

非线性协同弹群制导与寻的器受限拦截器

Lohitvel Gopikannan, Shashi Ranjan Kumar, *Senior Member, IEEE*, and Abhinav Sinha, *Senior Member, IEEE*

摘要—本文提出了一种用于同时拦截恒定速度、非机动目标的协作制导策略，针对只有部分拦截器配备机载寻的器这一现实场景。为克服由此产生的目标可观测性异质性问题，采用了固定时间分布式观测器，使无寻的器的拦截器能够利用来自装备有寻的器的代理和局部邻居的信息，在一个有向通信拓扑中估计目标状态。与传统策略通过线性化或小角度假设来近似剩余飞行时间不同，所提出的方法采用偏离追击制导方式，对于此类目标而言，其剩余飞行时间表达式是精确的。此外，利用高阶滑模一致性协议在有限时间内建立剩余飞行时间的一致性。通过仿真演示了所提出的制导和估计架构的有效性。

Index Terms—偏离追踪制导，协同制导，固定时间观测，联合估计与制导，撞击时间。

I. 介绍

现代拦截制导系统旨在确保精确的目标拦截，同时满足诸如固定撞击时间和撞击角度等终端性能标准。尽管这些目标在单拦截器交战中已被有效解决，但在实际操作平台上，受限的传感器覆盖范围、有限的反应时间和执行器饱和等问题可能会显著降低拦截可靠性。齐射引导提供了一种更稳健的替代方案，通过使多个拦截器协同参与目标攻击，从而提高拦截概率、冗余性和整体系统效率。齐射策略通常被分类为非合作型和合作型。前者指的是拦截器独立操作并具有固定撞击时间，而后者允许实时协调。由于缺乏拦截器之间的通信，前一种方法可能无法确保同时拦截，因为这会阻止在飞行过程中对撞击时间估计差异的校正。早期的研究旨在实现对静止目标的同时拦截，如

[1] 所述，多个拦截器被引导在预定撞击时间共同攻击一个目标。为了实现这一目标，在 [2] 中提出了积分滑模控制 (SMC) 技术来调节撞击时间。有限时间协调进一步在 [3] 中通过基于状态依赖黎卡提方程的引导策略进行了探索。为了解决非协作齐射的不足，一系列协作齐射策略在诸如 [2]、[4]、[5]、[6] 和 [7] 等工作中被开发出来，在这些策略中，拦截器实时交换剩余时间信息并通过分布式通信协议实现同步。在 [8] 中使用了个别撞击时间控制以实现齐射拦截，并通过集成预测拦截点 (PIP) 组件来进一步改进这一方法，从而拦截移动目标，如在 [9] 所示。类似的策略使用了领导者-跟随者方法和基于 PN 制导的时间到达估计，在 [4] 中提出，其中利用超扭曲滑模控制确保在较大的航向角误差下碰撞时间误差的有限时间收敛。请注意，PIP 是一个近似值，因此随后提出了几种其他拦截移动目标的策略。

与 PN 制导变体不同，在 [10]–[12] 中提出了偏离追踪方案下的时间约束拦截。不同于依赖剩余时间估计的基于 PN 制导的影响时间控制策略，偏离追踪制导倾向于对恒定速度目标进行精确的时间到去分析公式，通过调节偏转角度使精确的时间约束拦截成为可能，从而提高制导策略的准确性和鲁棒性。

值得注意的是，在当代文献（如前所述的工作及其引用）中，典型的协同齐射引导策略通常需要全面的目标信息来同步其命中时间值。从自主导向系统设计的角度来看，由于成本、重量和能耗的限制，在大规模交战中为所有拦截器配备机载寻的器通常是不可行的。一个可扩展且自主的架构将感知能力分配给一部分代理，而其余的拦截器则通过分布式信息融合和局部协调自主估算目标状态，从而无需机载寻的器运行。这使得在没有全面感知冗余的情况下实现分散决策和同步时间约束下的拦截成为可能。基于这些考虑，本

L. Gopikannan and S. R. Kumar are with the Intelligent Systems & Control (ISaC) Lab, Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, Mumbai 400076, India. (e-mails: 24m0023@iitb.ac.in, srk@aero.iitb.ac.in). A. Sinha is with the Guidance, Autonomy, Learning, and Control for Intelligent Systems (GALACxIS) Lab, Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, University of Cincinnati, OH 45221, USA. (e-mail: abhinav.sinha@uc.edu).

文研究了一种由异构访问目标状态信息特征的协同齐射引导场景，其中只有部分拦截器具备机载传感能力。其余代理采用固定时间分布式观测器来估算必要的相对交战变量，以便尽管存在感知不对称性仍能促进协同齐射。

II. 预备知识与问题表述

考虑一个涉及 n 个拦截器和单个以恒定速度 V_T 移动的目标的多代理追捕场景，如 figure 1 所示。拦截器的速度为 V_{M_i} ，对应于 i^{th} 拦截器，而相对于目标的相对距离和视线 (LOS) 角度分别为 r_i 和 θ_i 。目标的飞行路径角是 γ_T ，而 i^{th} 导弹的则是 γ_{M_i} 。 i^{th} 导弹拦截器通过其横向加速度 a_{M_i} 进行制导，而 δ_i 是其偏差角。

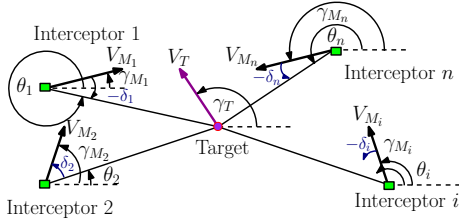


图 1: 合作多智能体参与。

因此，相对运动方程可表示为

$$V_{r_i} = \dot{r}_i = V_T \cos(\gamma_T - \theta_i) - V_{M_i} \cos \delta_i, \quad (1a)$$

$$V_{\theta_i} = r_i \dot{\theta}_i = V_T \sin(\gamma_T - \theta_i) - V_{M_i} \sin \delta_i, \quad (1b)$$

其中 $\delta_i = \gamma_{M_i} - \theta_i$ ，而 V_{r_i} 和 V_{θ_i} 分别是沿着和垂直于视线方向的相对速度分量。

假设 1. Only a subset of interceptors is equipped with onboard seekers, enabling them to directly measure the target state, while the remaining interceptors rely on inter-agent communication over a directed graph $\mathcal{G}$ to estimate the target state via local information exchange with neighboring agents.

假设 1 涉及一种异构传感架构，这是实现我们论文中提出的联合估计和制导方法的核心所在，使得整个拦截器团队能够有效协调，尽管存在部分可观测性问题。这使我们能够阐述本文所解决的主要问题。

问题 1. 受假设 1 约束，设计一种协同制导策略以确保同时拦截一个匀速运动的目标。

设计协同齐射制导策略可能需要控制拦截器的剩余时间。因此，我们建议利用偏差追踪制导作为基线，它提供了拦截器剩余时间 [10]

$$t_{go_i} = \frac{r_i (V_{r_i} + 2V_{M_i} \cos \delta_i - V_{\theta_i} \tan \delta_i)}{V_{M_i}^2 - V_T^2} \quad (2)$$

的精确表达式，针对以恒定速度移动的目标，为 i^{th} 拦截器撰写。请注意，(2) 需要相对距离和视轴角度等交战变量。向目标，这可能对无寻的拦截器不可用，因此， i^{th} 拦截器的合作制导指令必须基于此类变量的估计进行设计，这些估计构成了关于目标的信息。

为此，令拓扑结构感知由有向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 建模，其中节点集 $\mathcal{V} = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ 包含一个目标代理 v_0 和 n 个拦截器 v_1 到 v_n 。有向边集 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 捕获了通信拓扑结构，其中一条边 $e_{ij} \in \mathcal{E}$ 表示从代理 v_i 到代理 v_j 的一个定向信息链路。对于每个节点 $v_i \in \mathcal{V}$ ，入邻居集定义为 $\mathcal{N}_i = \{v_j \in \mathcal{V} \mid e_{ji} \in \mathcal{E}\}$ ，表示所有向 v_i 发送信息的代理。如果 $\mathcal{N}_i = \emptyset$ ，则代理被分类为领导者，否则为跟随者。在此背景下，目标 v_0 充当唯一的领导者（即它发送信息但不接收信息），而所有拦截器代理都作为跟随者。通信结构编码在邻接矩阵 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ 中，

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } e_{ji} \in \mathcal{E} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{and } a_{ii} = 0.$$

入度矩阵定义为 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_0, d_1, \dots, d_n\}$ ，其中每个对角线条目 $d_i = \sum_{j=0}^n a_{ij}$ 表示节点 v_i 的进入边的数量。相关的图拉普拉斯矩阵由 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$ 给出，Kronecker 积 $\otimes$ 被用于从标量图结构构造高维系统动力学。

假设 2 ([13]). 有向图 $\mathcal{G}$ 假定包含一个以目标 v_0 为根的有向生成树，然后相关的拉普拉斯矩阵可以表示为

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathcal{L}_{TI} & \mathcal{L}_{II} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中 $\mathcal{L}_{TI} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 捕捉了领导节点（目标）对每个跟随者（拦截器）的影响，而 $\mathcal{L}_{II} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是跟随子图的简化拉普拉斯矩阵。

引理 1. $\mathcal{L}_{II}$ 的特征值全部为正，使得 $0 < \text{Re}\{\lambda_1\} \leq \text{Re}\{\lambda_2\} \leq \dots \leq \text{Re}\{\lambda_n\}$ 。

引理 2 ([14]). 存在一个正定对角矩阵 $\bar{\mathcal{D}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ，使得加权拉普拉斯算子的对称部分满足 $\mathcal{L}_{II}^T \bar{\mathcal{D}} + \bar{\mathcal{D}} \mathcal{L}_{II} \succ 0$ 。

令 λ_m 表示 $\mathcal{L}_H^\top \bar{\mathcal{D}} + \bar{\mathcal{D}} \mathcal{L}_H$ 的最小特征值, 并定义一个缩放的对角矩阵 $\hat{\mathcal{D}} = \text{diag}(d_1, \dots, d_n) = \frac{2\bar{\mathcal{D}}}{\lambda_m}$, 则不等式 $\mathcal{L}_H^\top \hat{\mathcal{D}} + \hat{\mathcal{D}} \mathcal{L}_H \geq 2\mathbf{I}_n$ 成立。

令 $\mathcal{G}^a = (\mathcal{V}^a, \mathcal{E}^a)$ 表示执行图, 表示用于拦截器之间协调引导命令的交互拓扑。这里, $\mathcal{V}^a = \{v_1^a, \dots, v_n^a\}$ 仅由拦截节点组成, 而 $\mathcal{E}^a \subseteq \mathcal{V}^a \times \mathcal{V}^a$ 是不需要与 $\mathcal{G}$ 重合的有向边集合。与感知图不同, 作用图假设为无领导的。与 $\mathcal{G}^a$ 相关的拉普拉斯矩阵由 L_I 给出。

引理 3 ([15]). 考虑动力系统 $\dot{x}(t) = g(t, x(t))$, $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$, 假设存在一个连续可微函数 $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, 使得 $V(x)$ 是正定的、径向无界的函数, 并且满足 $V(x) = 0$ 当且仅当 $x \in M \subset \mathbb{R}^n$ 。若不等式 $\dot{V}(x) \leq -(aV(x)^m + bV(x)^n)^k$ 对某些常数 $a, b, m, n, k > 0$ 的任意解 $x(t)$ 成立, 其中 $mk < 1$ 和 $nk > 1$, 则集合 M 具有全局固定时间稳定性, 并且对于任何初始条件 $x_0 \in \mathbb{R}^n$, 收敛时间 $T(x_0)$ 满足上限 $T(x_0) \leq \frac{1}{a^k(1-mk)} + \frac{1}{b^k(nk-1)}$ 。

引理 4. 设 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n \in \mathbb{R}$, 和 $p \in \mathbb{R}_+$ 。如果 $0 < p \leq 1$, 则 $(\sum_{i=1}^n |\rho_i|)^p \leq \sum_{i=1}^n |\rho_i|^p \leq n^{1-p} (\sum_{i=1}^n |\rho_i|)^p$ 。如果 $p > 1$, 那么 $\sum_{i=1}^n |\rho_i|^p \leq (\sum_{i=1}^n |\rho_i|)^p \leq n^{p-1} \sum_{i=1}^n |\rho_i|^p$ 。

III. 联合估计与引导框架

回忆一下, 设计协同齐射制导可能需要控制交战持续时间, 并且 (2) 包含通常不是所有拦截器都能访问的交战变量。根据假设 1, 无寻的器拦截器必须估计相关的交战变量。为此, 我们将目标状态视为其在惯性帧中的位置 (X_T, Y_T) 和速度 $(\dot{X}_T, \dot{Y}_T)$, 使得目标状态动力学可以写为

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} \implies \begin{bmatrix} \dot{X}_T \\ \dot{Y}_T \\ \ddot{X}_T \\ \ddot{Y}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ \dot{X}_T \\ \dot{Y}_T \end{bmatrix}. \quad (4)$$

令 i^{th} 拦截器观测到的 $\mathbf{z}$ 的估计值为 $\hat{\mathbf{z}}^i$, 并设 $\boldsymbol{\eta}^i$ 为代理间相对估计误差。跟随 [14], 每个拦截器用于估计 $\mathbf{z}$ 的固定时间分布式观测器由下式给出:

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}}^i = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}^i - k_1\boldsymbol{\eta}^i - k_2\text{sig}^\alpha \boldsymbol{\eta}^i - k_3\text{sig}^\beta \boldsymbol{\eta}^i, \quad (5)$$

其中 $\text{sig}^{(*)}(\cdot) = |\cdot|^{(*)}\text{sign}(\cdot)$, $k_1, k_2, k_3, \alpha, \beta$ 是满足 $k_1, k_2, k_3 > 0, \alpha \in (0, 1), \beta > 1$ 设计参数条件的值, 以及

$$\boldsymbol{\eta}^i = a_{i0}(\hat{\mathbf{z}}^i - \mathbf{z}) + \sum_{j=1}^n a_{ij}(\hat{\mathbf{z}}^i - \hat{\mathbf{z}}^j). \quad (6)$$

定理 1. 考虑由 (1) 描述的合作目标拦截, 其中只有部分拦截器可以直接访问目标状态。让每个拦截器在一个有向感知图 $\mathcal{G}$ 上实现一个分布式观测器。然后, 在观测器动态 (5) 下, i^{th} 拦截器的局部估计在固定时间 T_s 内收敛到真实的目标状态, 无论其初始估计如何, 即

$$\lim_{t \rightarrow T_s} (\hat{\mathbf{z}}^i(t) - \mathbf{z}(t)) = 0. \quad (7)$$

证明. 我们在此后采用向量-矩阵符号以简化证明。记为 $\hat{\mathbf{z}} = [\hat{\mathbf{z}}^1, \dots, \hat{\mathbf{z}}^n]^\top$ 和 $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}^1, \dots, \boldsymbol{\eta}^n]^\top$, 并定义 $\boldsymbol{\delta}^i = k_1\boldsymbol{\eta}^i + k_2\text{sig}^\alpha \boldsymbol{\eta}^i + k_3\text{sig}^\beta \boldsymbol{\eta}^i$ 使得 $\boldsymbol{\delta} = [\boldsymbol{\delta}^1, \dots, \boldsymbol{\delta}^n]^\top$ 。然后, 可以将 (5) 表达为

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A})\hat{\mathbf{z}} - (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{I}_4)\boldsymbol{\delta}. \quad (8)$$

定义 i^{th} 拦截器的局部估计误差为 $\tilde{\mathbf{z}}^i = \hat{\mathbf{z}}^i - \mathbf{z}$, 使得 $\tilde{\mathbf{z}} = [\tilde{\mathbf{z}}^1, \dots, \tilde{\mathbf{z}}^n]^\top$ 。然后,

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}} = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A})\tilde{\mathbf{z}} - (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{I}_4)\boldsymbol{\delta}. \quad (9)$$

由 (6) 可知 $\boldsymbol{\eta} = (\mathcal{L}_H \otimes \mathbf{I}_4)\tilde{\mathbf{z}}$, 其动力学变为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A})\boldsymbol{\eta} - (\mathcal{L}_H \otimes \mathbf{I}_4)\boldsymbol{\delta}. \quad (10)$$

现在, 考虑一个李亚普诺夫函数候选者

$$V(\boldsymbol{\eta}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_2 d_i}{1+\alpha} \|\boldsymbol{\eta}^i\|_{1+\alpha}^{1+\alpha} + \frac{k_3 d_i}{1+\beta} \|\boldsymbol{\eta}^i\|_{1+\beta}^{1+\beta} \right) + \frac{k_1 \boldsymbol{\eta}^\top (\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{I}_4) \boldsymbol{\eta}}{2}, \quad (11)$$

其时间导数为

$$\dot{V}(\boldsymbol{\eta}) = \sum_{i=1}^n (k_2 d_i \text{sig}^\alpha \boldsymbol{\eta}^i + k_3 d_i \text{sig}^\beta \boldsymbol{\eta}^i)^\top \boldsymbol{\eta}^i + k_1 \boldsymbol{\eta}^\top (\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{I}_4) \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (12)$$

并且可以简化为

$$\dot{V}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\delta}^\top (\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{A}) \boldsymbol{\eta} - \frac{\boldsymbol{\delta}^\top \left[(\mathcal{L}_H^\top \hat{\mathcal{D}} + \hat{\mathcal{D}} \mathcal{L}_H) \otimes \mathbf{I}_4 \right] \boldsymbol{\delta}}{2}. \quad (13)$$

利用杨氏不等式和 Lemma 2 中的结果, (13) 的表达式可以进一步简化为

$$\dot{V}(\eta) \leq \frac{1}{2}(\|\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{A}\|^2 \|\eta\|^2 - \|\delta\|^2). \quad (14)$$

由于 $k_1, k_2, k_3 > 0$, 并且项 $k_1 \eta^i, k_2 \text{sig}^\alpha \eta^i$ 和 $k_3 \text{sig}^\beta \eta^i$ 相对于 η^i 都是符号保持的, 向量 δ 的每个分量都与其对应的 η^i 分量保持相同的符号, 确保了方向一致性, 这有助于根据 $\|\eta\|$ 推导出 $\|\delta\|^2$ 的构造性下界。因此, 可以写出

$$\begin{aligned} \|\delta\|^2 &= \sum_{i=1}^n \|k_1 \eta^i + k_2 \text{sig}^\alpha \eta^i + k_3 \text{sig}^\beta \eta^i\|^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\|k_1^2 \eta^i\|^2 + k_2^2 \|\eta^i\|_{2\alpha}^{2\alpha} + k_3^2 \|\eta^i\|_{2\beta}^{2\beta} \right. \\ &\quad \left. + 2k_1 k_2 \|\eta^i\|_{1+\alpha}^{1+\alpha} + 2k_2 k_3 \|\eta^i\|_{1+\beta}^{1+\beta} + 2k_1 k_3 \|\eta^i\|_{\alpha+\beta}^{\alpha+\beta} \right) \\ &\geq \sum_{i=1}^n k_1^2 \|\eta^i\|^2 + \sum_{i=1}^n k_2^2 \|\eta^i\|_{2\alpha}^{2\alpha} + \sum_{i=1}^n k_3^2 \|\eta^i\|_{2\beta}^{2\beta}. \end{aligned} \quad (15)$$

结合设计参数 α, β 的约束条件, 从 Lemma 4 的结果可知 $\sum_{i=1}^n \|\eta^i\|_{2\alpha}^{2\alpha} \geq (\sum_{i=1}^n \|\eta^i\|^2)^\alpha = (\|\eta\|^2)^\alpha$ 和 $\sum_{i=1}^n \|\eta^i\|_{2\beta}^{2\beta} \geq \sum_{i=1}^n \frac{1}{(4n)^{\beta-1}} (\|\eta^i\|^2)^\beta = \frac{1}{(4n)^{\beta-1}} (\|\eta\|^2)^\beta$ 。

通过将 (15) 和上述关系代入 (14), 可以将 $\dot{V}(\eta)$ 表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}(\eta) &\leq -\frac{1}{2}(k_1^2 - \|\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{A}\|^2) \|\eta\|^2 - \frac{k_2^2}{2} (\|\eta\|^2)^\alpha \\ &\quad - \frac{k_3^2}{2(4n)^{\beta-1}} (\|\eta\|^2)^\beta \\ &\leq -k(\|\eta\|^2 + (\|\eta\|^2)^\alpha + (\|\eta\|^2)^\beta), \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $k = \min \left\{ \frac{1}{2}(k_1^2 - \|\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{A}\|^2), \frac{k_2^2}{2}, \frac{k_3^2}{2(4n)^{\beta-1}} \right\} > 0$ 。注意 (11) 中的项, 其关系

$$\sum_{i=1}^n \frac{k_2 d_i}{1+\alpha} \|\eta^i\|^{1+\alpha} \leq \frac{k_2 d_{\max}(4n)^{\frac{1-\alpha}{2}}}{1+\alpha} (\|\eta\|^2)^{\frac{1+\alpha}{2}}, \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{k_3 d_i}{1+\beta} \|\eta^i\|^{1+\beta} \leq \frac{k_3 d_{\max}}{1+\beta} (\|\eta\|^2)^{\frac{1+\beta}{2}}, \quad (18)$$

其中 $d_{\max} = \max\{d_1, \dots, d_n\}$, 也从 Lemma 4 得出, 因为 $\alpha \in (0, 1)$ 和 $\beta > 1$ 。

由关系式 (17)-(18), $\eta^\top (\hat{\mathcal{D}} \otimes \mathbf{I}_4) \eta \leq \lambda_{\max}(\hat{\mathcal{D}}) \|\eta\|^2$, 结果在 Lemma 4 中, 以及由于 $0 < \frac{2\alpha}{1+\alpha} < 1$, 可知

$$V^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} \leq c_\alpha \left((\|\eta\|^2)^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} + (\|\eta\|^2)^\alpha + (\|\eta\|^2)^{\frac{\alpha(1+\beta)}{1+\alpha}} \right), \quad (19)$$

使得 $c_\alpha = \max \left\{ \left(\frac{k_1 d_{\max}}{2} \right)^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}}, \left[\frac{k_2 d_{\max}(4n)^{\frac{1-\alpha}{2}}}{1+\alpha} \right]^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}}, \left[\frac{k_3 d_{\max}}{1+\beta} \right]^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} \right\}$ 。如 $\alpha < \frac{2\alpha}{1+\alpha} < 1$, $\alpha < \frac{\alpha(1+\beta)}{1+\alpha} < \beta$ 所示,

$$(\|\eta\|^2)^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} \leq \|\eta\|^2 + (\|\eta\|^2)^\alpha, \quad (20)$$

$$(\|\eta\|^2)^{\frac{\alpha(1+\beta)}{1+\alpha}} \leq (\|\eta\|^2)^\alpha + (\|\eta\|^2)^\beta, \quad (21)$$

导致

$$V^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} \leq c_\alpha (\|\eta\|^2 + 3(\|\eta\|^2)^\alpha + (\|\eta\|^2)^\beta). \quad (22)$$

类似地, 可以得到

$$V^{\frac{2\beta}{1+\beta}} \leq c_\beta \left((\|\eta\|^2)^\beta + (\|\eta\|^2)^{\frac{2\beta}{1+\beta}} + (\|\eta\|^2)^{\frac{\beta(1+\alpha)}{1+\beta}} \right), \quad (23)$$

其中 $c_\beta = 3^{\frac{\beta-1}{\beta+1}} \max \left\{ \left(\frac{k_1 d_{\max}}{2} \right)^{\frac{2\beta}{1+\beta}}, \left[\frac{k_2 d_{\max}(4n)^{\frac{1-\alpha}{2}}}{1+\alpha} \right]^{\frac{2\beta}{1+\beta}}, \left[\frac{k_3 d_{\max}}{1+\beta} \right]^{\frac{2\beta}{1+\beta}} \right\}$ 使用了 Lemma 4 中的结果和关系 $\beta > 1, 1 < \frac{2\beta}{1+\beta} < \beta$ 以及 $\alpha < \frac{\beta(1+\alpha)}{(1+\beta)} < \beta$ 。此外, 还有一下关系

$$(\|\eta\|^2)^{\frac{2\beta}{1+\beta}} \leq \|\eta\|^2 + (\|\eta\|^2)^\beta, \quad (24)$$

$$(\|\eta\|^2)^{\frac{\beta(1+\alpha)}{1+\beta}} \leq (\|\eta\|^2)^\beta + (\|\eta\|^2)^\alpha. \quad (25)$$

因此, 可以写成

$$V^{\frac{2\beta}{1+\beta}} \leq c_\beta (\|\eta\|^2 + 3(\|\eta\|^2)^\beta + (\|\eta\|^2)^\alpha). \quad (26)$$

结合 (22) 和 (26), 我们得到,

$$\frac{1}{4c_\alpha} V^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} + \frac{1}{4c_\beta} V^{\frac{2\beta}{1+\beta}} \leq (\|\eta\|^2 + (\|\eta\|^2)^\alpha + (\|\eta\|^2)^\beta), \quad (27)$$

这可以用来简化 $\dot{V}(\eta)$ 到

$$\dot{V}(\eta) \leq \frac{k}{4} \left(-\frac{V^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}}}{c_\alpha} - \frac{V^{\frac{2\beta}{1+\beta}}}{c_\beta} \right) \quad (28)$$

由 Lemma 3 可知, 系统在 (28) 中具有固定时间稳定性, 收敛时间的上限为

$$T_s \leq \frac{4c_\alpha(1+\alpha)}{k(1-\alpha)} + \frac{4c_\beta(1+\beta)}{k(\beta-1)}. \quad (29)$$

这实际上意味着 $\lim_{t \rightarrow T_s} \eta = 0$ 。回忆一下, $\eta = (\mathcal{L}_{II} \otimes \mathbf{I}_4) \tilde{\mathbf{z}}$, 并且由于 $\mathcal{L}_{II}$ 是非奇异的, 因此可以推断出 $\lim_{t \rightarrow T_s} \tilde{\mathbf{z}} = 0$ 。等价地, $\lim_{t \rightarrow T_s} (\tilde{\mathbf{z}}^i(t) - \mathbf{z}(t)) = 0$ 和 $\tilde{\mathbf{z}}^i(t) - \mathbf{z}(t) = 0, \forall t \geq T_s$ 。这完成了证明。 $\square$

估计的交战变量, 即由 i^{th} 拦截器计算的距离 $\hat{r}_i$ 和视线角度 $\hat{\theta}_i$ 为:

$$\hat{r}_i = \sqrt{(\hat{X}_{T_i} - X_{I_i})^2 + (\hat{Y}_{T_i} - Y_{I_i})^2} \quad (30)$$

$$\hat{\theta}_i = \arctan \frac{\hat{Y}_{T_i} - Y_{I_i}}{\hat{X}_{T_i} - X_{I_i}}, \quad (31)$$

而目标的航向角通过下式确定:

$$\hat{\gamma}_{T_i} = \arctan \frac{\dot{Y}_{T_i}}{\dot{X}_{T_i}}. \quad (32)$$

对于制导设计, 相对运动方程现在用估计的交战变量表示, 即:

$$\hat{V}_{r_i} = \hat{V}_{T_i} \cos(\hat{\gamma}_{T_i} - \hat{\theta}_i) - V_{M_i} \cos \hat{\delta}_i, \quad (33a)$$

$$\hat{V}_{\theta_i} = \hat{V}_{T_i} \sin(\hat{\gamma}_{T_i} - \hat{\theta}_i) - V_{M_i} \sin \hat{\delta}_i, \quad (33b)$$

其中剩余时间 (2) 调整为:

$$t_{\text{go}_i} = \frac{\hat{r}_i \left(\hat{V}_{r_i} + 2V_{M_i} \cos \hat{\delta}_i - \hat{V}_{\theta_i} \tan \hat{\delta}_i \right)}{V_{M_i}^2 - \hat{V}_{T_i}^2}. \quad (34)$$

引理 5. 时间至结束 (34) 的动态对于 i^{th} 拦截器而言, 基于估计的交战变量, 相对于其横向加速度具有一个相对阶数。

证明. 通过对 (34) 关于时间进行微分并使用 (33), 可以得到

$$\dot{t}_{\text{go}_i} = -1 + \frac{\hat{V}_{\theta_i}^2 \sec^2 \hat{\delta}_i}{V_{M_i}^2 - \hat{V}_{T_i}^2} - \frac{\hat{r}_i \hat{V}_{\theta_i} \sec^2 \hat{\delta}_i}{V_{M_i} (V_{M_i}^2 - \hat{V}_{T_i}^2)} a_{M_i} \quad (35)$$

这表明 a_{M_i} 出现在 t_{go_i} 的一阶导数中。□

定义共同同时拦截的时间误差对于 i^{th} 拦截器, 如下所示:

$$e_i = t_{\text{go}_i} - t_{\text{go}_d}, \quad (36)$$

其中期望的剩余时间 t_{go_d} 不需要明确知道, 但随着交战过程的发展, 拦截器将协同决定一个共同值。请注意, 分布式制导命令必须确保拦截器的剩余时间值达成共识, 这相当于说误差变量 (36) 必须达成一致, 因为对于任意一对拦截器 i, j 而言都有 $t_{\text{go}_i} - t_{\text{go}_j} = e_i - e_j$ 。此外, 为了保证协同齐射, 这个误差最终必须减少到零。为此, 我们在下一个定理中提出了拦截器 i^{th} 的制导命令。

定理 2. 考虑由 (1) 描述的合作目标打击, 其中只有拦截器的一个子集可以直接访问目标状态, 并且剩余时间是 (34)。在一个有向执行图 $\mathcal{G}^a$ 上, 每个拦截器合作地交换其制导命令

$$a_{M_i} = V_{M_i} \dot{\hat{\theta}}_i + \left[\frac{V_{M_i} (V_{M_i}^2 - \hat{V}_{T_i}^2) \cos^2 \hat{\delta}_i}{\hat{r}_i \hat{V}_{\theta_i}} \right] \times \left(\Lambda_1 |s_i|^{1/2} \text{sign}(s_i) - v_i(t) \right), \quad (37)$$

, 其中 $s_i = \sum_{j=1}^n [\mathcal{L}_I]_{ij} e_j$, $\dot{v}_i(t) = -\Lambda_2 \text{sign}(s_i)$ 对于某些 $\Lambda_1, \Lambda_2 > 0$ 。然后, 根据命令 (37), 拦截器在有限的时间 T_c 内对其剩余时间值达成共识, 并在交战期间共同决定的时间同时拦截移动目标。

证明. 由于篇幅限制, 我们省略了详细步骤, 但读者可以参考 [4], [12] 获取在不同图拓扑结构和不同共识时间值下合作连射引导策略的推导过程。□

在到达时间的一致性建立之后, $s_i = 0$, 因此, $a_{M_i} = V_{M_i} \dot{\hat{\theta}}_i$, 这是一个追击引导项。此外, 当 $t \rightarrow T_s$, $\dot{\hat{\theta}}_i \rightarrow \dot{\theta}_i$ 时, 所有估计的交战变量也是如此。因此, 在一个可以接受的短暂过渡期 (取决于 T_s 和 T_c) 后, 拦截器达到其所需的航线以同时拦截目标。同时, $s_i = 0$ 也意味着 $\dot{\hat{\delta}}_i = 0$, 即偏差角在稳态下固定。

IV. 模拟

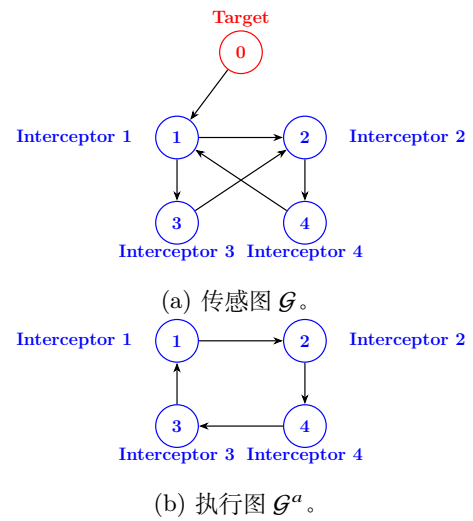


图 2: 拦截器的网络拓扑结构。

考虑一个涉及一个目标和四个拦截器 (标记为 I1 至 I4) 的交战场景, 其中只有 I1 配备了寻标器并

可以直接追踪目标，其余拦截器没有配备寻标器。感知拓扑结构 $\mathcal{G}$ 在图 figure 2a 中展示，执行图 $\mathcal{G}^a$ 显示在图 figure 2b 中。目标从 (14000,0) 米处发射，航向角为 120° ，速度为 500 米/秒。拦截器的速度是异质的，取为 $\begin{bmatrix} 580 & 590 & 600 & 580 \end{bmatrix}$ 米/秒，而它们的初始航向角是 $\begin{bmatrix} 15^\circ & 20^\circ & 30^\circ & 35^\circ \end{bmatrix}$ ，初始位置是 $\begin{bmatrix} (4.5, 0) & (6, 0) & (7, 0) & (8, 0) \end{bmatrix} \times 10^3$ 米。假设拦截器在执行器约束下工作，这些约束限制了其最大可达到的横向加速度为 $40g$ (g 是重力加速度)。对于 I1 的初始观测估计是用真实目标状态加上随机扰动初始化的，而其余拦截器的初始估计则是随意分配的。观测增益设置为 $k_1 = 0.9$ 、 $k_2 = 4$ 和 $k_3 = 5$ 。参数 α 和 β 分别选择为 0.93 和 1.3。控制器增益 Λ_1 和 Λ_2 分别设置为 5 和 10。

figure 3 描述了一个场景，在这种情况下，拦截器在信息不完全的情况下于 17.27 秒时对移动目标实现了协同同时拦截。拦截器从不同位置发射 (figure 3a)，其中只有 I1 拥有关于目标状态的知识。其余的拦截器没有导引头，并依赖于根据 $\mathcal{G}$ 由 I1 分布式估算目标状态。可以从 figure 3b 观察到，尽管存在这种信息不对称性，拦截器在有限时间内（大约 2.2 秒）就达成了一致的时间至达到所需几何形状以实现同时拦截的目标。每个拦截器的横向加速度和偏航角如 figure 3c 所示，在时间至达成一致之前，偏航角会发生变化且初始时横向加速度需求更高。一旦观测误差在相同时间 (figure 3d) 左右降至零并实现了时间至的一致性，则偏航角度固定。在 figure 3d 中， $\tilde{\mathbf{r}}_T = \begin{bmatrix} \tilde{X}_T & \tilde{Y}_T \end{bmatrix}$ 和 $\tilde{\mathbf{v}}_T = \begin{bmatrix} \tilde{\dot{X}}_T & \tilde{\dot{Y}}_T \end{bmatrix}$ 被发现迅速收敛到零。

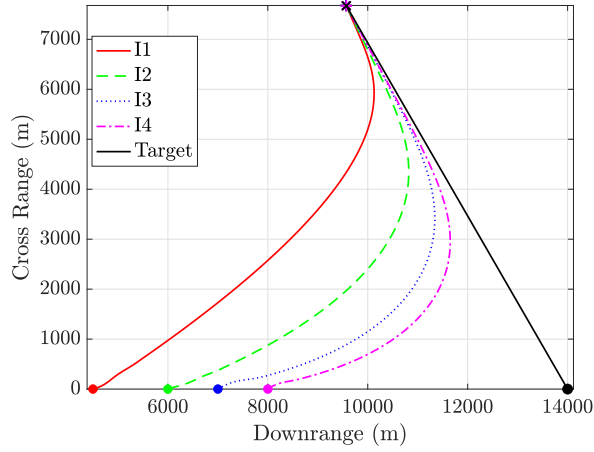
为了进一步评估所提出方法的有效性，figure 4 中的结果显示了一种当交战几何发生变化的情况。目标航向角更改为 150° 。拦截器现在的初始航向角度为 $\begin{bmatrix} -15^\circ & -10^\circ & 20^\circ & 25^\circ \end{bmatrix}$ ，它们的初始位置是 $\begin{bmatrix} (6, 0.5) & (6, 1) & (6.5, -0.5) & (6.5, -1.0) \end{bmatrix} \times 10^3$ 米。可以观察到，尽管初始配置有所变化，但观测误差收敛时间和剩余时间的一致性时间并没有显著差异。然而，这种交战几何的变化导致了一个不同的最终值大约为 12.57 秒的同时拦截，这比 figure 3 所示的情况更早。

V. 结论与未来工作

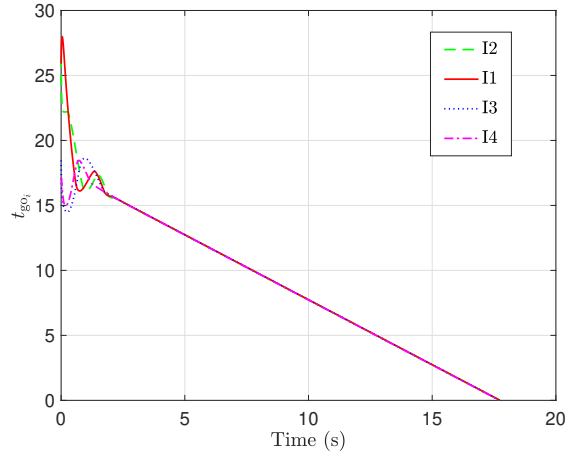
在本文中，我们开发了一种时间协调拦截恒定速度、非机动目标的合作制导架构，在异构感知能力下实现这一目标。通过将固定时分布式观测器与源自偏离追踪引导的精确剩余时间公式相结合，所提出的策略使无导引头拦截器能够仅使用局部通信来估计目标状态并同步撞击时间。高阶滑模共识协议确保了对拦截剩余时间在有限时间内达成一致，避免了基于平均或线性化方法的局限性。该方法保证了在现实感知和通信约束下同时拦截。未来的研究将探讨对具有不确定动态、时变通信拓扑结构和随机干扰的机动目标进行扩展。

参考文献

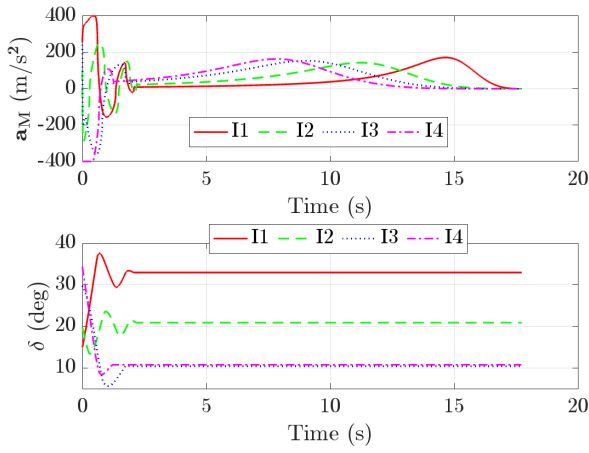
- [1] I.-S. Jeon, J.-I. Lee, and M.-J. Tahk, "Homing guidance law for cooperative attack of multiple missiles," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 33, no. 1, pp. 275–280, 2010.
- [2] J. Zhou and J. Yang, "Distributed guidance law design for cooperative simultaneous attacks with multiple missiles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, no. 10, pp. 2439–2447, 2016.
- [3] R. V. Nanavati, S. R. Kumar, and A. Maity, "Nonlinear simultaneous interception guidance strategies for stationary targets," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 43, no. 1, pp. 154–161, 2020.
- [4] A. Sinha and S. R. Kumar, "Supertwisting control-based cooperative salvo guidance using leader – follower approach," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 56, no. 5, pp. 3556–3565, 2020.
- [5] A. Sinha, D. Mukherjee, and S. R. Kumar, "Deviated pursuit based cooperative simultaneous interception against moving targets," in *American Control Conference (ACC)*, 2020, pp. 3796–3801.
- [6] S. R. Kumar and D. Mukherjee, "Cooperative salvo guidance using finite-time consensus over directed cycles," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 56, no. 2, pp. 1504–1514, 2020.
- [7] A. Sinha, S. R. Kumar, and D. Mukherjee, "Consensus based nonlinear guidance for cooperative salvo," in *ICC*, 2019, pp. 367–372.
- [8] D. Cho, H. J. Kim, and M.-J. Tahk, "Nonsingular sliding mode guidance for impact time control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, no. 1, pp. 61–68, 2016.
- [9] S. R. Kumar and D. Ghose, "Impact time guidance for large heading errors using sliding mode control," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 51, no. 4, pp. 3123–3138, 2015.
- [10] S. R. Kumar and D. Mukherjee, "Deviated pursuit based interception at a priori fixed time," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 42, no. 9, pp. 2124–2131, 2019.



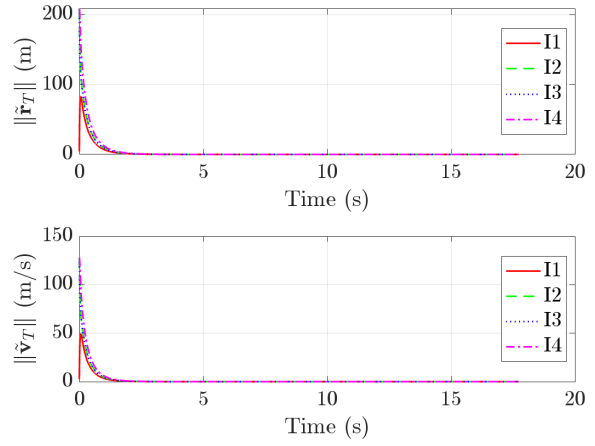
(a) 轨迹。



(b) 剩余时间。



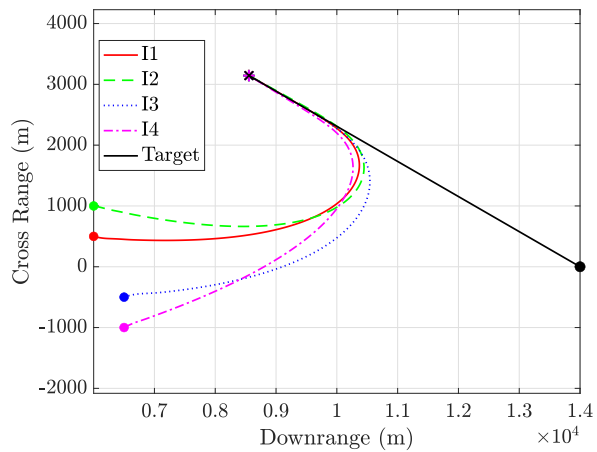
(c) 横向加速度和偏转角度。



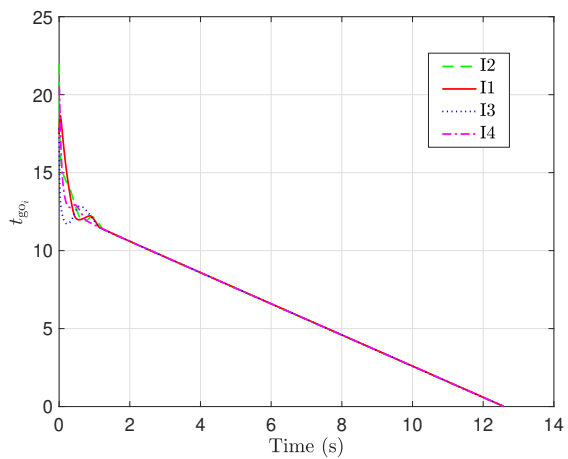
(d) 观测误差。

图 3: 所提出方法在典型情况下的性能。

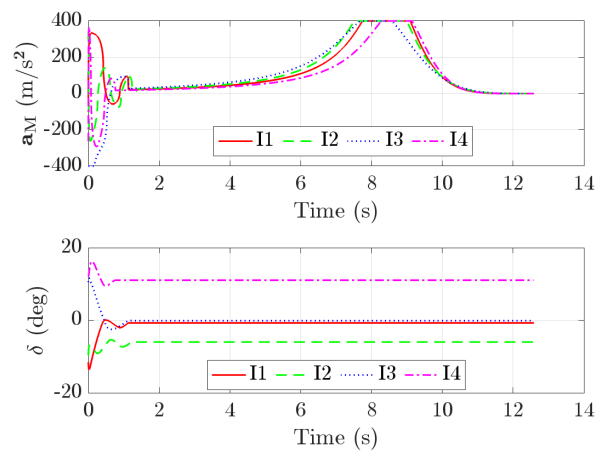
- [11] H. U. Bishwash, A. Sinha, and S. R. Kumar, "Deviated pursuit based nonlinear impact-time guidance with finite-time convergence," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 1, pp. 93–98, 2020, aCODS.
- [12] A. Sinha, D. Mukherjee, and S. R. Kumar, "Consensus-driven deviated pursuit for guaranteed simultaneous interception of moving targets," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 1–12, 2025.
- [13] J. Chen, H. Mei, Z. Shi, and Y. Zhong, "Robust formation tracking control for noncooperative heterogeneous multiagent systems," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 54, no. 10, pp. 5661–5671, 2024.
- [14] Y. Dong and Z. Chen, "Fixed-time synchronization of networked uncertain euler – lagrange systems," *Automatica*, vol. 146, p. 110571, 2022.
- [15] A. Polyakov, "Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 8, pp. 2106–2110, 2012.



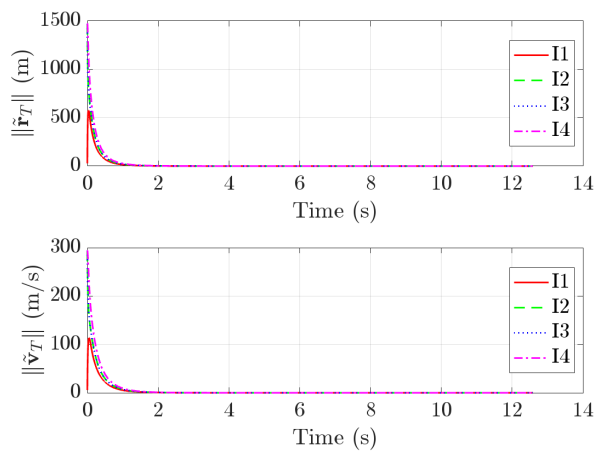
(a) 轨迹。



(b) 剩余时间。



(c) 侧向加速度和偏转角度。



(d) 观测误差。

图 4: 所提方法在不同交联几何条件下的性能。