剪切粘度是必要的, 以保持数值稳定性, 因为这个问题仅靠人工体积粘度和热传导无法解决。我们的方法将传感器整合到标准 LAD 公式中, 尤其是在人工剪切粘度项中, 这减少了增加的扩散性同时保留了数值稳定性。通过仅在由低压核心涡旋组成的局部流动区域添加剪切扩散来实现这一进展, 并且它使得可压缩涡旋主导流动的 stable 且准确的大涡模拟 (LES), 例如在分离流和钝体尾迹中遇到的情况成为可能。

1 动机

在可压缩流动的过渡和湍流状态下, 大涡模拟 (LES) 对于揭示基本的非定常流动特性起着关键作用。通过准确的数值方案, 可以研究如流体混合、声波产生、从层流向湍流转捩、激波边界层相互作用等涉及多尺度现象的过程细节。对于高雷诺数流动, 数值方法必须能够准确解析与湍流相关的广泛的空间和时间尺度。通过对具有频谱分辨率的高阶紧致有限差分方案的应用, 通常可以实现对湍流流动的精确求解 [1]。这些方法已知可以减少与色散和耗散相关的数值误差。尽管已经应用于许多实际应用中 [2], 但在存在陡峭梯度和间断的情况下, 可能会产生非物理的数值振荡, 导致模拟不稳定。开发能够解析湍流并处理流动中的间断性的数值求解器仍然是一个具有挑战性的任务。

*Currently at Universidade Federal Fluminense, email: jeanmarques@id.uff.br

该问题最初由 Cook 和 Cabot[3] 提出了一种优美的解决方案, 后来被 Cook[4] 进一步完善。这种方法被称为局部人工扩散 (LAD), 提供了几个优点, 包括计算成本低、实现简单以及在平滑区域自动失效。其核心思想是引入抑制流中未解析的高频成分的人工流体特性, 从而防止虚假振荡。在其原始公式 [4] 中, LAD 成功地稳定了模拟, 而没有显著改变湍流统计量。由于其有效性, LAD 方案已被应用于一系列物理问题 [5, 6, 7]。可以理解, 理想的 LAD 模型应能够抑制非物理振荡, 同时尽量减少人工扩散性质的引入, 从而实现数值精度和稳定性。正因如此, LAD 的发展涉及使用适当的传感器将人工流体特性限制在特定感兴趣的区域。[8, 9]

Kawai 等。[10] 进一步推进了 LAD 模型的发展, 重点在于人工剪切和体积粘度以及热导率的计算, 并对可压缩流动中的传感器进行了详细评估。受数值不稳定性源附近流的物理特性启发, 作者应用了一种结合 Ducros 型传感器 [9] 和负膨胀的 Heaviside 函数来处理人工体积粘度的方法。该方法有效地减少了远离压缩波区域的不必要的耗散。类似的传感器在可压缩流模拟中被广泛采用以识别激波, 甚至超越了 LAD 模型的范畴 [11, 12]。尽管对于稀疏空间上应用体粘度而言非常有效, 这类传感器从未被应用于人工剪切粘度。事实上, Olson & Lele[13] 建议如果数值方案已经稳定, 则应关闭此项。这些作者表明, 当在湍流边界层中过度应用时, 人工剪切粘度会损害流动统计。

虽然没有人工剪切粘度的 LAD 在激波附近是有效的, 但我们注意到, 在超音速流动的数值模拟中, 当低压膨胀区域出现强涡旋时仍可能经历不稳定性。由于这些区域中的体积粘度无效, 因此需要开启人工剪切粘度。为了平衡湍流尺度的分辨率需求与数值稳定性的要求, 我们建议使用一种基于 Ducros 型传感器的人工剪切粘度应用方法, 这种方法受到了 Kawai 等。[10] 方法论的启发。我们的方法在空间上限制了人工剪切粘度的应用, 同时保持数值稳定性。该传感器设计用于避免高剪切区域, 例如边界层和尾迹。本文组织如下: 第 2.1 节和第 2.2 节介绍了控制方程、我们数值求解器的细节以及标准 LAD。第 2.3 节引入了对人工剪切粘度的传感器改进。第 3 节讨论了二维测试案例以及在扩张区域中出现强涡流的三维湍流可压缩流动的结果, 第 4 节提出了我们的结论。

2 理论和数值公式

2.1 控制方程和数值方案

可压缩的 Navier-Stokes 方程对于热容完全气体可以写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \underline{\underline{\delta}} - \underline{\underline{\tau}}] = 0, \quad (2)$$

和

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [E \mathbf{u} + (p \underline{\underline{\delta}} - \underline{\underline{\tau}}) \cdot \mathbf{u} - \kappa \nabla T] = 0, \quad (3)$$

, 其中

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad \underline{\underline{\tau}} = \mu (2\underline{\underline{S}}) + \left(\beta - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \underline{\underline{\delta}}, \quad (4)$$

和 $p = \rho RT$ 是状态方程。这里, ρ 是流体密度, $\mathbf{u}$ 是速度矢量, $\underline{\underline{\delta}}$ 是克罗内克张量, T 是静态温度, p 是压力, β 是体积粘度, $\underline{\underline{S}}$ 是应变率张量, μ 是动力粘度, 通过萨瑟兰定律与 T 相关 (萨瑟兰常数设为 $S_\mu/T_\infty = 0.368$), 且 κ 是使用普朗特数 $Pr = c_p \mu / \kappa$ 计算的热导率, 其中 c_p 是定压比热容。

在本工作中, 控制方程采用六阶精度紧致有限差分格式求解无量纲形式的空间离散化 [14] 并且在每个区域中分别随时间推进。靠近壁面时, 采用隐式的修改后的二阶 Beam - Warming 格式, 而在远离壁面的区域, 则应用显式的三阶低存储 Runge-Kutta 格式。这些区域通过重叠区域连接, 并使用四阶 Hermite 插值在区域 [15] 之间交换数据。由网格非均匀性和插值得来的高波数数值不稳定现象在每个时间步长中都被一个六阶紧

致滤波器 [1] 抑制。我们在壁面上设定无滑移绝热边界条件，并基于黎曼不变量和海绵层的特征边界条件来处理远场问题。对于三维流，我们在展向方向上应用周期性边界条件。数值方法的更多细节可以在参考文献 [14, 15] 中找到。

2.2 标准 LAD 公式表述

在其标准形式 [4, 10] 中，我们计算人工剪切粘度 μ^* 、体积粘度 β^* 和热导率 κ^* 的局部值，并将其添加到流体属性作为 $\mu = \mu_f + \mu^*$ 、 $\beta = \beta_f + \beta^*$ 和 $\kappa = \kappa_f + \kappa^*$ ，其中 f 和 $*$ 分别用于流体和 LAD 属性。广义 LAD 方案定义为

$$\mu^* = C_\mu \rho \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^r \mathcal{F}_\mu}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_{l,\mu}^2 \right|, \quad (5)$$

$$\beta^* = C_\beta \rho f_{sw} \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^r \mathcal{F}_\beta}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_{l,\beta}^2 \right|, \quad (6)$$

$$\kappa^* = C_\kappa \frac{\rho c_s}{T} \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^r \mathcal{F}_\kappa}{\partial \xi_l^r} \Delta \xi_l^r \Delta_{l,\kappa}^2 \right|, \quad (7)$$

其中 C_μ 、 C_β 和 C_κ 是用户指定的常数，在本文中定义为 $C_\beta = 1.75$ 和 $C_\kappa = 0.01$ 。常数 C_μ 将是我们后续讨论的一部分。术语 c_s 是当地音速， $\Delta \xi_l$ 和 $\Delta_{l,\cdot}$ 分别是计算空间和物理空间中的网格间距 [10]。上划线表示一个近似的截断高斯滤波器 [4]。函数 $\mathcal{F}_\mu$ 、 $\mathcal{F}_\beta$ 和 $\mathcal{F}_\kappa$ 设计用于检测未解决的涡旋。这些函数出现在多调和算子中，该算子表示一系列拉普拉斯算子。遵循 Cook[4]，我们设置 $r = 4$ ，这表示一个双调和算子，能够抑制高波数振荡，类似于频谱消失粘性 [16]。函数 $\mathcal{F}_\beta$ 、 $\mathcal{F}_\mu$ 和 $\mathcal{F}_\kappa$ ，以及为 β^* 、 f_{sw} 设置的冲击传感器，是按照来自 Kawai 的 LAD-D2-0 方案从等。到 [10] 设定的。

LAD 方案的三个人工属性， μ^* 、 β^* 和 κ^* ，已被用于不同的场景中，用于对湍流可压缩流进行高保真数值模拟的非耗散紧致有限差分方案 [17, 18, 5, 6, 7, 19]。

对于涉及激波的几个模拟，仅应用 β^* 和 κ^* 就足以确保数值稳定性。在这种情况下，Olson & Lele[13] 建议关闭 μ^* ，因为其在湍流边界层上的不受约束的应用会严重影响流动统计数据的质量。此外，当无限制地添加到高剪切区域时， μ^* 可能充当外部流动扰动，作用于已知容易发生时空放大的区域 [20, 21]，从而导致进一步的虚假振荡。

2.3 一种传感器约束的人工剪切粘度模型 μ^*

数值稳定性通过标准 LAD 获得。在保持这种能力的同时，最大限度地减少高剪切区域（如边界层和尾迹）中 μ^* 的增加是一个至关重要的目标。在这项工作中，我们提出一个传感器 f_{sh} 用于限制 μ^* 的应用范围至低压核心区域，在这些区域涡旋导致极端的压力下降，使模拟变得不稳定。我们的公式修改了 μ^* 的方程如下：

$$\mu^* = C_\mu \rho f_{sh} \left| \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^4 \mathcal{F}_\mu}{\partial \xi_l^4} \Delta \xi_l^4 \Delta_{l,\mu}^2 \right|, \quad (8)$$

其中

$$f_{sh} = \underbrace{H(Q)}_{\text{Q-based term}} \underbrace{H(p - p_{\text{set}})}_{\text{pressure-based term}} \underbrace{\frac{|\nabla \times \mathbf{u}|^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + |\nabla \times \mathbf{u}|^2 + \epsilon}}_{\text{vorticity-dilatation-based term}} \quad (9)$$

是一个实值的 μ^* 传感器 ($f_{sh} \in [0, 1]$)。这里， $H(\cdot)$ 是 Heaviside 函数， $\epsilon = 10^{-16}$ 是一个预定义的小正实数被选用来防止在速度散度 ($\nabla \cdot \mathbf{u}$) 和旋度 ($\nabla \times \mathbf{u}$) 均为零的区域出现数值问题 [9, 10]。传感器 f_{sh} 由三个主要参数组成：一个基于 Q -准则的、一个基于压力的，以及一个基于旋度-膨胀的项。

对于第一项， Q 是速度梯度张量的第二个不变量，用于在 $Q > 0$ [22] 时识别涡旋。术语 p_{set} 表示阈值 p 。传感器激活 μ^* 以检测局部压力降至 p_{set} 以下的区域。涡度-膨胀率基项类似于 Kawai 提出的等。[10]，保持

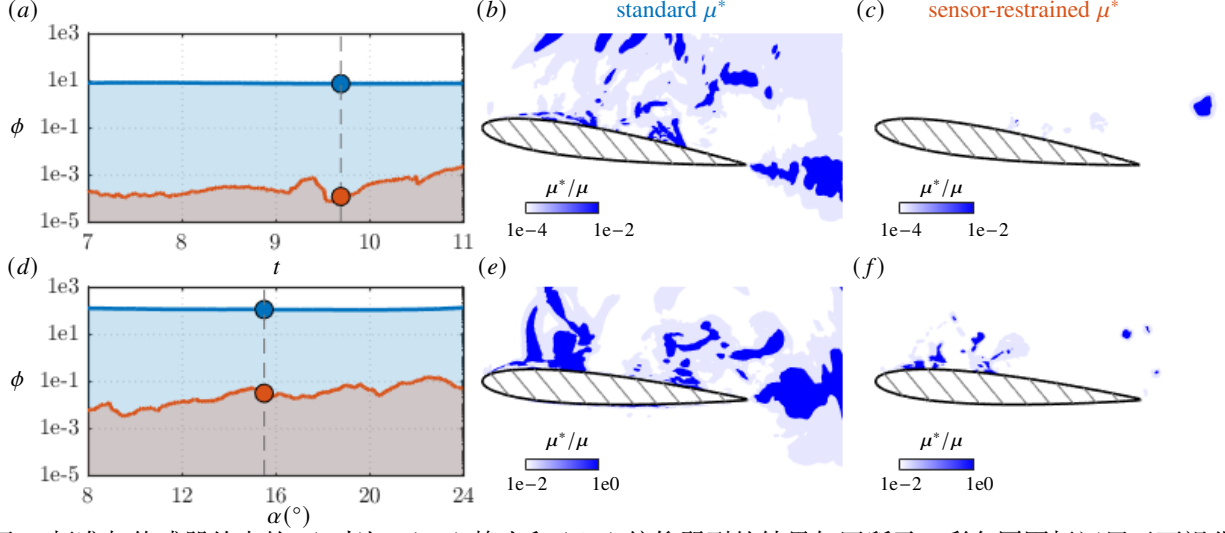


图 1: 标准与传感器约束的 μ^* 对比。(a-c) 静止和 (d-f) 俯仰翼型的结果如图所示。彩色圆圈标记用于可视化 (b, c, e, f) 的时间和攻角瞬间。

分母结构并将涡度大小置于分子中，从而使 μ^* 在未被 β^* 处理的剪切区域中得以激活。在以下部分中，我们将探讨传感器约束的 μ^* 的应用，并将其与标准的 μ^* 在各种流动问题中进行比较。

3 数值结果

3.1 跨音速流动的二维测试案例

为了测试传感器限制的 μ^* 在添加最小但足够的扩散性以稳定数值模拟的能力，我们研究了攻角为 $\alpha = 8^\circ$ 时 NACA0012 翼型的静态失速流以及通过俯仰运动经历动态失速的情况（参见参考文献 [23] 了解动力学细节）。对于这两种情况，基于弦长的雷诺数设置为 $Re_c = 200,000$ ，来流马赫数为 $M_\infty = 0.7$ ，并将流体建模为具有 $\gamma = 1.4$ 和 $Pr = 0.7$ 的热力学完善气体。

笛卡尔坐标系以翼型的前缘， $(x, y)/c = (0, 0)$ ，为中心，计算域跨越 $(x, y)/c \in [-20, 20] \times [-20, 20]$ 。采用与物体贴合的 O 网格，沿翼型表面有 $n_\xi = 864$ 个点，在壁面法线方向有 $n_\eta = 600$ 个点。壁面法线网格被分为用于近壁隐式时间推进方案的 407 个点和用于三阶显式方案的 208 个点，重叠区域为 15 个点。壁法向间距限于 $\Delta\eta_{\min}/c = 0.0005$ 。壁切向间距 $\Delta\xi$ 沿翼型平滑分布，在前缘和后缘附近限制为 $\Delta\xi_{\min} = 2\Delta\eta_{\min}$ 。

由于我们的目标是减少附加的人工扩散性同时保持稳定性，我们在图 1 中展示了不同时间点的 (a) 时间和 (d) 攻角下的空间积分 μ^* 。顶部一行显示了静止翼型的结果，底部一行则显示了动态失速情况下的结果。两种情况下都是 $p_{\text{set}} = p_\infty/4$ 。请注意，传感器限制的 μ^* 实现了 LAD 的两个关键目标：(i) 确保数值稳定性 [4, 10]，一旦达到稳定状态，则 (ii) 在延长的时间段内最小化人工扩散性 [13] 的增加，适用于所有二维情况。

量 $\phi = \int_V (\mu^*/\mu) dV$ 被引入为计算域 V 上的体积积分，针对不同的时间瞬间对 μ^*/μ 进行积分。通过分析随时间变化的 ϕ ，我们表明由 μ^* 引入的人工扩散系数对于传感器限制的 μ^* 来说比标准 LAD 低三个到四个数量级。此外，如图 1 的下部所示，在动态失速情况下，随着流动分离变得更加明显， μ^* 与 α 的增加。事实上，动态失速测试案例产生了更强的涡流，需要 $C_\mu = 0.4$ ，而 $C_\mu = 0.002$ 对于静态翼型已经足够。我们注意到，目前的 2D 流动是模型问题，其物理特性不同于湍流。正因为如此，它们被展示为验证我们方法论的测试案例。尽管如此，从这些简单的 2D 案例中获得的见解与更复杂的 3D 湍流可压缩流观察密切相关。这些流动在下一节中进行了探索，在该节中我们将我们的方法论扩展到超越 2D 测试案例的 3D 湍流超音速流过弯曲叶片的情况。

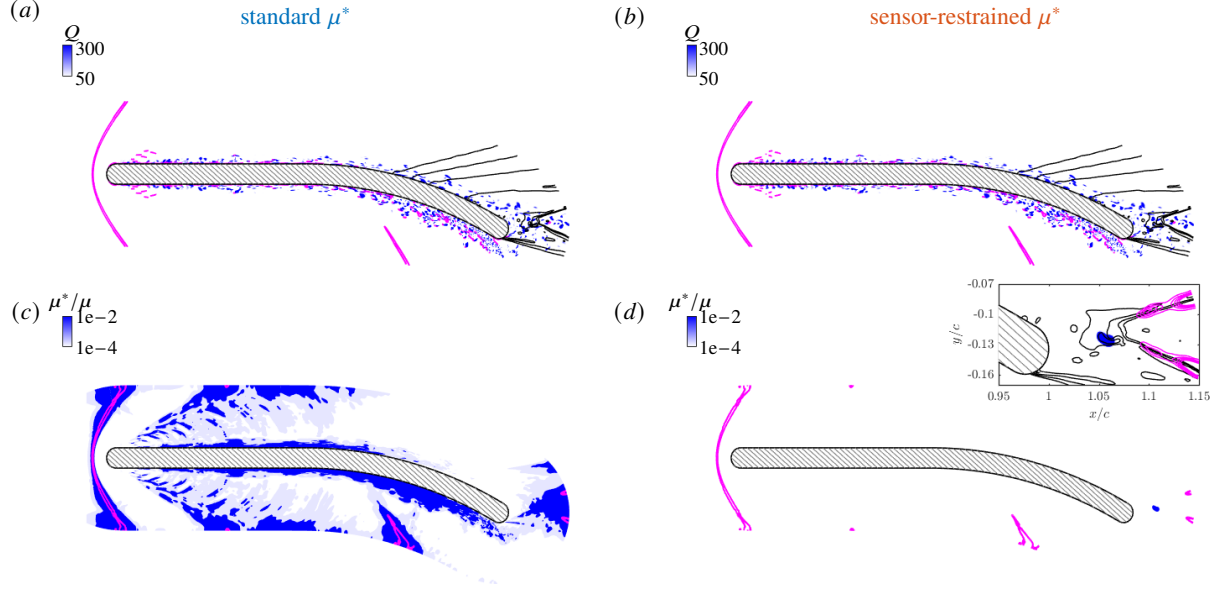


图 2: 跨中可视化传感器限制的 μ^* 对于超音速流过叶片在 $M_\infty = 2$, $Re_c = 500,000$ 在同一时刻。(a, b) 黑色等值线 $p = [0, 0.35]$ 和洋红等值线 $\|\nabla p\| = [100, 150]$ 。(c, d) 品红色 $\beta^*/\mu = [10, 50]$ 的等值线。插图显示了一个放大视图, 其中包含 μ^*/μ 的等高线、 β^*/μ 的品红色等值线以及 p 的黑色等值线。

3.2 三维超音速湍流流动

为了验证我们针对可压缩湍流流动的方法, 我们使用传感器限制的 μ^* 保持三维超音速湍流流动在弯曲叶片上的数值稳定性。来流马赫数为 $M_\infty = 2$, 基于弦长的雷诺数是 $Re_c = 500,000$ 。流体是一种热力学完美气体, 具有 $\gamma = 1.4$ 和 $Pr = 0.72$ 。计算域跨越 $(x, y, z)/c \in [-2, 4] \times [-2, 2] \times [0, 0.16]$ 。

在此模拟中, 使用了重叠网格的嵌套网格。第一个是贴体 O 型网格块 ($1681 \times 280 \times 252$), 用于准确解析叶片周围的湍流边界层, 而第二个是 H 型网格块 ($960 \times 491 \times 126$)。总体而言, 计算网格由大约 178×10^6 个点组成。网格分辨率遵循墙面对应 LES[24] 的标准指南。壁面单位下的近壁网格间距限制为 $\Delta_s^+ \approx 27, \Delta_n^+ \approx 0.8$ 和 $\Delta_z^+ \approx 10$, 其中下标 s, n 和 z 分别代表流向、法向和跨度流向坐标。

在凸表面上, 与涡度相关的压力衰减和与膨胀相关的低压区域的结合可能导致局部陡峭的压力梯度为负值, 使得模拟在没有 μ^* 的情况下不稳定。标准的 μ^* 稳定了模拟, 但在域的大部分类别中引入了人为耗散。这包括激波, 已经由 β^* 覆盖。适当的传感器限制下的 μ^* 实现了数值稳定性, 并且也避免在边界层和高剪切区域添加 μ^* , 如图 2 所示。在左列中, 图 2(a, c), 标准的 μ^* 被采用。在右栏中, 图示为 2(b, d), 使用了传感器限制的 μ^* 与 $p_{\text{set}} = p_\infty/4$ 。 p_{set} 的选择保证了只有远离边界层和叶片的低压核心涡旋会被 LAD 方法耗散。图 2(d) 右上角的插图放大了区域 $(x, y)/c \in [0.95, 1.15] \times [-0.17, -0.07]$, 并展示了应用 μ^* 来稳定仿真的小蓝色区域。

对于这种超音速流, 我们在模拟变得不稳定前不久引入了 μ^* , 其 $C_\mu = 0.4$ 。尽管 C_μ 的值很大, 人工扩散率 μ^* 远低于物理粘度 μ 。当 β^* 在体积压缩区域被强制执行时, 传感器限制的 μ^* 应用于未被 β^* 处理的区域, 主要是由于传感器的涡度-膨胀项。传感器 f_{sh} 将 μ^* 限制在曲线几何上的低压区, 如图 2(d) 所示。将基于 Q 和基于 p 的项在 f_{sh} 中连接起来, 进一步将 μ^* 约束到尾流内的小区域, 避免添加不必要的扩散性, 同时保持数值稳定性。

一个完整的 3D 可视化图如图 3 所示, 左侧显示了流场, 使用 Q -准则并通过 u_x 速度着色, 背景为压力等高线。在此平面上, 由于激波的存在, 压缩区域呈红色, 而因叶片凸度引起的膨胀区域则呈蓝色。LAD 变量 β^*

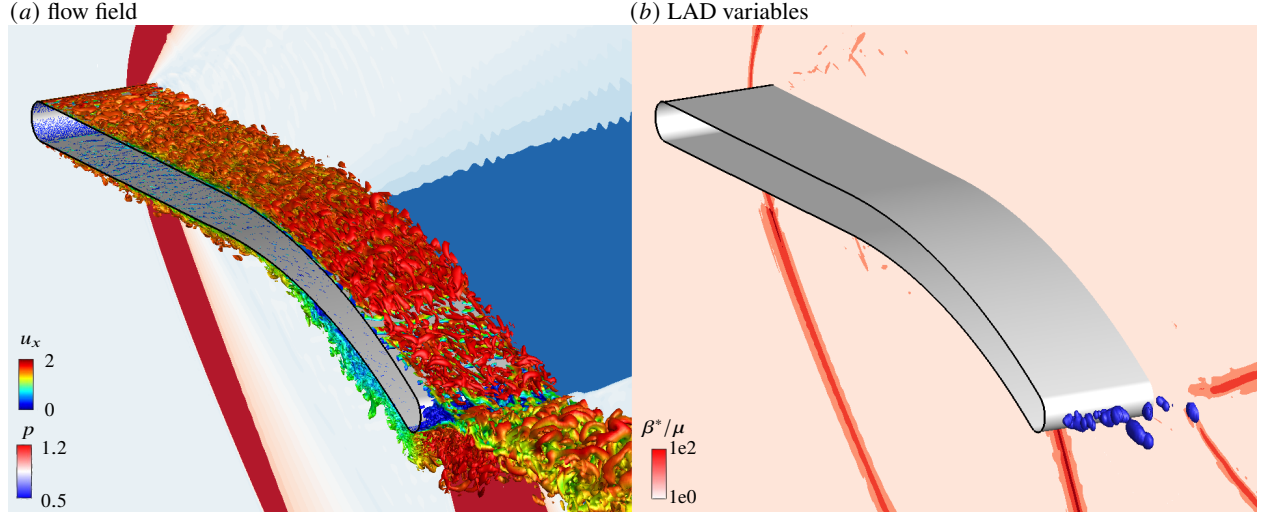


图 3: 同一时间瞬态下的超音速湍流过叶片的可视化在 $M_\infty = 2$ 和 $Re_c = 500,000$ 处使用传感器 f_{sh} 。(a) 等值面由 $Q = 100$ 按 u_x -速度着色, 背景轮廓为 p 。(b) 蓝色等值面和 $\mu^*/\mu = 1$ 背景切片轮廓 β^*/μ 。

和 μ^* 显示在右侧。我们注意到, 图 3(b) 中所示的 μ^* 的蓝色等值面出现在尾缘附近, 这是一个关键区域, 因为该区域存在显著的压力衰减和涡度生成。与标准的 μ^* (图 2(c)) 不同, 在湍流边界层上没有施加扩散性。传感器限制的 μ^* 的添加仅发生在严格需要的区域以确保数值稳定性。通过使用适当的传感器 f_{sh} , 我们使用高阶数值方案执行这种高保真模拟, 保持求解器的数值稳定性的同时, 在流动的解析区域内显著减少或完全抑制了附加的人工扩散性。

4 结论

我们提出了一种基于流场的 Ducros 型传感器, 以在 LAD 方案中空间限制人工切应力粘度的应用。该方法旨在避免高剪切区域, 如边界层和尾迹, 从而最小化其对已解析湍流尺度的影响。我们的方法建立在标准 LAD 的基础上, 在此方法中, 可以在流动的解析区域应用人工切应力粘度以稳定仿真, 但会对流动统计产生负面影响。所提出的传感器限制的人工切应力粘度实现了湍流尺度高分辨率与数值稳定性之间的良好折衷, 通过抑制低压核心涡旋中出现的虚假振荡, 而这些振荡不受人工体积粘度的影响。通过对跨音速和超音速流进行测试, 我们证明了这种简单的传感器能够有效稳定流动仿真, 并且相比标准 LAD, 应用于流动的人工切应力粘度量显著减少。通过这种方式, 我们可以防止已解析流动尺度中的过度扩散。这种方法有可能使简单 LAD 模型适用于非耗散的紧致有限差分方案, 以研究由充满能量的涡旋主导的可压缩流, 这种流动在钝体分离流动和尾迹中普遍存在。

致谢

J.H.M. Ribeiro 和 W.R. Wolf 感谢 Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, FAPESP (资助编号 2023/12226-5 和 2021/06448-0) 的支持。W.R. Wolf 和 H.F.S. Lui 还感谢 Air Force Office of Scientific Research, AFOSR (资助编号 FA9550-23-1-0615) 的支持。我们感谢 Coaraci 超级计算机提供的计算时间 (FAPESP 资助编号 2019/17874-0) 和圣保罗大学工程与科学计算中心 (FAPESP 资助编号 2013/08293-7)。

参考文献

- [1] S. K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comput. Phys.*, 103:16–42, 1992.

- [2] M. R. Visbal and D. V. Gaitonde. High-order-accurate methods for complex unsteady subsonic flows. *AIAA J.*, 37(10):1231–1239, 1999.
- [3] A. W. Cook and W. H. Cabot. A high-wavenumber viscosity for high-resolution numerical methods. *J. Comput. Phys.*, 195(2):594–601, 2004.
- [4] A. W. Cook. Artificial fluid properties for large-eddy simulation of compressible turbulent mixing. *Phys. Fluids*, 19(5), 2007.
- [5] J. M. Wang, M. Panesi, and J. B. Freund. Thermal effects mediating the flow induced by laser-induced optical breakdown. *Phys. Rev. Fluids*, 6(6):063403, 2021.
- [6] H. F. S. Lui, T. R. Ricciardi, W. R. Wolf, J. Braun, I. Rahbari, and G. Paniagua. Unsteadiness of shock-boundary layer interactions in a Mach 2.0 supersonic turbine cascade. *Phys. Rev. Fluids*, 7(9):094602, 2022.
- [7] K. Cherng, S. K. Lele, and D. Livescu. Heat transfer and transport property contrast effects on the compressible Rayleigh-Taylor instability. *Phys. Rev. Fluids*, 9(4):043904, 2024.
- [8] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes. *AIAA Paper 81-1250*, 1981.
- [9] F. Ducros, V. Ferrand, F. Nicoud, C. Weber, D. Darracq, C. Gacherieu, and T. Poinso. Large-eddy simulation of the shock/turbulence interaction. *J. Comput. Phys.*, 152(2):517–549, 1999.
- [10] S. Kawai, S. K. Shankar, and S. K. Lele. Assessment of localized artificial diffusivity scheme for large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *J. Comput. Phys.*, 229(5):1739–1762, 2010.
- [11] M. Khalloufi and J. Capecelatro. Drag force of compressible flows past random arrays of spheres. *Int. J. Multiph. Flow*, 165:104496, 2023.
- [12] Y. Tamaki and S. Kawai. Wall-modeled large-eddy simulation of transonic buffet over NASA-CRM using FFWHC-ACE. *AIAA J.*, 62(7):2489–2504, 2024.
- [13] B. J. Olson and S. K. Lele. Directional artificial fluid properties for compressible large-eddy simulation. *J. Comput. Phys.*, 246:207–220, 2013.
- [14] S. Nagarajan, S. K. Lele, and J. H. Ferziger. A robust high-order compact method for large eddy simulation. *J. Comput. Phys.*, 191(2):392–419, 2003.
- [15] R. Bhaskaran. *Large eddy simulation of high pressure turbine cascade*. PhD thesis, Stanford University, 2010.
- [16] G. S. Karamanos and G. E. Karniadakis. A spectral vanishing viscosity method for large-eddy simulations. *J. Comput. Phys.*, 163(1):22–50, 2000.
- [17] S. Kawai and S. K. Lele. Localized artificial diffusivity scheme for discontinuity capturing on curvilinear meshes. *J. Comput. Phys.*, 227(22):9498–9526, 2008.
- [18] S. Kawai and S. K. Lele. Large-eddy simulation of jet mixing in supersonic crossflows. *AIAA J.*, 48(9):2063–2083, 2010.
- [19] H. F. S. Lui, W. R. Wolf, T. R. Ricciardi, and D. V. Gaitonde. Mach number effects on shock-boundary layer interactions over curved surfaces of supersonic turbine cascades. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 38:451 – 478, 2024.
- [20] A. Madhusudanan, G. Stroot, and B. J. McKeon. A resolvent-based perspective on the generation of Mach wave radiation from compressible boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 1003:A31, 2025.
- [21] J. H. M. Ribeiro and K. Taira. Triglobal resolvent-analysis-based control of separated flows around low-aspect-ratio wings. *J. Fluid Mech.*, 995:A13, 2024.
- [22] J. C. R. Hunt, A. A. Wray, and P. Moin. Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows. *Studying turbulence using numerical simulation databases, 2. Proceedings of the 1988 summer program*, 1988.

-
- [23] R. F. Miotto, W. R. Wolf, D. Gaitonde, and M. Visbal. Pitch – plunge equivalence in dynamic stall of ramp motion airfoils. *AIAA J.*, 61(1):174–188, 2023.
- [24] N. J. Georgiadis, D. P. Rizzetta, and C. Fureby. Large-eddy simulation: Current capabilities, recommended practices, and future research. *AIAA J.*, 48(8):1772–1784, 2010.