

热力学揭示了暗物质星系晕的本质

A. Aceña,¹ J. Barranco,² A. Bernal,^{2,3} and E. López⁴

¹*Instituto Interdisciplinario de Ciencias Básicas,
CONICET, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales,
Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina*

²*Departamento de Física, División de Ciencias e Ingenierías
Campus León, Universidad de Guanajuato, León 37150, México*

³*Instituto de Física, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 58040 Morelia, Michoacán, México*

⁴*Observatorio Astronómico de Quito y Departamento de Física de la
Facultad de Ciencias, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador*

在球对称性中，引力势由旋转速度剖面唯一决定。众多星系显示出一种普遍的速度剖面，从中推断出一个普遍的引力剖面。将暗物质视为理想气体、费米气体或玻色子气体时，只有后者能够产生与观测一致的引力剖面，以及温度剖面向外降低的分布。这要求玻色子的质量低于 $43 \text{ eV}/c^2$ 的某个阈值。此外，确保声速小于光速会产生玻色子质量的下限。

介绍：当前的宇宙学模型表明暗物质 (DM) 是宇宙中物质的主要组成部分 [1–3]。DM 在解释星系的动力学、大尺度结构形成以及宇宙的宇宙学演化方面起着基础性作用 [4, 5]。其存在仅通过引力相互作用推断出来。然而，证明其在地球上的实验存在的愿望导致了这样的假设：除了纯粹的引力之外，DM 与重子物质之间应该存在某种相互作用。这一想法激发了大量的大质量粒子候选者来解释暗物质，并且还解决了粒子物理标准模型的一些问题。举例来说有：无能中微子 [6]、轴子和轻玻色子 [7]、中性子、奇异网、Q 球、弱相互作用大质量粒子 (WIMPs) [8, 9] 以及次 GeV 大质量暗物质粒子 (MeV DM)。四十多年来，这些候选体一直通过直接探测实验 [10–12]、间接搜索 [13–15] 以及大型强子对撞机 [16, 17] 进行搜寻和测试，但均未发现成果。所有这些实验都排除了大多数提供可能的与重子物质有引力以外相互作用的暗物质候选体模型。同样地，宏大的物体如 MaCHOs [18] 以及原初黑洞作为暗物质主要成分的可能性已被研究并被否定。

另一方面，通过忽略暗物质与重子物质的相互作用，所谓的冷暗物质 (CDM) 范式 [19] 成功地描述了宇宙尺度上的暗物质动力学。对于该模型而言，暗物质候选物是一种通用的几乎无碰撞/无压力的粒子。通过数值模拟，CDM 再现了跨越巨大红移范围的宇宙结构。然而，不可能从这些模拟中确定暗物质的基本性质。此外，这样的模拟在小尺度上预测存在子结构过剩 [20] 和一个理论密度剖面 [21]，该剖面遭受所谓的核心-尖

峰问题。CDM 面临的另一个重要挑战是，从对数千个星系的观测推断出的通用旋转曲线与 CDM 预测的一个相矛盾 [5, 22]。

面对这场危机，需要一种基于观测的新类型调查 [23]。例如，通过系统性研究恒星动力学。有足够的高精度银河旋转曲线 (RC) 和团簇及椭圆/矮星系的色散速度数据，使得星系成为可以提取暗物质属性的理想天然实验室。值得注意的是，对于暗物质可能的状态方程的严格限制来自对 RC [24, 25] 的分析，而不是来自宇宙学调查的高精度数据 [26–29]。遵循这一方法，在这项工作中，通过 RC 设置暗物质粒子的属性。我们的假设是暗物质可以被建模为一种形成自引力结构并在流体静力平衡中的流体，其扮演星系晕的角色，并且我们忽略重子物质的自引力，发光物质作为对晕引力势的示踪剂。这个最后的假设特别适用于低面亮度 (LSB) 星系，这些星系似乎完全由暗物质主导，即使是在内部区域 [30]。作为暗物质流体，研究了理想气体、费米子气体和玻色子气体。在每种情况下，我们计算与 RC 一致的晕中暗物质温度分布。从热力学的角度来看，期望随着银河半径增加，温度分布下降。发现只有对于玻色子气体，温度分布向外从星系中心减少，并且这种行为仅在玻色子的质量低于 $43 \text{ eV}/c^2$ 时才能实现。对玻色子质量的这个上限允许使用 Burkert 密度分布良好拟合 LSB RC。相反，无论是理想气体还是费米子气体温度分布都没有随着径向坐标的增加而下降，无论粒子质量如何。我们已经为不同的暗物

质分布进行了与这里所展示相同类型的分析，并且结果在定性上是相同的。此外，如果我们考虑声速必须小于光速的因果条件，则对于理想的玻色气体模型有效，暗物质粒子的质量需要被下限 $1.2 \times 10^{-3} \text{ eV}/c^2$ 所约束。

速度和温度分布：我们的出发点是暗物质晕的 Burkert 密度剖面 [31]，这似乎能正确拟合大多数星系（参见 [5] 及其参考文献）：

$$\rho(r) = \frac{\rho_0 r_0^3}{(r + r_0)(r^2 + r_0^2)}, \quad (1)$$

其中 ρ_0 是中心密度，而 r_0 是核心半径。给定半径内的暗物质质量是通过积分 $\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho$ 获得的，然后旋转速度分布是 $v = \sqrt{GM/r}$ 。假设暗物质可以描述为各向同性的流体或气体，并且可以忽略与重子物质的引力存在和相互作用，则压力分布 $p(r)$ 是通过积分水静力学平衡方程

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}, \quad (2)$$

获得的，尽管在这种情况下解析表达式并不是特别有启发性。

如果提供了状态方程 $T(\rho, p)$ ，我们立即可以获得晕温分布 $T(r)$ 。然而，热平衡方程是 [32, 33]

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{GM\rho T}{r^2 p} \nabla. \quad (3)$$

数量 ∇ 取决于气体经历的热过程。由于我们没有关于暗物质晕内能量产生和传输的任何先验的信息，我们选择假设状态方程，然后 $\nabla(r)$ 可以从 (3) 计算得出。两个特定情况特别突出，等温情况 $\nabla = 0$ 和绝热情况 $\nabla = \nabla_{ad}$ ，其中 ∇_{ad} 是绝热温度梯度。这是从状态方程计算得出的，

$$\nabla_{ad} = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p} \right)_s, \quad (4)$$

其中下标 s 表示导数是在保持熵密度恒定的情况下计算的。如果对于某个区域 $\nabla(r) = \nabla_{ad}$ ，我们称之为“绝热分层”。要接受从状态方程获得的温度分布代表一种热平衡状态，我们强加一个物理标准即 $T(r)$ 必须是非增函数，也就是说， $\nabla(r) \geq 0$ 对所有 r 都成立。这一标准与通过引力塌缩形成银河晕的过程是一致的。另一方面，如果温度随向外增加，我们就不得不假设一种特别机制来对抗引力势和温度梯度进行热传递，并且

这种过程既没有证据也没有理论依据。事实上，在广义相对论关于引力系统的热力学第一个结果之一就是对于一个处于流体静力平衡和热力学平衡的系统，温度与引力势之间的关系 [34–37]。Tolman-Ehrenfest 判据指出，在静态时空中，流体热平衡的牛顿近似下，局部热力学温度 T 和牛顿引力势 ϕ 满足

$$T \left(1 + \frac{\phi}{c^2} \right) = \text{constant}. \quad (5)$$

这一关系是在不同的基本假设条件下推导出来的，甚至使用了热力学的基本工具，即活塞和卡诺循环 [38]，表明违反 (5) 会违反热力学第二定律。在其他设定下也得到了相同的结果，例如共形静态时空中 [39]。根据我们的假设，并考虑到我们只处理理想气体，这意味着温度必须是一个向外递减的函数。此外，关于重力热灾难的基础研究表明，一个大尺度的引力系统不能是等温的 [40, 41]。另外，如果初始构型是一个足够大的等温球体，则该系统不稳定并会通过无限增加中心温度而坍缩。通过对多态解进行分析也可以得出相同类型的结论。多项式指数低于 -1 的配置没有边界，质量是无界的，并且温度向外增加，但同时它们都是不稳定的 [42]。在当前设置中，由于我们假设暗物质是一种理想气体并且处于流体静力平衡状态，为了系统不会发生引力热塌缩，温度分布必须是半径的递减函数。

当我们假设状态方程时，我们考虑三个最简单的情况：

1. 理想气体：状态方程是

$$T = \frac{m p}{k \rho}, \quad (6)$$

其中 k 是玻尔兹曼常数， m 是暗物质粒子的质量。

2. 费米气体：状态方程取参数形式

$$T = \frac{m p f_{3/2}(z)}{k \rho f_{5/2}(z)}, \quad \frac{f_{3/2}^5(z)}{f_{5/2}^3(z)} = \frac{h^6}{8\pi^3 g^2 m^8} \frac{\rho^5}{p^3}, \quad (7)$$

其中 z 是逸度，逸度由化学势 μ 通过 $z = e^{\mu/kT}$ 定义。此外， h 是普朗克常数， g 是简并因子， $g = 2S + 1$ ，其中 S 是粒子的自旋。函数 $f_\nu(z)$ 通过 $f_\nu(z) = -\text{Li}_\nu(-z)$ 与多对数函数相关。

3. 玻色气体：我们需要区分是否发生了玻色-爱因斯坦凝聚。如果没有发生凝聚，

$$T = \frac{m p g_{3/2}(z)}{k \rho g_{5/2}(z)}, \quad \frac{g_{3/2}^5(z)}{g_{5/2}^3(z)} = \frac{h^6}{8\pi^3 m^8} \frac{\rho^5}{p^3}, \quad (8)$$

其中函数 g_ν 是多对数函数, $g_\nu(z) = \text{Li}_\nu(z)$ 。若 $T < T_C$ 发生凝聚, 临界温度为

$$T_C = \frac{h^2 \rho_0^{\frac{2}{3}}}{2\pi k m^{\frac{5}{3}} \zeta^{\frac{2}{3}} \left(\frac{3}{2}\right)}, \quad (9)$$

, 其中 ζ 是黎曼泽塔函数, 则该温度是

$$T = \frac{1}{k} \left(\frac{h^6 p^2}{8\pi^3 m^3 \zeta^2 \left(\frac{5}{2}\right)} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (10)$$

对于理想玻色气体中的可逆绝热过程 $T/p^{\frac{2}{5}} = \text{const.}$ 或 $\nabla_{ad} = \frac{2}{5}$, 从 (10) 任何发生玻色-爱因斯坦凝聚的晕区都自动呈绝热分层。

我们现在将注意力转向温度分布。由于常数 ρ_0 和 r_0 是通过拟合特定星系的速度分布得到的, 来自物质模型的唯一参数是粒子的质量 m , 而对于理想气体, 温度与其成正比。在图 1 中显示了每种状态方程的温度分布。这些分布对应于星系 ESO3050090, 其 Burkert 密度分布的参数为 $\rho_0 = 2.34 (\text{GeV}/c^2)/\text{cm}^3$, $r_0 = 3.37 \text{ kpc}$, 以及三个代表性的 m 值。

如前所述, 我们希望对温度分布施加的唯一物理要求是它是一个向外递减的函数。经典理想气体对应的温度分布不满足此要求, 因为对于 $r < 1.12 r_0$ 而言, 它是一个递增函数, 因此我们得出结论, 暗物质晕不是由经典理想气体组成的。

对于理想费米气体, 也在图 1 中显示了相应的分布曲线, 在此为了简化我们选择了 $g = 2$ 。分析所涉及的函数的行为我们可以得出结论: 在相同的粒子质量和径向位置下, 费米气体的温度低于相应的经典气体温度。此外, 由于 ρ 和 p 的行为, 在 r 足够大的情况下, 费米气体中的温度与经典气体中的温度无法区分。作为 m 的函数, 费米气体的温度是一个递增函数, 并且在 m 足够高的情况下, 费米气体的分布曲线与经典气体的分布曲线无法区分。这是由于在本例中, 费米气体的经典极限是在 $m \rightarrow \infty$ 的情况下获得的。如果我们降低粒子的质量, 在某个时刻温度会降至零。这种情况首先出现在原点处, 并从此之后 Burkert 轮廓无法被重现。这意味着费米子有一个最小质量,

$$m_{min} = \left[\frac{1}{5^3} \left(\frac{3h^3}{4\pi g} \right)^2 \frac{\rho_0^5}{p_0^3} \right]^{\frac{1}{8}}, \quad (11)$$

其中 p_0 是中心压力, 通过 (2)[48] 计算得出。最后, 作为半径的函数, 在从原点开始并延伸超过核心半径的区

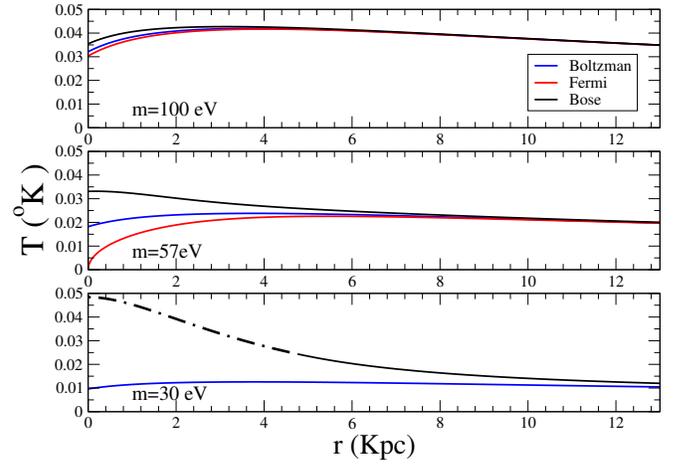


图 1. 参数 $\rho_0 = 2.34 (\text{GeV}/c^2)/\text{cm}^3$ 和 $r_0 = 3.37 \text{ kpc}$ 对应的星系 ESO3050090 的温度分布。对于理想玻色气体, 实线表示没有凝聚, 而虚线表示有凝聚。

域中, 温度是一个递增的函数, 并且与经典情况一样, 我们得出结论暗物质晕不是由理想费米气体组成的。

在玻色子情况下, 我们需要考虑是否存在凝聚。此处再次展示了相应的示例, 见图 1。与费米气体对比, 在相同的 m 和相同的 r 下, 玻色温度高于经典温度。对于足够大的 r , 两种分布的温度再次一致。作为 m 的函数, 玻色气体温度在某一质量处达到最小值, 先是减少函数然后增加为 m 的函数。极限 $m \rightarrow \infty$ 是经典的极限, 因此对于足够大的 m , 玻色分布和经典分布是无法区分的。这意味着对于足够大的 m , 温度分布会在中心区域增加。如果我们降低质量, 由于量子效应导致的经典行为偏离开始变得明显, 但仍然, 温度分布首先有一个增加的区域, 一个最大值, 然后减少。如果我们进一步降低质量, 则存在一个特定的值, 该值仅取决于 ρ_0 和 r_0 , 从这个值开始, 温度分布对于所有 r 都是递减函数。为了发生这种情况, 我们发现通常有一个区域, 在那里气体处于玻色-爱因斯坦凝聚状态。如前所述, 发生凝结的区域是绝热分层的。

总之, 唯一一个推导出温度分布是半径非增函数的状态方程对应于质量足够低的玻色子。在图 2 中, 我们展示了两个不同 LSB 星系中温度分布的增加和减少区域, 这两个星系的状态方程由理想玻色气给出。接下来, 我们在一个普适关系的背景下探讨这种情况。

常数 $\rho_0 r_0$: 星系中一些原则上不相关的量之间的一个特别引人注目的关系是在工作 [44] 中提出的, 并在 [45–47] 中进行了扩展。在那里, 有人认为中心密度

与暗物质晕核半径的乘积对于所有星系来说都具有相同的值。该值为

$$\rho_0 r_0 = 141^{+82}_{-52} M_\odot / \text{pc}^2. \quad (12)$$

在此设置下，这意味着压力分布不依赖于 ρ_0 ，仅通过无量纲长度 r/r_0 依赖于 r ，换句话说，压力在所有星系晕中相同，除了长度重新缩放之外。特别是，所有晕的中心压力相同：

$$p_0 = 0.83 \times G(\rho_0 r_0)^2 = 4.8 \times 10^{-11} \frac{\text{g}}{\text{cm s}^2}. \quad (13)$$

我们坚持温度分布必须是 r 的递减函数这一原则，这对接收的参数值施加了条件。如果我们把 ρ_0 或 r_0 以及 (12) 视为已知，则存在一个最大粒子质量 m_{max} ，超过此质量后温度分布将不再是向外递减的函数。所述界限是 r_0 的递减函数，我们取代表值 $r_0 = 4.82 \text{ kpc}$ ，该值通过拟合星系 F583 获得，并计算相应的最大质量，结果为

$$m_{max} = 43 \text{ eV}/c^2. \quad (14)$$

利用这些数值，在每个星系中通常有一个中心区域发生凝聚并且呈现绝热分层。如果我们降低暗物质粒子的质量或增加 ρ_0 ，减少 r_0 ，那么凝结区域将向外扩展，并可能覆盖整个可观测的星系晕。在图 2 中可以清楚地看到，每个拟合星系都有一个最大粒子质量，并且最严格的界限由更广泛的晕提供。给定 (10)，中心凝聚区域内的温度分布对所有星系来说是相同的，除了长度重新缩放之外。

本节分析表明，不仅理想玻色气体与 (12) 兼容，实际上它还解释了这种关系。如果我们认为 m 的值与所考虑的星系无关，就像粒子的质量一样，那么关系式 (12) 成立，因为所有暗物质晕的核心区域都是玻色-爱因斯坦凝聚态，并且绝热分层，具有相同的中心温度：

$$T_0 = \frac{1}{k} \left(\frac{h^6 p_0^2}{8\pi^3 m^3 \zeta^2(\frac{5}{2})} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{0.27 \text{ K}}{(m[\text{eV}/c^2])^{\frac{3}{5}}}. \quad (15)$$

我们不认为 (15) 意味着所有星系晕的中心温度完全相同，而是认为必须存在一个与星系形成和演化相关的根本原因，这表明星系晕的核心温度在某个范围内。反过来考虑这一论点，我们将核心温度 T_0 视为晕的基本参数，而这个参数又决定了相应的中心压力 p_0 。由于 T_0 处于某个范围内， p_0 也相当受限。要完全确定晕的

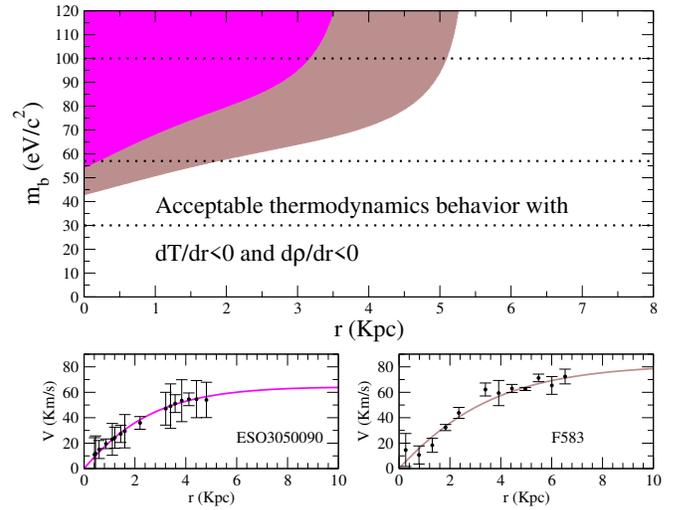


图 2. 顶部面板：温度分布为增函数的区域，适用于星系 ESO3050090 和 F583。虚线表示用于图 1 中绘图的质量。底部面板：使用 Burkert 轮廓对所述星系的旋转曲线进行拟合。

结构，还需要另一个参数，比如中心密度。一旦知道了 T_0 和 ρ_0 ，则可以计算出 r_0 ，并且暗物质晕就被确定了。

最后需要考虑的是流体近似的有效性，为此我们需要考虑暗物质粒子的热波长和流体中的声速。如果热波长与暗物质晕的大小相当，则将其视为气体的近似失效。热波长是 $\lambda = h/\sqrt{2\pi mkT}$ 。作为代表性值，我们在 $r = 0$ 处计算这个波长，

$$\lambda_0 = \left(\frac{h^2 \zeta(\frac{5}{2})}{2\pi m p_0} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1.0 \times 10^{-4} \text{ m}}{(m[\text{eV}/c^2])^{\frac{1}{5}}}, \quad (16)$$

因此对于质量约为 $1 \text{ eV}/c^2$ 的情况，气体的近似完全有效。通过减少粒子的质量或远离晕中心可以将热波长放大到任何所需的大小，然而，即使在远低于 eV/c^2 范围内的质量和比核心大得多的区域中，气体近似仍然成立。当玻色子质量很低时，热德布罗意波长变得很大，这意味着即使是中等密度和低温下量子效应也占主导地位。这导致在晕的密集中心区域过早出现玻色-爱因斯坦凝聚，这里引力约束最强。由于其高密度，晕的中心部分进入部分或完全凝结状态。凝聚态表现为宏观占据的量子状态，与热云共存。为了维持热力学平衡，凝聚态必须与外部热成分保持热接触。中央凝聚区域是绝热分层的，这意味着单位粒子的熵沿半径方向保持不变。在具有引力约束和绝热分层的系统中，温度随半径增加而降低。这种行为类似于恒星等自引力系统的温度梯度，在这些系统中内区更热。当粒子

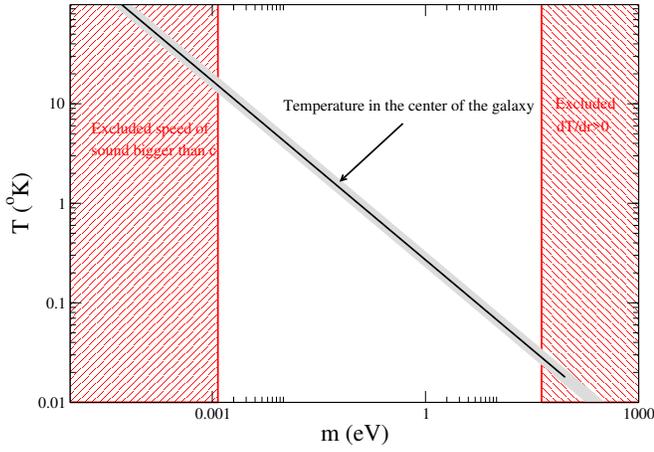


图 3. 所有暗物质星系晕的中心温度作为暗物质粒子质量的函数。

质量非常低时，量子压力更强并支持更大的核心对抗重力。因此，更大范围的晕进入这个绝热凝聚状态，并且温度自然向外递减。在一个处于热平衡的自引力气体中，托尔曼关系 ($T(r)\sqrt{g_{00}(r)} = \text{const}$) 适用。在弱场（牛顿）极限下，其中 $g_{00}(r) \approx 1 + 2\phi(r)/c^2$ 和 $\phi(r)$ 是引力势，这导致温度梯度为负。这意味着温度随半径减小以维持重力下的平衡，这是我们观察到的理想玻色气体发生凝聚情况下的现象。另一方面，在晕区凝聚区域中的声速由

$$v_s^2 = \frac{5\zeta\left(\frac{5}{2}\right)kT}{3\zeta\left(\frac{3}{2}\right)m} = \left(\frac{5^5 h^6 \zeta^3\left(\frac{5}{2}\right) p^2}{2^3 3^5 \pi^3 \zeta^5\left(\frac{3}{2}\right) m^8}\right)^{\frac{1}{5}}. \quad (17)$$

给出。如果我们考虑因果条件，即声速必须小于光速，则对于理想玻色气体模型的有效性，暗物质粒子的质量需要有上限， $m > m_{min}$ ，且

$$m_{min} = \left(\frac{5^5 \zeta^3\left(\frac{5}{2}\right) h^6 p_0^2}{2^3 3^5 \pi^3 \zeta^5\left(\frac{3}{2}\right) c^{10}}\right)^{\frac{1}{8}} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ eV}/c^2. \quad (18)$$

在图 3 中，我们展示了作为 m 函数的暗物质晕中心温度，以及排除区域。有趣的是，下界 (18) 排除了超轻轴子 (ULAs)。这并不意味着 ULAs 不能再现星系的旋转曲线，而是 ULA 范式与本文假设不兼容。

结论：我们考虑了暗物质晕的三种可能的状态方程：经典的理想气体、理想的费米气体和理想的玻色气体。我们的分析表明，对于经典理想气体和理想费米气体，暗物质晕的温度分布是核心区域半径的递增函数，因此我们认为这些情况无法解释暗物质的本质。如果

粒子的质量足够低，理想玻色气体将产生向外递减的温度分布。鉴于中心密度与核半径之间的普遍关系，我们得出结论，暗晕的核心区域处于玻色-爱因斯坦凝聚状态，并且中心温度对于所有暗物质晕来说是相同的。因此，从这项工作中浮现出来的暗物质和相应的星系晕图景如下：暗物质粒子是一种质量为 $m \leq 43 \text{ eV}/c^2$ 的玻色子。星系晕的中央部分处于有限温度的玻色-爱因斯坦凝聚状态。这种凝聚态可以扩展到整个晕。凝结区域是绝热分层的，暗物质中心温度对所有星系来说都是相同的，并且该区域的温度分布是普适的，除了长度重新标度之外。

我们对以下轮廓执行了相同的分析：PSS (Persic-Salucci-Stel)、NFW (Navarro-Frenk-White)、等温线和拟等温线。结果在定性上是相同的，强化了这里提出的方法，并将在后续论文中呈现。

-
- [1] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 641:A6, 2020. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
 - [2] Brian Fields and Subir Sarkar. Big-Bang nucleosynthesis (2006 Particle Data Group mini-review). 1 2006.
 - [3] E. Komatsu et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *Astrophys. J. Suppl.*, 192:18, 2011.
 - [4] Volker Springel. The Cosmological simulation code GADGET-2. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 364:1105–1134, 2005.
 - [5] Paolo Salucci. The distribution of dark matter in galaxies. *Astron. Astrophys. Rev.*, 27(1):2, 2019.
 - [6] Xiang-Dong Shi and George M. Fuller. A New dark matter candidate: Nonthermal sterile neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2832–2835, 1999.
 - [7] L. F. Abbott and P. Sikivie. A Cosmological Bound on the Invisible Axion. *Phys. Lett. B*, 120:133–136, 1983.
 - [8] Benjamin W. Lee and Steven Weinberg. Cosmological Lower Bound on Heavy Neutrino Masses. *Phys. Rev. Lett.*, 39:165–168, 1977.
 - [9] Gianfranco Bertone, Dan Hooper, and Joseph Silk. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. *Phys. Rept.*, 405:279–390, 2005.
 - [10] Yue Meng et al. Dark Matter Search Results from the PandaX-4T Commissioning Run. *Phys. Rev. Lett.*, 127(26):261802, 2021.

- [11] J. Aalbers et al. First Dark Matter Search Results from the LUX-ZEPLIN (LZ) Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 131(4):041002, 2023.
- [12] E. Aprile et al. First Dark Matter Search with Nuclear Recoils from the XENONnT Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 131(4):041003, 2023.
- [13] Rahool Kumar Barman, Geneviève Bélanger, Biplob Bhattacharjee, Rohini M. Godbole, and Rhitaja Sengupta. Is Light Neutralino Thermal Dark Matter in the Phenomenological Minimal Supersymmetric Standard Model Ruled Out? *Phys. Rev. Lett.*, 131(1):011802, 2023.
- [14] Man Ho Chan, Lang Cui, Jun Liu, and Chun Sing Leung. Ruling out $\sim 100 - 300$ GeV thermal relic annihilating dark matter by radio observation of the Andromeda galaxy. *Astrophys. J.*, 872(2):177, 2019.
- [15] Deheng Song, Kohta Murase, and Ali Kheirandish. Constraining decaying very heavy dark matter from galaxy clusters with 14 year Fermi-LAT data. *JCAP*, 03:024, 2024.
- [16] Armen Tumasyan et al. Search for invisible decays of the Higgs boson produced via vector boson fusion in proton-proton collisions at $s=13$ TeV. *Phys. Rev. D*, 105(9):092007, 2022.
- [17] Georges Aad et al. Constraints on spin-0 dark matter mediators and invisible Higgs decays using ATLAS 13 TeV pp collision data with two top quarks and missing transverse momentum in the final state. *Eur. Phys. J. C*, 83(6):503, 2023.
- [18] P. Tisserand et al. Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds. *Astron. Astrophys.*, 469:387–404, 2007.
- [19] Scott Dodelson, Evalyn I. Gates, and Michael S. Turner. Cold dark matter models. *Science*, 274:69–75, 1996.
- [20] David H. Weinberg, James S. Bullock, Fabio Governato, Rachel Kuzio de Naray, and Annika H. G. Peter. Cold dark matter: controversies on small scales. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 112:12249–12255, 2015.
- [21] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D. M. White. A Universal density profile from hierarchical clustering. *Astrophys. J.*, 490:493–508, 1997.
- [22] Massimo Persic, Paolo Salucci, and Fulvio Stel. The Universal rotation curve of spiral galaxies: 1. The Dark matter connection. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 281:27, 1996.
- [23] Fabrizio Nesti, Paolo Salucci, and Nicola Turini. The Quest for the Nature of the Dark Matter: The Need of a New Paradigm. *Astronomy*, 2(2):90–104, 2023.
- [24] Juan Barranco, Argelia Bernal, and Dario Nunez. Dark matter equation of state from rotational curves of galaxies. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 449(1):403–413, 2015.
- [25] A. Aceña, J. Barranco, A. Bernal, E. López, and M. Llerena. Preliminary Study of Dark-matter-dominated Systems: Further Analysis for Galactic Dark Matter Halos with Pressure. *Astrophys. J.*, 970(2):186, August 2024.
- [26] Christian M. Muller. Cosmological bounds on the equation of state of dark matter. *Phys. Rev. D*, 71:047302, 2005.
- [27] Erminia Calabrese, Marina Migliaccio, Luca Pagano, Grazia De Troia, Alessandro Melchiorri, and Paolo Natoli. Cosmological constraints on the matter equation of state. *Phys. Rev. D*, 80:063539, 2009.
- [28] Lixin Xu and Yadong Chang. Equation of State of Dark Matter after Planck Data. *Phys. Rev. D*, 88:127301, 2013.
- [29] Michael Kopp, Constantinos Skordis, Daniel B. Thomas, and Stéphanie Ilić. Dark Matter Equation of State through Cosmic History. *Phys. Rev. Lett.*, 120(22):221102, 2018.
- [30] Stacy S. McGaugh and W. J. G. de Blok. Testing the Dark Matter Hypothesis with Low Surface Brightness Galaxies and Other Evidence. *Astrophys. J.*, 499(1):41–65, May 1998.
- [31] A. Burkert. The Structure of dark matter halos in dwarf galaxies. *Astrophys. J. Lett.*, 447:L25, 1995.
- [32] Carl Hansen, Steven Kawaler, and Virginia Trimble. *Stellar Interiors: Physical Principles, Structure, and Evolution*. Astronomy and Astrophysics Library. Springer.
- [33] Rudolf Kippenhahn, Alfred Weigert, and Achim Weiss. *Stellar structure and evolution*. Astronomy and Astrophysics Library. Springer, 8 2012.
- [34] Richard C. Tolman. On the Weight of Heat and Thermal Equilibrium in General Relativity. *Physical Review*, 35(8):904–924, April 1930.
- [35] Richard C. Tolman and Paul Ehrenfest. Temperature Equilibrium in a Static Gravitational Field. *Physical Review*, 36(12):1791–1798, December 1930.
- [36] Carl Eckart. The Thermodynamics of Irreversible Processes. III. Relativistic Theory of the Simple Fluid. *Physical Review*, 58(10):919–924, November 1940.
- [37] O. Klein. On the Thermodynamical Equilibrium of Fluids in Gravitational Fields. *Reviews of Modern Physics*, 21(3):531–533, July 1949.
- [38] N. L. Balazs and J. M. Dawson. On thermodynamic equi-

- librium in a gravitational field. *Physica*, 31(2):222–232, February 1965.
- [39] Valerio Faraoni and Robert Vanderwee. Tolman-Ehrenfest’s criterion of thermal equilibrium extended to conformally static spacetimes. *Phys. Rev. D*, 107(6):064072, March 2023.
- [40] D. Lynden-Bell and Roger Wood. The gravo-thermal catastrophe in isothermal spheres and the onset of red-giant structure for stellar systems. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 138:495, January 1968.
- [41] D. Lynden-Bell and P. P. Eggleton. On the consequences of the gravothermal catastrophe. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 191:483–498, May 1980.
- [42] G. P. Horedt. *Polytropes - Applications in Astrophysics and Related Fields*, volume 306 of *Astrophysics and Space Science Library*. Springer, 2004.
- [43] For a typical LSB galaxy we have m_{min} around $50 \text{ eV}/c^2$. This is lower than the Tremaine-Gunn limit, although in the same order of magnitude. Nevertheless, we conclude that there is no fermion mass that gives a reasonable temperature profile.
- [44] John Kormendy and K. C. Freeman. Scaling laws for dark matter halos in late-type and dwarf spheroidal galaxies. *IAU Symp.*, 220:377, 2004.
- [45] F. Donato, G. Gentile, P. Salucci, C. Frigerio Martins, M. I. Wilkinson, G. Gilmore, E. K. Grebel, A. Koch, and R. Wyse. A constant dark matter halo surface density in galaxies. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 397:1169–1176, 2009.
- [46] Gianfranco Gentile, Benoit Famaey, HongSheng Zhao, and Paolo Salucci. Universality of galactic surface densities within one dark halo scale-length. *Nature*, 461:627, 2009.
- [47] John Kormendy and K. C. Freeman. Scaling Laws for Dark Matter Halos in Late-type and Dwarf Spheroidal Galaxies. *Astrophys. J.*, 817(2):84, 2016.
- [48] 对于一个典型的 LSB 星系, 我们有 m_{min} 大约为 $50 \text{ eV}/c^2$ 。这低于特雷梅恩-冈限值, 尽管在同一数量级上。然而, 我们得出结论, 没有费米子质量能给出合理的温度分布。
- 作者贡献** A.A. 构思并领导了该项目。J.B.、A.B.、E.L. 为关键概念讨论和结果展示做出了贡献。所有作者参与了手稿的撰写。所有作者审阅并对手稿提出了意见。
- 利益冲突** 作者声明不存在竞争利益。
- 通信和材料请求** 应发送给 A.A. (acena.andres@conicet.gov.ar)。