

基于容量约束的 Voronoi 约束网络下的能量高效多机器人包裹投递

Alkesh K. Srivastava, Jared Michael Levin, and Philip Dames

Abstract—我们考虑使用具有有限载重能力的同质机器人车队，从单一收集仓库向不同目标位置运送多个包裹的问题。我们提出了一种名为 VCST-RCP (Voronoi 约束 Steiner 树中继协调规划框架)，该框架利用 Steiner 树优化构建稀疏中继主干，然后合成机器人的收集、中继和交付时间表。该框架将中继从偶然的副产品重新定义为协调的核心元素，与依赖直接源到目的地运输的传统递送方法形成对比。广泛的实验表明，与传统的基准相比，性能提高了多达 34%，突显了在递送过程中融入中继的好处。这些改进直接转化为在容量限制下的多机器人交付中的能源效率提升，提供了一个适用于现实世界物流的可扩展框架。

I. 介绍

移动机器人车队越来越多地被部署在校园内、仓库中以及城市周围的货物运输。例如，Starship Technologies 运营着数千个步行道送货机器人，这些机器人每天平均每个行驶数十公里 [1]。由于行走主导了地面机器人的能量消耗状况 [2]，车队的行驶距离成为了能源消耗的一个直接代理。经典规划器，如匈牙利分配算法 [3] 和带容量限制的车辆路径问题 (CVRP) [4] 仅最小化直接从起点到终点行程的距离。这忽略了简单但强大的概念：如果机器人在精心选择的会合点交换负载，车队可以避免冗余的长途运动，并以较少的行驶距离完成更多的交付。

继电器不仅是一种理论构建；它们已经成为了大规模物流的核心。例如，亚马逊在其履约网络中部署了超过 750,000 个机器人，在这些地方，箱子和包裹被穿梭到固定的转移站和机械臂前，然后再进行包装和外发装载 [5]。这些结构化的仓库简化了协调，但限制了灵活性，因为继电器点是预定义的而不是优化的。

Alkesh Kumar Srivastava, Jared Michael Levin, and Philip Dames are with the Department of Mechanical Engineering, Temple University, Philadelphia, PA, 19122 USA. (e-mail: alkesh@temple.edu; jlevin378@gmail.com; pdames@temple.edu).

*This work was supported in part by the National Science Foundation under grant CNS-2143312.

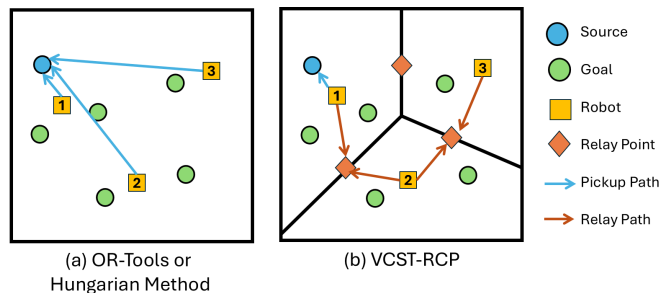


Fig. 1. 经典规划器与我们方法的概念对比。(a) 容量限制车辆路径问题 (CVRP) 或匈牙利分配派遣机器人直接从源到目标的行程，导致冗余的长距离旅行。(b) VCST-RCP 构建带指定中继点的 Voronoi 约束 Steiner 树，集中运动并减少冗余。然后机器人从中继点继续前往目标（为了清晰未显示）。

相比之下，在校园和城市规模部署中操作的是非结构化环境，交换可以在交叉路口、人行道或走廊等地方偶然发生。所缺失的是一个在这样环境中选择和调度继电器的基本框架。我们的工作通过将继电器从一种偶发机制提升为多机器人配送的战略设计原语来解决这一差距。

我们提出 *Voronoi* 约束 *Steiner* 树中继协调规划 (VCST-RCP)，一个利用中继作为核心设计原语的两阶段框架，用于多机器人配送。第一阶段通过结合几何 Voronoi 接口和图论 Steiner 优化 [6] 构建稀疏斯坦纳中继干线 (Definition 1)，将运动集中在能量效率高的主干线上。第二阶段综合机器人级别的时间线，实现取件、中继和配送，并明确考虑这些位置的非零服务时间和机器人的容量限制。这种分解产生的计划既节能又操作可行。经典的分配和路由方法扩展性差，因为每个包裹都会触发一次直接行程，从而增加了冗余的长距离运动。VCST-RCP 展示了如何利用有结构的中继解锁结构性节省，并随着规模扩大而放大这些节省，为实现能源高效的车队协调提供了一条原理性的路径。

贡献：本工作做出了两个关键贡献。首先，我们将中继从一种偶然的策略提升为一个原则性的设计元素，通过引入 VCST-RCP 这一以中继为中心的规划框架，将 Voronoi 约束交换界面与 Steiner 树结合，使流量集中在稀疏骨干上。我们使用考虑容量和服务意识的日程表来实现这种结构，该日程表明确地建模了异步交接，并干净利落地分离了运动和服务。其次，我们在容量限制下进行了首个基于中继的协调实证研究，展示了统计显著性的车队距离减少（相较于匈牙利算法最多减少了 34%，相比 OR-Tools CVRP¹ 减少了 24%），以及每公里交付产量提高了 25%-50%。由于运动主导了地面机器人的能量特征，这些改进直接转化为有意义的功率节省，而不仅仅是路线便利。

II. 相关工作

经典的路由问题构成了多机器人取货和送货的基础。旅行商问题 (TSP) 及其多代理推广 (mTSP) 形式化了目的地间的距离最小化的巡回，并推动了许多组合优化算法的进步 [8], [9]。车辆路径问题 (VRP) 将这些概念扩展到了具有容量和规模限制的车队 [10], [11]，并且现代启发式/求解器在实践中实现了带容量变体的操作（例如，OR-Tools CVRP）[7]。然而，这些模型通常优化的是源到目的地的运输，并不考虑代理之间交换材料的想法直接。

多智能体路径寻找 (MAPF) 及其取货和送货扩展 (MAPD)，解决了具有不断变化任务集的团队之间的无碰撞协调问题。在时间或距离最优目标下，MAPF 是 NP 难的，这推动了丰富的算法生态系统的发展（如 CBS/ICBS、ICTS、基于 SAT 的公式化方法以及网络流缩减）[12]–[15]。综述文章描绘了最优和次优求解器及其向现实世界环境的应用 [16], [17]，同时还包括可扩展的去耦启发式算法 [18], [19]。对于取货和送货问题，离线和在线变体将任务分配与路径规划和死锁避免结合起来 [20], [21]。滚动地平线方法通过在逐渐推进的时间窗口内反复解决任务分配/路由问题来平衡响应性和可处理性 [22], [23]。虽然这些作品协调谁去何处以及何时去，但它们通常是在直接运输假设下进行（即取货 → 交付），并且不与优化的中继骨干网络结构环境协同工作。

¹在本文中，我们将 Google 运筹学工具对容量约束车辆路径问题 [4] 的解决方案称为 OR-Tools CVRP。[7]

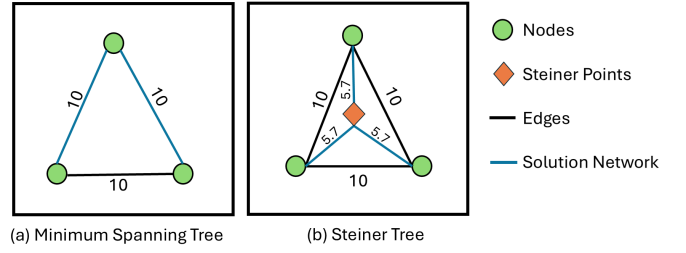


Fig. 2. 最小生成树与三个顶点形成等边三角形的斯坦纳树（边长 10）。每个面板中，**解决方案网络**用蓝色显示，而其余候选边为灰色。(a) 最小生成树使用两条边（总和 = 20）。(b) 增加一个斯坦纳点产生三条长度均为 $10/\sqrt{3} \approx 5.77$ 的辐射线（总计 ≈ 17.32 ），减少了 13.4%。

斯坦纳树提供了一种经典的方法，用于通过连接必要的终端和可选的中间点来最小化成本 [6]。图 2 说明了对于三个终端的影响：引入单个斯坦纳（中继）点可以缩短网络，相比最小生成树。这种视角自然地捕捉到了中继选择：源和目标是终端，而候选的中继站点作为斯坦纳节点。我们的 Voronoi 约束 Steiner 树融合了几何 Voronoi 界面与度量闭包/最小生成树 (MST) 启发式方法，以获得一个稀疏且可重现的骨干网络，可以扩展到大规模实例。不同于直接规划机器人行程的 TSP/VRP/MAPD 公式化方法，我们的两阶段设计首先优化共享运输网络，然后安排机器人的动作以实现诱导出的流。

Voronoi 划分长期以来一直作为多机器人协调的基本工具，使各种分布式行为成为可能。先前的研究利用 Voronoi 图进行自适应采样 [24]、危险定位 [25]、无 GPS 导航和覆盖 [26] 以及在未知空间中的避碰探索 [27]。经典公式的一些扩展支持了诸如具有连通性保证的覆盖任务 [28]，果园中的农业分配 [29]，路径优先规划 [30]，以及非凸域的分解 [31], [32] 等任务。其他改编解决了感知限制问题 [33]，合作目标跟踪 [34]，以及基于漂移成本的动态环境 [35]。最近，Voronoi 中继在单包裹投递的背景下被探索，重点在于 LLM 集成和系统鲁棒性 [36]。总体而言，这些研究展示了 Voronoi 方法在可扩展和去中心化控制方面的灵活性，适用于各种应用领域。然而，尽管它们被广泛使用，基于 Voronoi 的策略尚未被探索用于合作多智能体拾取和交付，这正是本工作所解决的一个开放性问题。

能源已成为持续物流中的关键运营约束。最近的 MAPD 研究了在电池限制和充电速率下的随时任务分配，展示了强大的工期效益以及充电速度与车队规模之间的权衡 [37]。我们的重点是互补的：由于地面机

机器人推进占主导地位，我们将车队行驶距离视为能源代理，并表明通过中继干线集中流量在容量限制和服务时间内可系统地减少距离（从而节约能源）。

我们的贡献：总的来说，经典路由 [4], [7]–[11] 和 MAPF/MAPD [12]–[17], [20], [21] 优化分配和无碰撞移动，但将中继视为偶然的或依赖于固定仓库 [38]。VCST-RCP 通过 (i) 使用 Voronoi 约束 Steiner 树设计确定中继位置优化和 (ii) 将主干流量转换为考虑容量和服务时间的机器人调度编译，统一了这些思路，而在大规模情况下实现一致的车队距离（能量）节省。

III. 问题表述

我们考虑将 N 个相同的包裹从单个源位置 S 送到一组目标位置 $G = \{g_1, g_2, \dots, g_N\}$ 的问题，使用在有界凸工作空间 $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^2$ 中运行的同质机器人团队 M 。每个机器人 $r_m \in R = \{r_1, \dots, r_M\}$ 都由初始位置 $p_k \in \mathcal{E}$ 、最大承载能力 C 和固定速度 v_{speed} 定义。这些机器人能够在指定的中继点进行包裹取件、配送和中继，每个操作都需要固定的服务时间 T_s 。一个可行的配送计划必须遵守容量限制，考虑到这些非零服务时间，并确保从源点出发的每个包裹都能送达唯一的终点。这种设置常见于大型分拣中心，在这里机器人将包裹从中央打包站运输到分散的货架或取货区域。在这种情况下，一个可行的计划必须确定机器人应该反复返回源点进行补货还是通过中间中继点转移负载，从而减少长途旅行并提高整体能源效率。

目标是计算协调的多机器人计划，以最小化整个车队的总行驶距离，

$$\min \sum_{r_m \in R} d(r_m), \quad (1)$$

其中 $d(r_m)$ 表示机器人 r_m 的行驶距离。由于地面机器人的主要能量消耗来自于移动，因此总行驶距离作为车队级别的**能耗**的直接代理。

IV. VORONOI-约束 STEINER 树中继协调规划 (VCST-RCP)

我们引入了 VCST-RCP，一个两阶段框架，将中继视为多机器人包裹投递的设计选择。如图 3 所总结的那样，第一阶段构建从仓库到所有目标点的共享运输骨干：我们提出通过团队几何（借助 Voronoi 边界）来设计中立的中继站点，并用稀疏的 Steiner 样主干将它们连接起来以集中包裹流量。第二阶段将这个骨

干转化为行动，分配机器人执行拣取、中继和投递角色。然后在容量和服务时间限制下安排它们之间的交互，生成一个旨在最小化完成时间的可执行计划。本节剩余部分介绍了建模和图抽象，描述了如何构建主干，然后详细说明实现机器人类别的协调计划。

A. 继电器建模与图抽象

在许多多机器人递送系统中，如仓库和配送中心，会在指定的仓库或暂存地点进行接力 [38]。这些固定站点简化了协调，但在动态或非结构化环境中可能次优，因为在这种环境下可以随机地发生交换。例如，在搜救任务中，幸存者或关键物资可能需要通过中间路标来减少撤离时间或延长机器人操作范围进行接力。受到此类应用的启发，我们考虑的是一个未受约束的二维工作空间，在此空间中候选接力点不是预先定义好的，而是可以在运行过程中进行优化和计算。

a) *Voronoi* 划分：我们将工作空间划分为由机器人初始位置诱导的 Voronoi 区域，从而定义每个机器人的几何责任区。具体来说，与位于 p_i 的机器人 r_i 关联的 Voronoi 单元 $\mathcal{V}_i$ 由

$$\mathcal{V}_i = \{p \in \mathcal{E} \mid \|p - p_i\| \leq \|p - p_j\|, \forall j \neq i\}. \quad (2)$$

给出

这种几何分割提供了一种中立且可重复的方法来定义候选继电器界面，而不会引入特定任务的偏差。这一纯粹基于几何的方法隔离了 VCST-RCP 的一个贡献。

b) *继电器点计算*：一个由机器人 r_i 和 r_j 共享的 Voronoi 边界 $\partial\mathcal{V}_{i,j}$ ，提供了机器人之间的一种自然几何接口，确保候选中继位置位于相互可达的区域内。为了选择一个中继位置 $q \in \mathcal{E}$ ，我们通过最小化任一机器人到达该点的最大距离来优化共享 Voronoi 边上的点，即，

$$q^* = \arg \min_{q \in \partial\mathcal{V}_{i,j}} \max(\|q - p_i\|, \|q - p_j\|). \quad (3)$$

此目标产生在两个参与者之间平衡旅行努力的中继点，确保公平性和可行性。实践中，最优解由 p_i 和 p_j 的垂直平分线与 $\partial\mathcal{V}_{i,j}$ 的交点给出，或者如果平分线不在段内相交，则由 Voronoi 边的最近端点给出。

c) *图论抽象*：我们定义一个图 $\mathcal{G} = (V, E)$ ，其中顶点集由源点 S 、所有目标位置 G 和一组候选中继位置 $Q, V = \{S\} \cup G \cup \{Q\}$ 组成。边 $(u, v) \in E$ 表示

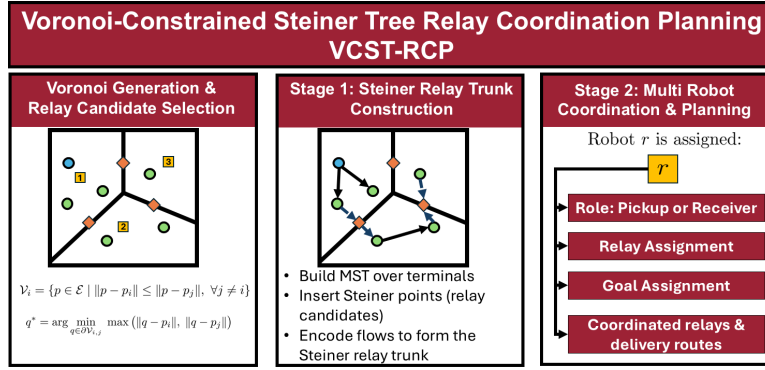


Fig. 3. **VCST-RCP 系统概述**。左— 机器人诱导工作空间的 Voronoi 划分；每个共享边界产生一个中继候选点（橙色菱形）。中期—阶段 1：构建了一个 Steiner 中继干线，以将仓库连接到所有目标，并尽量减少旅行时间成本。正确—阶段 2：分配机器人的拾取/接收角色和目标，并在容量和服务时间的限制下编译异步调度（立即放下，稍后拾取），以最小化完成时间。

顶点之间的可行旅行，其权重由结合几何距离和服务时间惩罚的成本函数确定。候选中继集 Q 并非事先固定；相反，它是从机器人初始位置诱导的 Voronoi 分区生成的。对于每对相邻的 Voronoi 单元格 (V_i, V_j) ，我们使用 (3) 在共享边界上计算一个中继传输点 $q_{i,j}^*$ ，并将其添加到 Q 中。这些边界优化点作为 Steiner 点用于构建中继主干。

战略网络设计问题被表述为一个 Steiner 树问题 [6]。在图论中，Steiner 树是一个最小成本的子图，它连接一组给定的终端节点，并允许引入额外的中间节点，称为斯坦纳点，如果这样做可以降低总体成本。这在我们的设置中有用，因为源 S 和所有目标 G 构成了所需的终端集 $T = \{S\} \cup G$ ，而潜在的中继位置 Q 作为 Steiner 点，可以缩短路线。

给定终端集 $T = \{S\} \cup G$ ，目标是找到一个最小成本的子图 $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{G}$ 来覆盖所有终端，并引入额外的中继位置节点 Q 作为斯坦纳点。Steiner 公式自然涵盖了这两种设置：固定仓库简单地被包含为预定义的中继节点，而由 Voronoi 导出的中继点在开放环境中提供了灵活的替代方案。

B. VCST-RCP 框架

VCST-RCP 操作分为两个阶段：(i) 构建一个斯坦纳树，连接源点 S 和所有目标点 G ，同时可选地引入中继节点 Q ，我们将此解释为斯坦纳中继干线 (Definition 1)，即包裹流的战略主干，并 (ii) 规划机器人的执行，包括沿这条主干进行的取货、中继和交付。

定义 1 (斯坦纳中继干线): 给定一个跨越源 S 和所有目标 G 的斯坦纳树 $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{G}$ ，其候选中继 Q 作为

斯坦纳点，我们将中继干线定义为被解释为包传播骨干网的稀疏子图 $\mathcal{T}$ 。与纯图论意义上的斯坦纳树不同，中继主干具有流量语义。每条边均被解释为从源到目标方向的有向包传输路径，并附带与距离和机器人速度成正比的旅行成本。节点被分类为源、中继或目标，其中中继节点作为转移站点会因移交操作产生服务时间，可建模容量受限队列。这将斯坦纳树从静态成本最小化结构转化为具有流量感知能力的骨干网络。

1) 阶段 1 - 战略网络规划：VCST-RCP 的第一阶段构建了 Steiner 中继干线 $\mathcal{T}$ ，它作为数据包流的战略骨干。我们使用边权重在图 $\mathcal{G} = (V, E)$ 上计算 $\mathcal{T}$

$$c(u, w) = \frac{\|u - w\|}{v_{\text{speed}}} + \lambda_{\text{svc}} \sigma(u, w), \quad (4)$$

其中 $\|u - w\|$ 是节点 $u, w \in V$ 之间的欧几里得距离， v_{speed} 是统一的机器人速度， $\sigma(u, w)$ 表示遍历边 (u, w) 时产生的服务操作总数（即取件、中转或配送），而 λ_{svc} 是一个权衡参数，平衡旅行时间和服务成本。

具体来说，我们采用了标准的度量闭包/最小生成树 Steiner 启发式方法 [6]，这是一种多项式时间 2 近似算法。该方法计算终端 $T = \{S\} \cup G$ 之间的所有成对最短路径成本以形成度量闭包，在此闭包上构建最小生成树 (MST)，然后将每个 MST 边扩展回其在原始图 $\mathcal{G}$ 中的对应最短路径。这些扩展路径的并集产生一个稀疏中继主干，该主干近似于最小成本 Steiner 树，并且对于大规模问题实例仍然具有计算上的可行性。

每个目标 $g \in G$ 都会从源点 S 产生一个单位需求。将这些需求沿 $\mathcal{T}$ 路由会产生边 $(u, v) \in \mathcal{T}$ 上的整数流 $f(u, v)$ ，这量化了通过每个中继段传输的包裹数量。这些流量直接告知协调阶段，指示机器人互动（中

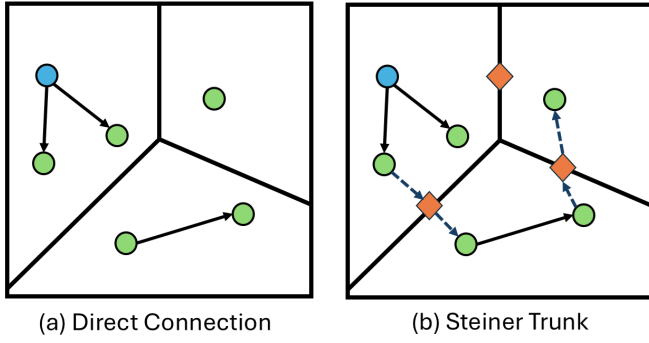


Fig. 4. Steiner 树干构造示例 (第 1 阶段)。(a) 终端 (源点为蓝色, 目标点为绿色) 被初始化, 并考虑直接最短路径。(b) 通过在终端上计算 MST、将边扩展到环境图中的最短路径并引入中继节点 (橙色) 来形成 Steiner 树干。然后沿此树干路由流量, 使运动集中在服务于所有目标的稀疏主干上。

Algorithm 1 斯坦纳树构造 (第 1 阶段)

- 1: **输入:** 源点 S , 目标点 G , 候选中继点 H , 图 $\mathcal{G} = (V, E)$
- 2: **输出:** 斯坦纳中继主干 $\mathcal{T}$, 边流 $f(u, v)$
- 3: 初始化终端 $T \leftarrow \{S\} \cup G$
- 4: 构造一个完全图 K_T 在 T 上, 其边权重等于 $\mathcal{G}$ 中的最短路径成本 (按成本度量 c 计算, 例如欧几里得距离)
- 5: 计算最小生成树 $\text{MST}(K_T)$
- 6: 对于每条边 $(t, t') \in \text{MST}(K_T)$, 在 $\mathcal{G}$ 中检索最短路径 $P_{t \rightarrow t'}$ (按 c)
- 7: 构造主干 $\mathcal{T} \leftarrow \bigcup_{(t, t') \in \text{MST}(K_T)} P_{t \rightarrow t'}$ (当遍历时从 H 引入中继节点)
- 8: **for all** $g \in G$ **do**
- 9: 将一单位需求从 S 沿其在 $\mathcal{T}$ 中的路径路由到 g 并累积边流 $f(u, v)$
- 10: **返回:** 主干 $\mathcal{T}$ 和流 $f(u, v)$

继) 必须发生的位置。构造 $\mathcal{T}$ 和计算 $f(u, v)$ 的完整程序如 Figure 4 所示, 并在 Algorithm 1 中进行了总结。

2) 阶段 2 - 机器人协调规划: 在规划阶段, 我们从第 1 阶段中选取 Steiner 中继干线 $\mathcal{T}$ 及其边流量 $f(u, w)$, 并生成一个可执行的多机器人计划, 在遵守容量和服务时间的同时实现规定的包裹传播。输入是: (i) 树干 $\mathcal{T}$ 和每条边的流量 $f(u, w)$, (ii) 机器人初始姿态、共享速度 v_{speed} 和包装容量 C , 以及 (iii) 拾取、中继和交付的统一服务时间 T_s 。输出是一组每台机器人的时间线, 包含旅行、继电器和交付动作及其时间戳

a) 拣选分批: 我们首先通过汇总来自 $\mathcal{T}$ 的流量来确定每个中继节点的包裹需求。指定在 S 的拾取机器人执行一系列批处理路线, 每条路线都受容量 C 的限制, 以将包裹交付至中继节点。每次访问都会产生一个服务时间 T_s , 可能需要多次路线才能满足需求。

b) 继电器分配: 中继节点根据邻近性和工作负载分配给接收机器人, 确保每个中继需求得到服务。此阶段有效地将包裹流转换为机器人级别的责任。

c) 交付规划: 对于每个目标 $g \in G$, 我们确定其主路径上的最终中继节点 (如果不需要中继, 则直接分配给取件机器人)。目标根据机器人和起始位置进行分组, 之后使用 MST-前序启发式方法合成配送路线。这可以生成高效的本地路线而无需解决完整的 TSP 问题。

d) 时间线合成: 最后, 我们将接送游、接力活动和配送游整合为可执行的单个机器人时间线。接力以异步方式建模²: 接货机器人抵达时放下包裹, 收货机器人在其掉落之后再收集它们, 因此无需在同一时间出现; 然而, 如果发送方尚未放置包裹, 则接收方必须在接力位置等待直到它变得可用。每个时间线都标注了服务时长 T_s , 确保协调尊重容量和时间约束。阶段 2 因此将斯坦纳主干的抽象流转化为具体的机器人操作, 在实际世界中的容量、统一的服务时间和异步接力约束下确保其运营可行性。

V. 实验与结果

我们对提出的 VCST-RCP 框架与两个非中继代表性基线进行了基准测试: (i) 一个通过线性分配贪婪地将机器人匹配到目标的匈牙利分配规划器 [3], 以及 (ii) 谷歌 OR-Tools 容量车辆路径问题 (CVRP) 求解器 [7], 这是一个最先进的物流启发式算法。两个基线都在多机器人环境中运行, 但直接将机器人分配到从源点到目标的运输任务中, 不使用中继或区域约束。为了量化启用中继协调的优势, 我们在不同团队规模、工作空间规模/密度和容量制度下对 VCST-RCP 与这些基线进行了评估。结果取自随机试验的平均值以确保统计稳健性。

A. 实验设置

实验在规模逐渐增大的随机 2D 网格环境中进行。小规模设置包含 8 个目标和 3 个机器人, 布局要么密

²未来的工作将纳入一个显式的同步约束, 要求在中继处同时存在。

VCST-RCP vs Baselines Across Scenario Categories
Columns: Distance • Efficiency • Makespan | Rows: Small • Medium • Large • Capacity

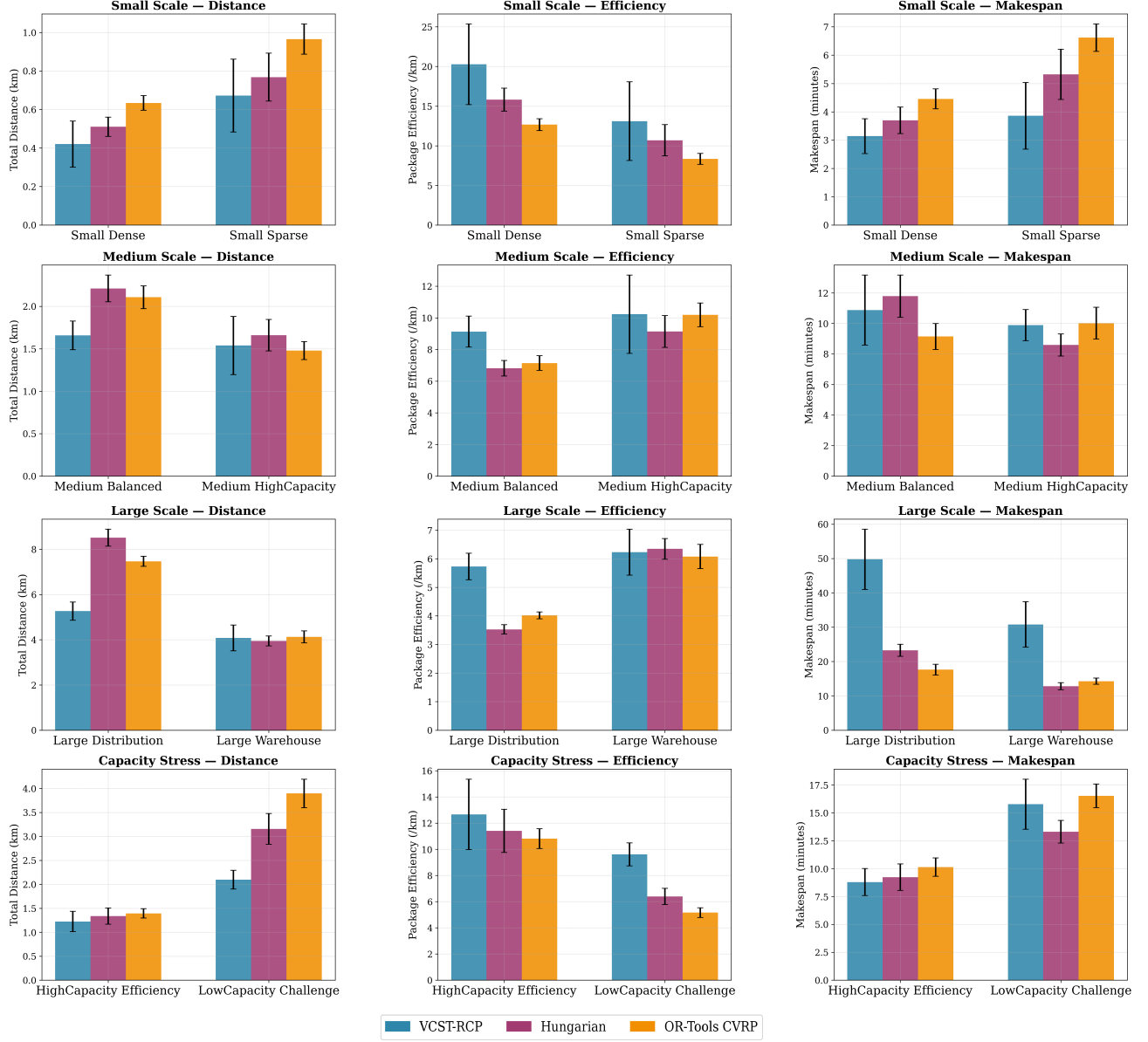


Fig. 5. 场景级别性能比较，涵盖小型、中型、大型和容量压力类别。列报告**总距离**（能源代理）、**包效率**（每公里包裹数）和**完工时间**（完成时间），而行对应于场景族。VCST-RCP 相对于匈牙利算法和 OR-Tools CVRP 一致减少了车队行驶距离，在大规模和容量受限设置中收益最大。包裹效率反映了这一趋势，显示了单位行程更高的交付产量，同时工期保持竞争力并反映出了基于接力路由的协调开销。误差线表示每个场景 100 次随机试验的标准偏差。

集 ($100\text{ m} \times 100\text{ m}$)，要么稀疏 ($150\text{ m} \times 150\text{ m}$)。中等规模设置使用 15 目标和 4-5 机器人在一个 $200\text{ m} \times 200\text{ m}$ 工作空间中。大规模设置扩展到 25-30 目标和 8-10 机器人在 $300\text{ m} \times 300\text{ m}$ 或 $400\text{ m} \times 400\text{ m}$ 环境中。机器人以恒定速度 $v_{\text{speed}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ 移动，并且在取件、中继和交付时都会花费统一的服务时间 $T_s = 5\text{ s}$ 。每个目标需要一个包裹，而机器人的容量范围从 $C = 2$ （低容量挑战）到 $C = 6$ （高容量效率）。对于每种场景，我们

执行 100 次随机试验，使用不同的种子重新采样机器人的初始位置和目标位置（并根据诱导出的 Voronoi 分区重新计算候选中继集 Q ），以确保报告的平均值和方差具有统计有效性。

B. 性能指标

我们报告三个主要指标：(i) 总距离（能源使用量的代理），(ii) 包效率（每公里交付的包裹数），和 (iii) 工期（直到最后一个包裹被送达的时间）。我们还报告

TABLE I

各类场景下的表现（基于 100 次试验的平均值）。**粗体**表示每个场景/指标中的最佳值；其他条目显示与最佳值的百分比差距（括号内）。距离和工期：数值越低越好。每公里包裹数：数值越高越好。

Scenario	Method	Distance [km]	Packages/km	Makespan [min]
小型密集	Hungarian	0.47 (+4.4%)	17.3 (+8.0%)	3.39 (+9.7%)
	OR-Tools CVRP	0.58 (+28.9%)	13.9 (+26.1%)	4.23 (+36.9%)
	VCST-RCP	0.45	18.8	3.09
小稀疏	Hungarian	0.75 (+5.6%)	10.8 (+9.2%)	5.20 (+34.7%)
	OR-Tools CVRP	0.91 (+28.2%)	8.9 (+25.2%)	6.43 (+66.6%)
	VCST-RCP	0.71	11.9	3.86
中等平衡	Hungarian	2.17 (+28.4%)	7.0 (+22.2%)	11.74 (+30.2%)
	OR-Tools CVRP	2.05 (+21.3%)	7.3 (+18.9%)	9.02
	VCST-RCP	1.69	9.0	11.15 (+23.6%)
大分布	Hungarian	8.37 (+52.2%)	3.6 (+34.5%)	23.06 (+35.6%)
	OR-Tools CVRP	7.26 (+32.0%)	4.1 (+25.5%)	17.00
	VCST-RCP	5.50	5.5	52.78 (+210.5%)
大型仓库	Hungarian	4.12 (+4.0%)	6.1 (+4.7%)	13.53
	OR-Tools CVRP	4.23 (+6.8%)	5.9 (+7.8%)	14.20 (+5.0%)
	VCST-RCP	3.96	6.4	32.29 (+138.7%)
高容量效率	Hungarian	1.38 (+5.3%)	11.0 (+6.8%)	9.57 (+12.2%)
	OR-Tools CVRP	1.37 (+4.6%)	11.1 (+5.9%)	9.91 (+16.2%)
	VCST-RCP	1.31	11.8	8.53
低容量挑战	Hungarian	3.06 (+43.7%)	6.6 (+31.2%)	12.76
	OR-Tools CVRP	3.90 (+83.1%)	5.2 (+45.8%)	16.50 (+29.3%)
	VCST-RCP	2.13	9.6	17.22 (+35.0%)
所有报告的 VCST-RCP 距离增益在统计上都是显著的 ($p < 10^{-3}$)。				

了主动完成时间，排除闲置等待时间以仅捕捉移动和服务时间。

C. 结果

a) 距离和能量效率：VCST-RCP 相对于两个基线 (Table I, Figure 5, 左列) 一致减少车队行驶。在中型和大型规模下，车队距离减少了 20 – 35%，与匈牙利算法相比，并且比 OR-Tools CVRP 减少了 15 – 25%。即使在分散的低容量制度下，VCST-RCP 也节省了近三分之一的总行驶里程。在小型规模下，边际效益较窄，但 VCST-RCP 仍然匹配或超越两个基线。可扩展性分析 (Figure 7) 强化了这一模式：随着问题规模的增长，VCST-RCP 的距离曲线比 Hungarian 和 OR-Tools CVRP 上升得明显更慢。

b) 包效率：由于距离节省可以直接转化为每单位距离更高的产量，VCST-RCP 始终提高了包裹效率 (Table I, Figure 5, 中间列)。在大规模和容量紧张的场景中，效率比基准提升了 25 – 50%，这突显了

通过引入继电器来减少冗余的好处。

c) 时间性能：总完成时间表现出不同的趋势 (Table I, Figure 5, 右列)。在中继繁重的设置中，由于在中继点增加了交接和取货的时间，总体完成时间更长。然而，分解分析 (Figure 6) 显示，活跃工期（运动加服务排除空闲等待）仍与基线相当或优于基线。在较小或容量丰富的环境中，VCST-RCP 达到的总工期与匈牙利算法和 OR-Tools CVRP 相比是可比的或更低。

d) 算法复杂度：回想一下， M 是机器人的数量和 C 是每个机器人的容量。令 $P = M + |Q| + 1$ ，其中 N 是目标的数量， $|Q|$ 是中继点的数量，而 1 是仓库的数量。VCST-RCP 构建一个一次性稀疏中继干线与 $O(P^2 \log P)$ 。调度方案与取货批次数量 $K = \lceil N/C \rceil$ 成比例。配送路线使用最小生成树 – 前序启发式算法，每组呈近线性关系，在一个机器人服务于许多目标时最坏情况为 $O(N^2 \log N)$ 。

匈牙利分配基线是 $O(NM^2)$ 。Google OR-Tools

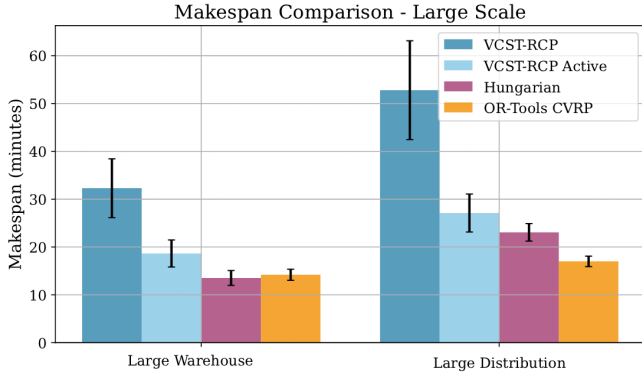


Fig. 6. 大规模 VCST-RCP 与基线的总完成时间比较。较深的条形显示总的完成时间（包括空闲等待），而较浅的条形显示活性工期，后者排除了空闲期，并隔离了移动和服务时间。结果显示，尽管 VCST-RCP 的总完成时间较高，但其保持了具有竞争力的实际执行时间，这表明延迟主要来源于同步开销而非过度的旅行或服务。

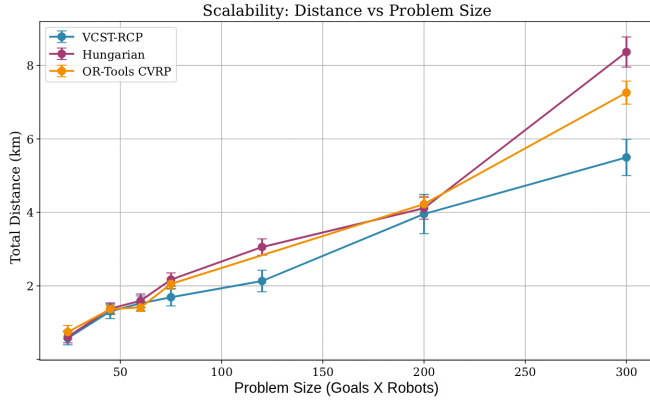


Fig. 7. 车队旅行距离随问题规模增大（以目标与机器人数量的乘积衡量）的可扩展性。VCST-RCP 一致相对匈牙利算法和 OR-Tools CVRP 减少总距离。在最大的测试规模下，VCST-RCP 达到相对于匈牙利算法的距离减少量为 **34%**（5.5 公里 vs. 8.4 公里）以及相对于 OR-Tools CVRP 的 **24%**（5.5 公里 vs. 7.2 公里），直接转化为较低的车队级能源消耗。

CVRP 依赖于元启发式搜索，其实例和参数相关的增长在 M [7], [39] 上呈超线性增长。总体而言，VCST-RCP 支付一次性的主干成本，然后主要随着 K 缩放（因此当 C 增加时减少），而基线直接优化路径，并且随着问题规模的增长产生更高的每波或搜索成本。

总结：这些结果共同表明，VCST-RCP 在各种规模下均实现了持续的节能和效率提升，唯一的权衡是在极端中继密集型环境中同步开销。通过 Steiner 中继干道集中运动，减少了冗余车队行驶，定位 VCST-RCP 为面向能源的多机器人配送的有效框架。重要的是，所有报告的距离减少相对于基线在统计上都是显著的（ $p < 10^{-3}$ ），强调了所观察到的改进在问题规模和容量范围内的稳健性。

VI. 结论

我们提出了 VCST-RCP，一个基于 Voronoi 约束的 Steiner 树中继规划框架，重新思考了多机器人系统如何协调进行大规模包裹投递。与直接分配策略不同，VCST-RCP 构建 Steiner 中继骨干，集中运动通过节能的核心路径，使机器人能够以更少的行驶距离完成更多的投递任务。跨规模的实验表明，车队行程显著减少（比匈牙利算法高出 34%，比 OR-Tools CVRP 高出 24%），同时包裹效率提升了 25 – 50%。由于地面机器人的能耗预算主要由移动决定，**船队距离直接代表能源消耗量**，使这些减少具有操作意义。即使在低容量环境下，这种收益依然保持，突显了该方法的鲁棒性。尽管中继在大规模场景下引入了时间开销，但分解的关键路径分析显示核心运动性能仍然具有竞争力，验证了效率与时间之间的权衡作为一项有意的设计选择。这些影响不仅限于包裹投递领域，还扩展到仓库物流、校园移动和搜救任务等领域，在这些领域中，可扩展的协调和能源意识至关重要。更广泛地说，这项研究将中继从次要考虑提升为多机器人规划的核心设计原则之一，使车队能够以更少的能量消耗实现规模化的平稳增长。

未来的工作将把 VCST-RCP 扩展到障碍物丰富的环境、异构机队以及能够预测中继同步的自适应调度，还包括在线包裹请求和多仓库设置。

REFERENCES

- [1] J. Jordan, “Robots are feeding the pack!,” Mar 2023.
- [2] M. Wu, C. F. Yeong, E. L. M. Su, W. Holderbaum, and C. Yang, “A review on energy efficiency in autonomous mobile robots,” *Robotic Intelligence and Automation*, vol. 43, no. 6, pp. 648–668, 2023.
- [3] H. W. Kuhn, “The hungarian method for the assignment problem,” *Naval research logistics quarterly*, vol. 2, no. 1-2, pp. 83–97, 1955.
- [4] T. K. Ralphs, L. Kopman, W. R. Pulleyblank, and L. E. Trotter, “On the capacitated vehicle routing problem,” *Mathematical programming*, vol. 94, no. 2, pp. 343–359, 2003.
- [5] T. Greenawalt, “Amazon has more than 750,000 robots that sort, lift, and carry packages-see them in action,” Oct 2024.
- [6] F. K. Hwang and D. S. Richards, “Steiner tree problems,” *Networks*, vol. 22, no. 1, pp. 55–89, 1992.
- [7] Google Developers, “Capacitated vehicle routing problem (cvrp) – google or-tools.” <https://developers.google.com/optimization/routing/cvrp>, 2025. Accessed: 2025-09-13.
- [8] M. Jünger, G. Reinelt, and G. Rinaldi, “The traveling salesman problem,” *Handbooks in operations research and management science*, vol. 7, pp. 225–330, 1995.

- [9] T. Bektas, "The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures," *omega*, vol. 34, no. 3, pp. 209–219, 2006.
- [10] P. Toth and D. Vigo, *The vehicle routing problem*. SIAM, 2002.
- [11] B. Eksioglu, A. V. Vural, and A. Reisman, "The vehicle routing problem: A taxonomic review," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 57, no. 4, pp. 1472–1483, 2009.
- [12] G. Sharon, R. Stern, A. Felner, and N. R. Sturtevant, "Conflict-based search for optimal multi-agent pathfinding," *Artificial intelligence*, vol. 219, pp. 40–66, 2015.
- [13] G. Sharon, R. Stern, M. Goldenberg, and A. Felner, "The increasing cost tree search for optimal multi-agent pathfinding," *Artificial intelligence*, vol. 195, pp. 470–495, 2013.
- [14] P. Surynek, A. Felner, R. Stern, and E. Boyarski, "Efficient sat approach to multi-agent path finding under the sum of costs objective," in *Proceedings of the twenty-second european conference on artificial intelligence*, pp. 810–818, 2016.
- [15] J. Yu and S. M. LaValle, "Multi-agent path planning and network flow," in *Algorithmic Foundations of Robotics X: Proceedings of the Tenth Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics*, pp. 157–173, Springer, 2013.
- [16] J. Gao, Y. Li, X. Li, K. Yan, K. Lin, and X. Wu, "A review of graph-based multi-agent pathfinding solvers: From classical to beyond classical," *Knowledge-Based Systems*, vol. 283, p. 111121, 2024.
- [17] O. Salzman and R. Stern, "Research challenges and opportunities in multi-agent path finding and multi-agent pickup and delivery problems," in *Proceedings of the 19th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*, pp. 1711–1715, 2020.
- [18] M. Barer, G. Sharon, R. Stern, and A. Felner, "Suboptimal variants of the conflict-based search algorithm for the multi-agent pathfinding problem," in *Proceedings of the International Symposium on Combinatorial Search*, vol. 5, pp. 19–27, 2014.
- [19] S. D. Han and J. Yu, "Ddm: Fast near-optimal multi-robot path planning using diversified-path and optimal sub-problem solution database heuristics," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 2, pp. 1350–1357, 2020.
- [20] M. Liu, H. Ma, J. Li, and S. Koenig, "Task and path planning for multi-agent pickup and delivery," in *Proceedings of the International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS)*, 2019.
- [21] H. Ma, J. Li, T. Kumar, and S. Koenig, "Lifelong multi-agent path finding for online pickup and delivery tasks," *arXiv preprint arXiv:1705.10868*, 2017.
- [22] B. D. Song, J. Kim, and J. R. Morrison, "Rolling horizon path planning of an autonomous system of uavs for persistent cooperative service: Milp formulation and efficient heuristics," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 84, no. 1, pp. 241–258, 2016.
- [23] X. Wang and H. Kopfer, "Rolling horizon planning for a dynamic collaborative routing problem with full-truckload pickup and delivery requests," *Flexible Services and Manufacturing Journal*, vol. 27, no. 4, pp. 509–533, 2015.
- [24] S. Kemna, J. G. Rogers, C. Nieto-Granda, S. Young, and G. S. Sukhatme, "Multi-robot coordination through dynamic voronoi partitioning for informative adaptive sampling in communication-constrained environments," in *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 2124–2130, IEEE, 2017.
- [25] A. K. Srivastava, G. P. Kontoudis, D. Sofge, and M. Otte, "Distributed multi-robot information gathering using path-based sensors in entropy-weighted voronoi regions," in *International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems*, pp. 286–299, Springer, 2022.
- [26] A. Munir, E. Latif, and R. Parasuraman, "Anchor-oriented localized voronoi partitioning for gps-denied multi-robot coverage," in *2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 3395–3402, IEEE, 2024.
- [27] J. Hu, H. Niu, J. Carrasco, B. Lennox, and F. Arvin, "Voronoi-based multi-robot autonomous exploration in unknown environments via deep reinforcement learning," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 69, no. 12, pp. 14413–14423, 2020.
- [28] W. Luo and K. Sycara, "Voronoi-based coverage control with connectivity maintenance for robotic sensor networks," in *2019 International Symposium on Multi-Robot and Multi-Agent Systems (MRS)*, pp. 148–154, IEEE, 2019.
- [29] J. Kim and H. I. Son, "A voronoi diagram-based workspace partition for weak cooperation of multi-robot system in orchard," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 20676–20686, 2020.
- [30] S.-K. Huang, W.-J. Wang, and C.-H. Sun, "A path planning strategy for multi-robot moving with path-priority order based on a generalized voronoi diagram," *Applied Sciences*, vol. 11, no. 20, p. 9650, 2021.
- [31] K. Lee and K. Lee, "Adaptive centroidal voronoi tessellation with agent dropout and reinsertion for multi-agent non-convex area coverage," *IEEE Access*, vol. 12, pp. 5503–5516, 2024.
- [32] V. G. Nair and K. Guruprasad, "Gm-vpc: An algorithm for multi-robot coverage of known spaces using generalized voronoi partition," *Robotica*, vol. 38, no. 5, pp. 845–860, 2020.
- [33] K. Guruprasad and P. Dasgupta, "Distributed voronoi partitioning for multi-robot systems with limited range sensors," in *2012 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems*, pp. 3546–3552, IEEE, 2012.
- [34] P. M. Dames, "Distributed multi-target search and tracking using the phd filter," *Autonomous robots*, vol. 44, no. 3, pp. 673–689, 2020.
- [35] E. Bakolas and P. Tsiotras, "The zermelo–voronoi diagram: A dynamic partition problem," *Automatica*, vol. 46, no. 12, pp. 2059–2067, 2010.
- [36] A. K. Srivastava, J. M. Levin, A. Derrico, and P. Dames, "DE-LIVER: A system for llm-guided coordinated multi-robot pickup and delivery using voronoi-based relay planning," *arXiv preprint arXiv:2508.19114*, 2025.
- [37] F. Kudo and K. Cai, "Anytime multi-task multi-agent pickup and delivery under energy constraint," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 9, pp. 10145–10152, Nov 2024.
- [38] R. Keith and H. M. La, "Review of autonomous mobile robots for the warehouse environment," *arXiv preprint arXiv:2406.08333*, 2024.

- [39] K. Bujel, F. Lai, M. Szczecinski, W. So, and M. Fernandez, “Solving high volume capacitated vehicle routing problem with time windows using recursive-dbscan clustering algorithm,” *arXiv preprint arXiv:1812.02300*, 2018.