

完成下一级领头阶 QCD 修正到 ZZ 在胶子融合中的产生Bakul Agarwal,^{1,2,*} Stephen Jones,^{3,†} Matthias Kerner,^{1,‡} and Andreas von Manteuffel^{4,2,§}¹*Institute for Theoretical Physics, Karlsruhe Institute of Technology (KIT), D-76131 Karlsruhe, Germany*²*Department of Physics and Astronomy, Michigan State University, East Lansing, Michigan 48824, USA*³*Institute for Particle Physics Phenomenology, Durham University, Durham DH1 3LE, UK*⁴*Institut für Theoretische Physik, Universität Regensburg, 93040 Regensburg, Germany*

我们计算了由圈诱导的 $gg \rightarrow ZZ$ 生产的完整的次领头阶 (NLO) QCD 修正, 包括完整顶夸克质量效应。两圈虚拟修正通过将无质量、希格斯介导和一环可分解贡献的解析结果与包含顶夸克质量的数值计算振幅相结合而获得。我们展示了对虚部贡献减除方案的选择影响了为了得到足够精确的物理预测, 必须以多大精度来评估虚部贡献。对于通过一个有质量顶夸克圈直接产生的过程, 我们观察到相对 NLO 修正较大。直接有质量和希格斯介导的贡献各自在高二玻色子不变质量下相对于无质量产生增加, 但相互之间互相破坏性干涉。在大型强子对撞机上, 胶子通道的 NLO 修正对 $pp \rightarrow ZZ + X$ 截面在 N³LO 阶给出了显著贡献。

介绍

高亮度 LHC 的到来为在前所未有的精度下测量标准模型参数带来了令人兴奋的机会。在这方面, 一个重要过程是 Z 对产生, 这对于新物理搜索 [1–4] 和提供四轻子通道中希格斯产生的显著背景 [5–8] 都至关重要, 无论是对于在壳还是离壳的希格斯玻色子。 Z 标量玻色子对产生的测量已在 13.6 TeV 至 [9] 能量范围内进行, 并用于约束异常的 CP 奇性中立三规范耦合 [10]。比较共振和非共振希格斯产生允许间接探测希格斯宽度 [11, 12], 而连续 Z 对产生的干扰可以显著贡献于离壳希格斯产生 [13, 14]。希格斯宽度的限制是通过这种方式由 CMS [15] 和 ATLAS 实验 [16] 获得的。鉴于其现象学相关性, 对该过程进行精确的理论预测是可取的。

胶子融合通道对于 Z 对的产生是环诱导的, 并且仅在次下次领头阶 (NNLO) 时才对强子过程 $pp \rightarrow ZZ + X$ 有贡献。由于 LHC 中胶子光度高, 这个通道占总 NNLO 修正 [17] 的 O(60%)。对该通道的次领头阶校正是相对于强子过程而言的形式上的下次领头阶。一般来说, 在微扰展开的较高阶中, 不同的部分子通道会混合在一起, 使得对特定子过程的修正概念不明确。然而, 在当前情况下, 可以通过仅考虑其中 Z 玻色子都不与外部夸克线耦合的贡献来定义胶子通道的次领头阶校正。如此定义的次领头阶校正是确实重要的; 估计 [18, 19] 给出总 $pp \rightarrow ZZ$ 截面 O(5–8%) 的增加。

对于两圈振幅, 无质量修正项在 [20, 21] 中已经计算过一段时间了, 而顶夸克贡献直到最近才成为一个挑战, 阻碍了迄今为止在这个通道中的精确 NLO QCD 校正的计算。预计顶夸克贡献是重要的, 特别是在纵向 Z 玻色子

产生时高不变质量区域, 这是由于戈德斯通玻色子等价定理 [22, 23] 以及与希格斯介导产生的相互作用。对 $gg \rightarrow ZZ$ 的大约 NLO 校正正在 [24–28] 中提出, 并在 [29, 30] 中补充了部分子淋浴。最近, 带有完整顶夸克质量效应的两圈振幅已经被计算出来了 [31, 32]。

在本通信中, 我们进一步计算了带有完整顶夸克质量效应的 $gg \rightarrow ZZ$ 的完全 NLO QCD 纠正项。具体来说, 我们考虑了涉及闭合无质量或有质量夸克环的所有贡献, 外部 Z 玻色子直接或通过希格斯玻色子耦合到这些环上。对于实辐射贡献, 除了 gg 初始态外, 我们还考虑了 gq 、 $g\bar{q}$ 和 $q\bar{q}$ 的影响。使用完全微分设置, 我们在 LHC 上计算了 ZZ 生产的包含截面和双玻色子不变质量分布。

计算细节

在 NLO 下的 $gg \rightarrow ZZ$ 的微分截面可以写为 $d\sigma_{\text{NLO}} = d\sigma_{\text{B}} + d\sigma_{\text{V}} + d\sigma_{\text{R}}$, 其中 $d\sigma_{\text{B}}$, $d\sigma_{\text{V}}$, and $d\sigma_{\text{R}}$ 分别对应于初生项、虚贡献和实贡献。在我们的计算中, 我们包含了由于 $n_f = 5$ 无质量夸克味、一个有质量的顶夸克以及一个有质量的希格斯玻色子的影响。不同贡献的计算如下所述。

出生和虚贡献

我们考虑部分子过程

$$g(p_1) + g(p_2) \rightarrow Z(p_3) + Z(p_4), \quad (1)$$

对于在壳动量, 即 $p_1^2 = p_2^2 = 0$ 和 $p_3^2 = p_4^2 = m_Z^2$ 。

一环圈幅角相关的生幅很久以前就在文献 [33–35] 中计算出来了,而用于本文的两环圈修正项仅是最近才完成的。我们根据外部 Z 玻色子的耦合区分不同类别的对幅角的贡献。图 1 展示了以下每一类别代表性的两环圈费曼图。

A 类 h : 两种 Z 玻色子都直接耦合到同一重顶夸克环。对于这些一环和两环的贡献,我们使用了我们中的一些人最近进行的计算 [31], 该计算采用了结合 syzygy 技术 [31, 36–40]、有限域方法 [41, 42]、多元部分分式分解 [43–47] 和有限积分构造的方法,得到的有限主积分使用 pySecDec [48–50] 进行了数值计算。

A 类 l : 这两种 Z 玻色子直接耦合到同一个轻夸克循环。这些一环和二环贡献的解析表达式基于用多重对数函数表示主积分 [51] 的解,在 [20] 中给出。我们采用吸血鬼库中的实现,并使用包含在 GiNaC 至 [52] 中的 [53] 代码数值评估多重对数函数。

B 类: Z 玻色子耦合到不同的闭合夸克环,每个都可以是轻夸克或重夸克。在两圈图中,这些校正是一粒子可约的一圈三角形的乘积。这些是唯一涉及狄拉克迹奇数个 γ_5 矩阵的图形,并且由于弱等双量中的质量分裂,可能会出现与手征异常相关的贡献。因此,在对完整夸克世代求和时应考虑它们,在我们的计算中五个无质量夸克仅有第三代贡献,这是由 $m_b \neq m_t$ 引起的。这些贡献已在 [26] 中提出;我们在此工作中使用了在 [31] 中的重新计算。

类别 C: 通过一个中间的虚希格斯玻色子衰变产生的 Z -玻色子对,该希格斯玻色子与重夸克环耦合。我们采用基于微分方程方法的内部实现来计算这些希格斯介导的贡献,类似于在 [54] 中的计算。在高于顶夸克阈值的高不变质量区域,发现希格斯介导与纵向极化 Z 玻色子直接产生之间存在有趣的干涉现象。在一环水平上,在 [34] 中讨论了干涉是破坏性的,并在高能下表现出主导项的抵消,这符合 $t\bar{t} \rightarrow ZZ$ 子过程的么正性要求;我们还观察到二环水平上的强烈破坏性干涉。

经过紫外重正化和红外减除后,具体细节参见文献 [20, 31], 手征振幅的有限余项可以写为

$$\mathcal{M}_\lambda^{\text{fin}} = \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right) \mathcal{M}_\lambda^{(1)} + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \mathcal{M}_\lambda^{(2)} + \mathcal{O}(\alpha_s^3), \quad (2)$$

其中 $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$ 指定了外部粒子的极化。这里, $\mathcal{M}_\lambda^{(1)}, \mathcal{M}_\lambda^{(2)}$ 是由描述于 [20] 的形式因子分解构造的一圈和两圈有限余项。

我们将一循环平方振幅 $\mathcal{V}^{(1)}$ 定义为

$$\mathcal{V}^{(1)} = \frac{1}{N} \sum_{\lambda, \text{color}} \mathcal{M}_\lambda^{*(1)} \mathcal{M}_\lambda^{(1)}, \quad (3)$$

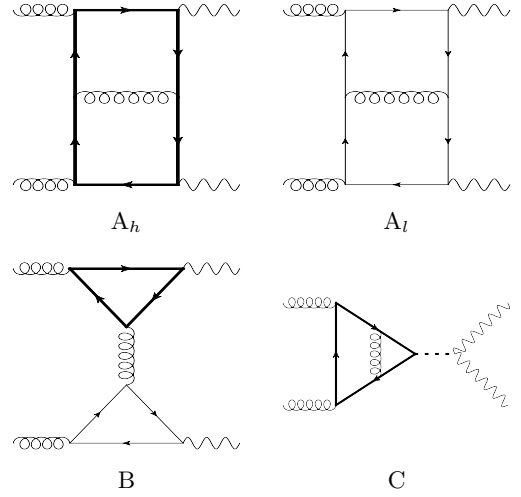


Figure 1: 具有闭合夸克环的代表性两圈图, 进入 ZZ 产生的虚校正。粗线表示顶夸克。

其中我们除以 $N = 2^2 \times 8^2 \times 2$ 来考虑初始状态的自旋和颜色平均以及最终态中相同粒子引起的对称因子。为了优化我们完整结果中的两圈振幅采样,我们将其按照上述定义类别分开

$$\mathcal{M}_\lambda^{(2)} = \mathcal{M}_{\lambda, A_h}^{(2)} + \mathcal{M}_{\lambda, A_l}^{(2)} + \mathcal{M}_{\lambda, B}^{(2)} + \mathcal{M}_{\lambda, C}^{(2)}. \quad (4)$$

全玻恩振幅 $\mathcal{M}_\lambda^{(1)}$ 的干涉可以表示为

$$\mathcal{V}^{(2)} = \frac{1}{N} \sum_{\lambda, \text{color}} 2 \text{Re} \left(\mathcal{M}_\lambda^{*(1)} \mathcal{M}_{\lambda, A_h}^{(2)} + \mathcal{M}_\lambda^{*(1)} (\mathcal{M}_{\lambda, A_l}^{(2)} + \mathcal{M}_{\lambda, B}^{(2)} + \mathcal{M}_{\lambda, C}^{(2)}) \right). \quad (5)$$

我们使用大量的虚拟振幅评估来采样第一个干涉项,这些评估是根据仅顶夸克的玻恩分布基于无权重事件进行分配的,如下所述。剩余的玻恩-虚拟干涉项用更高的统计数据进行评估:它们通过我们的相空间生成代码使用 VEGAS 算法 [55, 56] 动态采样,并附加一个权重以确保在高不变质量下产生足够多的事件。

默认情况下,我们使用 q_T 减法方案 [57] 来计算我们的两圈振幅,并使用 Catani-Seymour 方案 [58] 来构建实辐射图的偶极子。这种不匹配相当于一个与初生贡献成比例的项,可以直接从虚(实)贡献中添加(减去),以达到我们想要的效果。同样地,我们可以通过添加与初生贡献成比例的项来获得原 Catani 减法方案 [59] 下的虚和实贡献。从 q_T 方案中的 I 算子开始,我们可以通过将 $2\text{Re}(\Delta I) \cdot \mathcal{V}^{(1)}$ 加到 $\mathcal{V}^{(2)}$ 上来获得 Catani 和 Catani-Seymour 减项

方案的结果, 其中

$$\Delta I_C = -\frac{1}{2}\pi^2 C_A + i\pi\beta_0, \quad (6)$$

$$\Delta I_{CS} = -i\pi C_A \left[\frac{1}{\epsilon} + \ln \left(\frac{\mu_R^2}{\hat{s}} \right) \right] - \frac{\pi^2 C_A}{3} + \beta_0 + k_g, \quad (7)$$

带有 Mandelstam 不变量 $\hat{s} = (p_1 + p_2)^2$, $\beta_0 = (11/6)C_A - (2/3)T_F n_f$ 和 $k_g = (67/18 - \pi^2/6)C_A - (10/9)T_F n_f$ 。在计算 Born-虚干扰时, 位移的虚部不会做出贡献。我们利用这些转换来构建我们在所有三种方案 (q_T 、Catani-Seymour 和 Catani) 中的虚拟和实际贡献。

类 A 的 h 大量虚振幅的计算在参考文献 [31] 中进行了描述。在当前的工作中, 通过这些振幅的新实现获得了积分虚贡献, 依赖于与本工作同步开发的 `pySecDec` 的分布式评估 (距离评估) 功能。我们在多个 GPU 上评估了 3000 个无权重事件 (按照初生截面分布)。为了在所有相空间区域内获得足够稳定的结果, 一个主要改进是直接物理螺旋度基 (而不是文献 [20, 31] 中提出的 A -基形式因子) 下评估二圈振幅, 为此我们设定了每个振幅的相对精度目标为 1%。在一个取自文献 [31] 的相空间点测试网格上, 新的实现和准确度目标下的每相空间点平均计算时间为 1.9 分钟, 而原始代码需要 4.8 小时。我们的新虚振幅代码已经通过与原始代码和使用不同方法 (如文献 [32] 中所述) 进行的独立计算进行了验证。

实际贡献

该过程的真实修正包括部分子通道 $gg \rightarrow ZZ + g, q(\bar{q})g \rightarrow ZZ + q(\bar{q})$ 和 $q\bar{q} \rightarrow ZZ + g$; 代表性的费曼图显示在图 2 中。对于实辐射图, 我们要求两个 Z 玻色子都耦合到闭合的费米子回路; 特别是, 我们排除了涉及 Z 玻色子与入射或出射夸克线耦合的图。

实辐射图的振幅使用 `GoSam` [60, 61] 生成, 并在单个相空间点的水平上通过与 `MadGraph` [62, 63] 和开放回路 [64] (后者使用了 `COLLIER` [65], 剪切工具 [66] 和一循环 [67]) 进行数值验证。我们的综合实矩阵元素还通过计算 LO_{ZZ} 加射流截面与多个不同值的 $p_{T,j}$ 截止来验证 `MadGraph`。为了获得稳定的数值结果, 我们使用了 `Ninja` 积分缩减包 [68, 69] 并配备了一个四重精度救援系统。我们的救援系统采用三步程序: 每个点在绕束轴进行方位旋转后以双精度计算两次; 如果双精度的结果不一致到第 11 位, 则重新用四重精度计算振幅, 如果四重精度的评估与双精度结果不符至八位以内, 则获得第二个旋转的四重

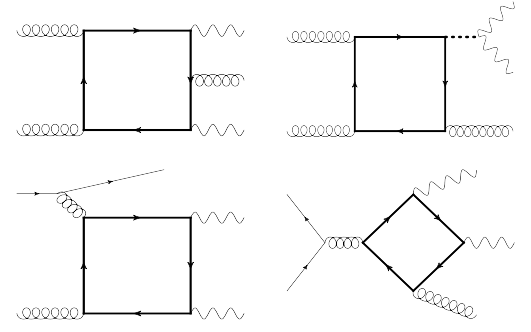


Figure 2: 代表性图示包含一个闭合夸克环进入 ZZ 产生的实部修正。不同的部分子通道和带有轻夸克或顶夸克的环作出了贡献。

精度结果。如果两个四重精度结果不一致到第 11 位, 则丢弃该结果, 影响 $\sim 10^{-5}$ 的点。被拒绝的点最普遍的特征是存在软射流。来自相空间积分产生的软和准直奇异性通过 Catani-Seymour 偶极子局部抵消。

为了获得 Catani-Seymour 偶极子贡献, 我们使用来自吸血鬼库 [20] 的无质量夸克振幅和一个内部实现的一圈有质量夸克振幅计算所需的自旋关联初生矩阵元, 并使用循环工具 [70, 71] 来评估一圈主积分。对于偶极子的计算, 我们观察到在高度软或准直区域中, 使用 [31] 的形式因子时自旋关联初生矩阵元数值不稳定。切换到在 [28] 定义的正交形式因子提高了数值稳定性, 并且在奇异区域中的抵消效果显著改善。

结果

在本节中, 我们展示了 LHC 中胶子通道下 ZZ 产生过程的 NLO 结果。我们将 $G_F = 1.1663787 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, $m_Z = 91.1874 \text{ GeV}$, $m_W = 80.2959 \text{ GeV}$, 和 $m_t = 173.016 \text{ GeV}$ 。设定为对于两圈大质量幅的计算, 我们将比值 $m_Z^2/m_t^2 = 5/18$ 固定如 [31] 中所述。我们将 $\mu_R = \mu_f = m_{ZZ}/2$ 分别作为重正化和因子尺度的中心值, 并使用通过 `LHAPDF` [72] 接口的 `CT18NLO` [73] 部份子分布函数来计算总截面。不确定性估计是通过在中心尺度 $\mu = m_{ZZ}/2$ 周围同时将重正化和因子尺度变化一个因子 2 来获得的。

在图 3 中, 我们展示了仅考虑 A 类 h 图的这一过程不变质量分布, 即涉及与同一闭合顶夸克环耦合的 Z 玻色子的贡献。阴影带表示尺度不确定性。我们发现, 质量 NLO 修正很大, 在 $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ 强子质心能量下将仅顶夸克截面增强了 1.8 倍。NLO 校正对 Z -玻色子不变质量

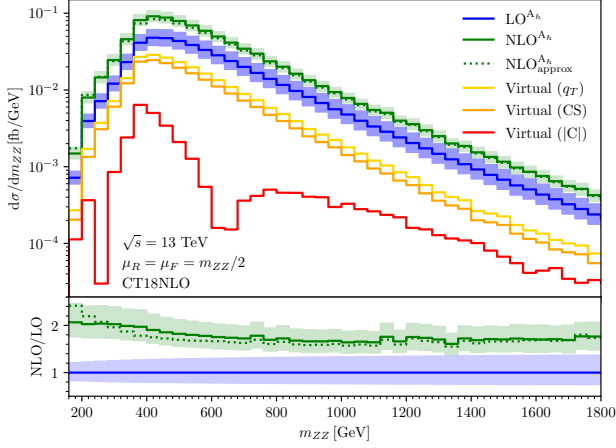


Figure 3: 顶夸克对 ZZ 不变质量分布的贡献，在 pp 碰撞中。两圈虚校正的绝对值分别在 q_T 、Catani-Seymour (CS) 和 Catani (C) 方案中显示。虚线表示通过使用无质量 K 因子重新缩放的大质量玻恩振幅获得的近似 NLO 结果。

分布的影响很大但相对平坦；它们在接近 ZZ 产生阈值时使分布增加了大约 2 倍，并在 1TeV 处减少到约 1.7 倍。对于相应的累积截面，我们在 $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ 得到， $\sigma_{\text{LO}}^{\text{Ah}} = 19.00^{+29.4\%}_{-21.4\%} \text{ fb}$ ， $\sigma_{\text{NLO}}^{\text{Ah}} = 34.46(6)^{+16.4\%}_{-14.4\%} \text{ fb}$ ，其中括号中的数字表示统计蒙特卡洛误差。

在图 3 中，我们还展示了使用不同红外减除方案获得的减除虚贡献。NLO 结果不依赖于减除方案的选择，不同的方案相当于将与 $\mathcal{V}^{(1)}$ 成比例的贡献重新分配到减除的真实项和虚项之间。然而，我们确实观察到在 q_T 方案和 Catani-Seymour 方案中，虚部的行为非常相似，但在 Catani 方案中它们受到严重抑制。Catani 方案中的虚拟修正形状与其他方案类似，但是这些修正向下偏移，在 $m_{ZZ} < 220 \text{ GeV}$ 和 $m_{ZZ} > 620 \text{ GeV}$ 区间内为负值。这意味着在 Catani 方案中，NLO 修正的大部分来自于红外减除的真实贡献，而减除虚贡献只占总截面的不到 2%。我们指出，在 Catani 方案中有限余项对两圈表达式的动力学展开比在 q_T 方案 [31] 中更为敏感，因此可以被解释为更直接地代表真实的两圈效应。选择一个虚部数值较小的方案在某些情况下可能具有实际意义，在这些情况下，虽然有可能精确评估虚部，但计算成本较高，因为可以通过这种方式减少相空间点的数量以进行数值积分。然而，在本工作中，我们能够获得足够的统计数据，使得在每种减除方案中可靠地得到虚部成为可能，如所示。

我们还将我们的结果与一个近似值 $\text{NLO}_{\text{approx}}^{\text{Ah}}$ 进行了比较，该近似值类似于 [19]，除了质量的两圈虚振幅外，

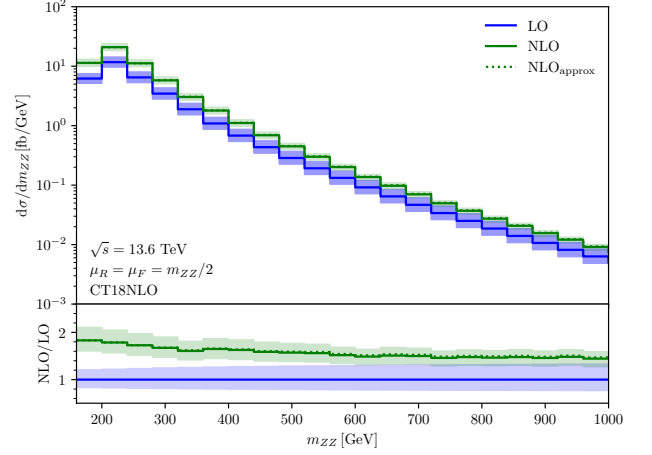


Figure 4: 二玻色子不变质量分布对于胶子引发的 ZZ 产生在 LHC 上的结果。实线表示包含完全无质量和有质量贡献（包括希格斯传播子图）的 LO 和 NLO 结果。虚线表示文中所述方法获得的大致 NLO 结果。

使用的是精确成分，这些被替换成仅由顶夸克初生振幅按比例放大的结果，放大比例是 $\frac{1}{2}\mathcal{V}^{(2)}/\mathcal{V}^{(1)}$ ，这个比例是仅用无质量夸克振幅计算得出的。这种缩放是在个别相空间点层面完全差异性地进行。我们发现，在大部分未极化分布的相空间中，特别是在高能区域，该近似值很好地描述了精确结果。

在其他由环诱导的过程中，与顶夸克质量重正化方案和尺度选择相关的不确定性在 NLO 已知是很大的，主导了 QCD 尺度的不确定性 [74–77]。为了估计这一不确定性，我们可以比较在固有 (OS) 方案中的结果与在 $\overline{\text{MS}}$ 方案中以尺度 $\mu_t = 2m_t^{\text{OS}}$ 得到的结果。将顶夸克质量转换为 $\overline{\text{MS}}$ 方案，我们得到 $m_t(\mu_t) = 154.6 \text{ GeV}$ [78, 79]。仅考虑 $\sigma_{\text{LO}}^{\text{Ah}}$ ，在 LO 下我们发现 $\overline{\text{MS}}$ 结果比 OS 结果大 8.7%。

在我们的计算中， Z 玻色子和顶夸克的质量比在两圈虚拟修正中固定为 OS 值，这阻止了直接评估 NLO 下的方案不确定性。为了估计不确定性的尺寸，我们可以在 $\overline{\text{MS}}$ 方案中重归一化顶夸克质量，并在整个计算的所有部分（除了裸两圈振幅的有限 $\mathcal{O}(\epsilon^0)$ 项）改变质量。我们发现，在 NLO 下， $\overline{\text{MS}}$ 结果比 OS 结果大 $4.1 \pm 0.4\%$ 倍。我们的估计稳定性通过在 Catani 和 q_T 减除方案中计算来评估。

在图 4 中，我们展示了 LHC 中以 $\sqrt{s} = 13.6 \text{ TeV}$ 能量通过胶子通道产生 ZZ 的不变质量分布，考虑了所有无质量和有质量的贡献，包括由希格斯玻色子介导的部分。如上所述，阴影带表示尺度不确定性。我们发现完全 NLO

校正是很大的, 从接近 ZZ 产生阈值时的约 1.8 下降到不变质量为 1 TeV 时的约 1.4。

对于虚线曲线, $\text{NLO}_{\text{approx}}$, 我们再次采用上述近似方法, 即将两圈有限质量的虚拟振幅替换为重新缩放后的顶夸克仅初生振幅。在低不变质量下, 截面主要由包含无质量夸克循环的图所主导, 并且在一定程度上还受到与希格斯介导贡献相互干涉的影响, 这两部分都在近似中被精确地包括了。相反, 在高不变质量处, 当有限质量贡献更为重要时, 有限质量振幅被很好地近似了。结果, 我们观察到该近似在整个不变质量范围内对完整的非极化 NLO 校正效果良好。

对于在 $\sqrt{s} = 13.6 \text{ TeV}$ 处的胶子通道完整 NLO 截面, 且精确依赖于顶夸克质量, 我们得到

$$\sigma_{\text{LO}} = 1316^{+23.0\%}_{-18.0\%} \text{ fb}, \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{NLO}} = 2275(12)^{+14.0\%}_{-12.0\%} \text{ fb}. \quad (9)$$

这里, 括号中的数字表示统计蒙特卡罗误差, 而百分比则指出了由于同时将重正化和因子尺度变化两倍而导致的的不确定性。完整的胶子通道 NLO 修正非常大, 与领先阶相比增加了大约 1.7 倍, 并超出了简单的尺度不确定性的估计。这些修正约减了一半的尺度不确定性。直接包含质量项和 Higgs 介导贡献对总截面的影响是适度的, 相比于纯粹的质量无效应, 降低了 NLO 截面大约 2%。

结论

我们完整地计算了包含完全顶夸克质量效应的 NLO QCD 修正到 $gg \rightarrow ZZ$ 。对于质心能量为 $\sqrt{s} = 13.6 \text{ TeV}$ 的 LHC, 我们发现由胶子诱导通道的总截面相对于 LO 修正增强了大约 1.7 倍。二玻色子不变质量分布 K 因子从生产阈值附近的约 1.8 下降到 1 TeV 时的 1.4。

我们表明, 红外减除方案的选择对需要知道的两圈有限剩余部分的精度有很大影响。特别是, 我们发现, 在 Catani 原始减除方案中, 虚部贡献在数值上被抑制了。这一观察结果有助于减少采样这些具有挑战性贡献的计算成本, 并应在量化有限剩余部分近似质量时予以考虑。我们的分析还表明, 类似于 [19] 的两圈大质量幅值的近似在全非极化 NLO 不变质量分布水平上表现良好。

在未来的工作中, 研究顶夸克质量效应在其他微分可观测量上的影响以及在存在反常耦合情况下的影响将会很有趣, 例如, $Zt\bar{t}$ [80, 81]。我们观察到, 在高不变质量下, 在 LO 和 NLO 之间有强烈的破坏性干涉现象, 其中 Z 玻色子直接耦合到一个重夸克线上以及那些通

过中间希格斯玻色子产生 Z 玻色子的图; 这种抵消可能会被这样的反常耦合所破坏。这里呈现的修正贡献于 N^3LO 强子横截面, 并且应该至少与夸克初始贡献结合到 NNLO 以用于此类现象学应用。

致谢 我们感谢 Gudrun Heinrich、Stephan Jahn 和 C.-P. Yuan 的有用讨论及相关工作。本研究得到了德国研究联合会 (DFG, 德国研究基金会) 通过资助 396021762 - TRR 257, 美国国家科学基金会通过资助 2013859, 英国皇家学会通过大学研究员基金 URF/R1/201268 以及英国科学技术设施委员会通过资助 ST/X000745/1 的支持。我们感谢密歇根州立大学高性能计算中心 (HPCC) 提供的支持和资源。我们的费曼图是使用 JaxoDraw [82] 生成的, 该工具基于绘轴绘制器 [83]。

* Electronic address: bakul.agarwal@kit.edu

† Electronic address: stephen.jones@durham.ac.uk

‡ Electronic address: matthias.kerner@kit.edu

§ Electronic address: manteuffel@ur.de

- [1] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Search for heavy resonances decaying into a pair of Z bosons in the $\ell^+\ell^-\ell'^+\ell'^-$ and $\ell^+\ell^-\nu\bar{\nu}$ final states using 139 fb^{-1} of proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector*, *Eur. Phys. J. C* **81** (2021), no. 4 332, [[arXiv:2009.14791](#)].
- [2] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Search for heavy diboson resonances in semileptonic final states in pp collisions at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector*, *Eur. Phys. J. C* **80** (2020), no. 12 1165, [[arXiv:2004.14636](#)].
- [3] **CMS** Collaboration, A. Tumasyan et al., *Search for heavy resonances decaying to $Z(\nu\bar{\nu})V(q\bar{q}')$ in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$* , *Phys. Rev. D* **106** (2022), no. 1 012004, [[arXiv:2109.08268](#)].
- [4] **CMS** Collaboration, A. M. Sirunyan et al., *A multi-dimensional search for new heavy resonances decaying to boosted WW , WZ , or ZZ boson pairs in the dijet final state at 13 TeV* , *Eur. Phys. J. C* **80** (2020), no. 3 237, [[arXiv:1906.05977](#)].
- [5] **ATLAS** Collaboration, M. Aaboud et al., *Constraints on off-shell Higgs boson production and the Higgs boson total width in $ZZ \rightarrow 4\ell$ and $ZZ \rightarrow 2\ell 2\nu$ final states with the ATLAS detector*, *Phys. Lett. B* **786** (2018) 223–244, [[arXiv:1808.01191](#)].

- [6] **CMS** Collaboration, A. M. Sirunyan et al., *Measurement and interpretation of differential cross sections for Higgs boson production at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, *Phys. Lett. B* **792** (2019) 369–396, [[arXiv:1812.06504](#)].
- [7] **CMS** Collaboration, A. M. Sirunyan et al., *Measurements of the Higgs boson width and anomalous HVV couplings from on-shell and off-shell production in the four-lepton final state*, *Phys. Rev. D* **99** (2019), no. 11 112003, [[arXiv:1901.00174](#)].
- [8] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Measurements of the Higgs boson inclusive and differential fiducial cross sections in the 4ℓ decay channel at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, *Eur. Phys. J. C* **80** (2020), no. 10 942, [[arXiv:2004.03969](#)].
- [9] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Measurement of ZZ production cross-sections in the four-lepton final state in pp collisions at $s=13.6$ TeV with the ATLAS experiment*, *Phys. Lett. B* **855** (2024) 138764, [[arXiv:2311.09715](#)].
- [10] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Evidence of pair production of longitudinally polarised vector bosons and study of CP properties in $ZZ \rightarrow 4\ell$ events with the ATLAS detector at $\sqrt{s} = 13$ TeV*, *JHEP* **12** (2023) 107, [[arXiv:2310.04350](#)].
- [11] F. Caola and K. Melnikov, *Constraining the Higgs boson width with ZZ production at the LHC*, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 054024, [[arXiv:1307.4935](#)].
- [12] J. M. Campbell, R. K. Ellis, and C. Williams, *Bounding the Higgs Width at the LHC Using Full Analytic Results for $gg \rightarrow e^-e^+\mu^-\mu^+$* , *JHEP* **04** (2014) 060, [[arXiv:1311.3589](#)].
- [13] N. Kauer and G. Passarino, *Inadequacy of zero-width approximation for a light Higgs boson signal*, *JHEP* **08** (2012) 116, [[arXiv:1206.4803](#)].
- [14] N. Kauer, *Interference effects for $H \rightarrow WW/ZZ \rightarrow \ell\bar{\nu}_\ell\bar{\ell}\nu_\ell$ searches in gluon fusion at the LHC*, *JHEP* **12** (2013) 082, [[arXiv:1310.7011](#)].
- [15] **CMS** Collaboration, A. Tumasyan et al., *Measurement of the Higgs boson width and evidence of its off-shell contributions to ZZ production*, *Nature Phys.* **18** (2022), no. 11 1329–1334, [[arXiv:2202.06923](#)].
- [16] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Evidence of off-shell Higgs boson production from ZZ leptonic decay channels and constraints on its total width with the ATLAS detector*, *Phys. Lett. B* **846** (2023) 138223, [[arXiv:2304.01532](#)]. [Erratum: *Phys.Lett.B* 854, 138734 (2024)].
- [17] F. Cascioli, T. Gehrmann, M. Grazzini, S. Kallweit, P. Maierhöfer, A. von Manteuffel, S. Pozzorini, D. Rathlev, L. Tancredi, and E. Weihs, *ZZ production at hadron colliders in NNLO QCD*, *Phys. Lett. B* **735** (2014) 311–313, [[arXiv:1405.2219](#)].
- [18] F. Caola, K. Melnikov, R. Röntsch, and L. Tancredi, *QCD corrections to ZZ production in gluon fusion at the LHC*, *Phys. Rev. D* **92** (2015), no. 9 094028, [[arXiv:1509.06734](#)].
- [19] M. Grazzini, S. Kallweit, M. Wiesemann, and J. Y. Yook, *ZZ production at the LHC: NLO QCD corrections to the loop-induced gluon fusion channel*, *JHEP* **03** (2019) 070, [[arXiv:1811.09593](#)].
- [20] A. von Manteuffel and L. Tancredi, *The two-loop helicity amplitudes for $gg \rightarrow V_1V_2 \rightarrow 4$ leptons*, *JHEP* **06** (2015) 197, [[arXiv:1503.08835](#)].
- [21] F. Caola, J. M. Henn, K. Melnikov, A. V. Smirnov, and V. A. Smirnov, *Two-loop helicity amplitudes for the production of two off-shell electroweak bosons in gluon fusion*, *JHEP* **06** (2015) 129, [[arXiv:1503.08759](#)].
- [22] B. W. Lee, C. Quigg, and H. B. Thacker, *Weak Interactions at Very High-Energies: The Role of the Higgs Boson Mass*, *Phys. Rev. D* **16** (1977) 1519.
- [23] M. S. Chanowitz and M. K. Gaillard, *The TeV Physics of Strongly Interacting W's and Z's*, *Nucl. Phys. B* **261** (1985) 379–431.
- [24] K. Melnikov and M. Dowling, *Production of two Z-bosons in gluon fusion in the heavy top quark approximation*, *Phys. Lett. B* **744** (2015) 43–47, [[arXiv:1503.01274](#)].
- [25] F. Caola, M. Dowling, K. Melnikov, R. Röntsch, and L. Tancredi, *QCD corrections to vector boson pair production in gluon fusion including interference effects with off-shell Higgs at the LHC*, *JHEP* **07** (2016) 087, [[arXiv:1605.04610](#)].
- [26] J. M. Campbell, R. K. Ellis, M. Czakon, and S. Kirchner, *Two loop correction to interference in $gg \rightarrow ZZ$* , *JHEP* **08** (2016) 011, [[arXiv:1605.01380](#)].
- [27] R. Gröber, A. Maier, and T. Rauh, *Top quark mass effects in $gg \rightarrow ZZ$ at two loops and off-shell Higgs boson interference*, *Phys. Rev. D* **100** (2019), no. 11 114013, [[arXiv:1908.04061](#)].
- [28] J. Davies, G. Mishima, M. Steinhauser, and D. Wellmann, *$gg \rightarrow ZZ$: analytic two-loop results for the low- and high-energy regions*, *JHEP* **04** (2020) 024, [[arXiv:2002.05558](#)].
- [29] S. Alioli, S. Ferrario Ravasio, J. M. Lindert, and R. Röntsch, *Four-lepton production in gluon fusion at*

- NLO matched to parton showers*, *Eur. Phys. J. C* **81** (2021), no. 8 687, [[arXiv:2102.07783](#)].
- [30] L. Buoncore, G. Koole, D. Lombardi, L. Rottoli, M. Wiesemann, and G. Zanderighi, *ZZ production at n NNLO+PS with $MiNNLO_{PS}$* , *JHEP* **01** (2022) 072, [[arXiv:2108.05337](#)].
- [31] B. Agarwal, S. P. Jones, and A. von Manteuffel, *Two-loop helicity amplitudes for $gg \rightarrow ZZ$ with full top-quark mass effects*, *JHEP* **05** (2021) 256, [[arXiv:2011.15113](#)].
- [32] C. Brønnum-Hansen and C.-Y. Wang, *Two-loop helicity amplitudes for W/Z boson pair production in gluon fusion with exact top mass dependence*, *JHEP* **05** (2021) 244, [[arXiv:2101.12095](#)].
- [33] D. A. Dicus, C. Kao, and W. W. Repko, *Gluon Production of Gauge Bosons*, *Phys. Rev. D* **36** (1987) 1570.
- [34] E. W. N. Glover and J. J. van der Bij, *Z BOSON PAIR PRODUCTION VIA GLUON FUSION*, *Nucl. Phys. B* **321** (1989) 561–590.
- [35] C. Zecher, T. Matsuura, and J. J. van der Bij, *Leptonic signals from off-shell Z boson pairs at hadron colliders*, *Z. Phys. C* **64** (1994) 219–226, [[hep-ph/9404295](#)].
- [36] J. Gluza, K. Kajda, and D. A. Kosower, *Towards a Basis for Planar Two-Loop Integrals*, *Phys. Rev. D* **83** (2011) 045012, [[arXiv:1009.0472](#)].
- [37] R. M. Schabinger, *A New Algorithm For The Generation Of Unitarity-Compatible Integration By Parts Relations*, *JHEP* **01** (2012) 077, [[arXiv:1111.4220](#)].
- [38] H. Ita, *Two-loop Integrand Decomposition into Master Integrals and Surface Terms*, *Phys. Rev. D* **94** (2016), no. 11 116015, [[arXiv:1510.05626](#)].
- [39] K. J. Larsen and Y. Zhang, *Integration-by-parts reductions from unitarity cuts and algebraic geometry*, *Phys. Rev. D* **93** (2016), no. 4 041701, [[arXiv:1511.01071](#)].
- [40] J. Böhm, A. Georgoudis, K. J. Larsen, M. Schulze, and Y. Zhang, *Complete sets of logarithmic vector fields for integration-by-parts identities of Feynman integrals*, *Phys. Rev. D* **98** (2018), no. 2 025023, [[arXiv:1712.09737](#)].
- [41] A. von Manteuffel and R. M. Schabinger, *A novel approach to integration by parts reduction*, *Phys. Lett. B* **744** (2015) 101–104, [[arXiv:1406.4513](#)].
- [42] T. Peraro, *Scattering amplitudes over finite fields and multivariate functional reconstruction*, *JHEP* **12** (2016) 030, [[arXiv:1608.01902](#)].
- [43] S. Abreu, J. Dormans, F. Febres Cordero, H. Ita, B. Page, and V. Sotnikov, *Analytic Form of the Planar Two-Loop Five-Parton Scattering Amplitudes in QCD*, *JHEP* **05** (2019) 084, [[arXiv:1904.00945](#)].
- [44] J. Boehm, M. Wittmann, Z. Wu, Y. Xu, and Y. Zhang, *IBP reduction coefficients made simple*, *JHEP* **12** (2020) 054, [[arXiv:2008.13194](#)].
- [45] H. A. Chawdhry, M. Czakon, A. Mitov, and R. Poncelet, *Two-loop leading-color helicity amplitudes for three-photon production at the LHC*, *JHEP* **06** (2021) 150, [[arXiv:2012.13553](#)].
- [46] M. Heller and A. von Manteuffel, *Multivariate Apart: Generalized partial fractions*, *Comput. Phys. Commun.* **271** (2022) 108174, [[arXiv:2101.08283](#)].
- [47] B. Agarwal, F. Buccioni, A. von Manteuffel, and L. Tancredi, *Two-loop leading colour QCD corrections to $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma g$ and $qg \rightarrow \gamma\gamma q$* , *JHEP* **04** (2021) 201, [[arXiv:2102.01820](#)].
- [48] S. Borowka, G. Heinrich, S. Jahn, S. P. Jones, M. Kerner, and J. Schlenk, *A GPU compatible quasi-Monte Carlo integrator interfaced to pySecDec*, *Comput. Phys. Commun.* **240** (2019) 120–137, [[arXiv:1811.11720](#)].
- [49] G. Heinrich, S. Jahn, S. P. Jones, M. Kerner, F. Langer, V. Magerya, A. Pöldaru, J. Schlenk, and E. Villa, *Expansion by regions with pySecDec*, *Comput. Phys. Commun.* **273** (2022) 108267, [[arXiv:2108.10807](#)].
- [50] G. Heinrich, S. P. Jones, M. Kerner, V. Magerya, A. Olsson, and J. Schlenk, *Numerical scattering amplitudes with pySecDec*, *Comput. Phys. Commun.* **295** (2024) 108956, [[arXiv:2305.19768](#)].
- [51] T. Gehrmann, A. von Manteuffel, and L. Tancredi, *The two-loop helicity amplitudes for $q\bar{q}' \rightarrow V_1 V_2 \rightarrow 4$ leptons*, *JHEP* **09** (2015) 128, [[arXiv:1503.04812](#)].
- [52] C. W. Bauer, A. Frink, and R. Kreckel, *Introduction to the GiNaC framework for symbolic computation within the C++ programming language*, *J. Symb. Comput.* **33** (2002) 1–12, [[cs/0004015](#)].
- [53] J. Vollinga and S. Weinzierl, *Numerical evaluation of multiple polylogarithms*, *Comput. Phys. Commun.* **167** (2005) 177, [[hep-ph/0410259](#)].
- [54] C. Anastasiou, S. Beerli, S. Bucherer, A. Daleo, and Z. Kunszt, *Two-loop amplitudes and master integrals for the production of a Higgs boson via a massive quark and a scalar-quark loop*, *JHEP* **01** (2007) 082, [[hep-ph/0611236](#)].

- [55] G. P. Lepage, *A New Algorithm for Adaptive Multidimensional Integration*, *J. Comput. Phys.* **27** (1978) 192.
- [56] T. Hahn, *CUBA: A Library for multidimensional numerical integration*, *Comput. Phys. Commun.* **168** (2005) 78–95, [[hep-ph/0404043](#)].
- [57] S. Catani, L. Cieri, D. de Florian, G. Ferrera, and M. Grazzini, *Universality of transverse-momentum resummation and hard factors at the NNLO*, *Nucl. Phys. B* **881** (2014) 414–443, [[arXiv:1311.1654](#)].
- [58] S. Catani and M. H. Seymour, *A General algorithm for calculating jet cross-sections in NLO QCD*, *Nucl. Phys. B* **485** (1997) 291–419, [[hep-ph/9605323](#)]. [Erratum: *Nucl.Phys.B* 510, 503–504 (1998)].
- [59] S. Catani, *The Singular behavior of QCD amplitudes at two loop order*, *Phys. Lett. B* **427** (1998) 161–171, [[hep-ph/9802439](#)].
- [60] **GoSam** Collaboration, G. Cullen, N. Greiner, G. Heinrich, G. Luisoni, P. Mastrolia, G. Ossola, T. Reiter, and F. Tramontano, *Automated One-Loop Calculations with GoSam*, *Eur. Phys. J. C* **72** (2012) 1889, [[arXiv:1111.2034](#)].
- [61] **GoSam** Collaboration, G. Cullen et al., *GOSAM-2.0: a tool for automated one-loop calculations within the Standard Model and beyond*, *Eur. Phys. J. C* **74** (2014), no. 8 3001, [[arXiv:1404.7096](#)].
- [62] J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, O. Mattelaer, H. S. Shao, T. Stelzer, P. Torrielli, and M. Zaro, *The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations*, *JHEP* **07** (2014) 079, [[arXiv:1405.0301](#)].
- [63] R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, D. Pagani, H. S. Shao, and M. Zaro, *The automation of next-to-leading order electroweak calculations*, *JHEP* **07** (2018) 185, [[arXiv:1804.10017](#)]. [Erratum: *JHEP* 11, 085 (2021)].
- [64] F. Buccioni, J.-N. Lang, J. M. Lindert, P. Maierhöfer, S. Pozzorini, H. Zhang, and M. F. Zoller, *OpenLoops 2*, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019), no. 10 866, [[arXiv:1907.13071](#)].
- [65] A. Denner, S. Dittmaier, and L. Hofer, *Collier: a fortran-based Complex One-Loop Library in Extended Regularizations*, *Comput. Phys. Commun.* **212** (2017) 220–238, [[arXiv:1604.06792](#)].
- [66] G. Ossola, C. G. Papadopoulos, and R. Pittau, *CutTools: A Program implementing the OPP reduction method to compute one-loop amplitudes*, *JHEP* **03** (2008) 042, [[arXiv:0711.3596](#)].
- [67] A. van Hameren, *OneLOop: For the evaluation of one-loop scalar functions*, *Comput. Phys. Commun.* **182** (2011) 2427–2438, [[arXiv:1007.4716](#)].
- [68] P. Mastrolia, E. Mirabella, and T. Peraro, *Integrand reduction of one-loop scattering amplitudes through Laurent series expansion*, *JHEP* **06** (2012) 095, [[arXiv:1203.0291](#)]. [Erratum: *JHEP* 11, 128 (2012)].
- [69] T. Peraro, *Ninja: Automated Integrand Reduction via Laurent Expansion for One-Loop Amplitudes*, *Comput. Phys. Commun.* **185** (2014) 2771–2797, [[arXiv:1403.1229](#)].
- [70] G. J. van Oldenborgh and J. A. M. Vermaseren, *New Algorithms for One Loop Integrals*, *Z. Phys. C* **46** (1990) 425–438.
- [71] T. Hahn and M. Perez-Victoria, *Automatized one loop calculations in four-dimensions and D-dimensions*, *Comput. Phys. Commun.* **118** (1999) 153–165, [[hep-ph/9807565](#)].
- [72] A. Buckley, J. Ferrando, S. Lloyd, K. Nordström, B. Page, M. Rüfenacht, M. Schönherr, and G. Watt, *LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era*, *Eur. Phys. J. C* **75** (2015) 132, [[arXiv:1412.7420](#)].
- [73] T.-J. Hou et al., *New CTEQ global analysis of quantum chromodynamics with high-precision data from the LHC*, *Phys. Rev. D* **103** (2021), no. 1 014013, [[arXiv:1912.10053](#)].
- [74] J. Baglio, F. Campanario, S. Glaus, M. Mühlleitner, M. Spira, and J. Streicher, *Gluon fusion into Higgs pairs at NLO QCD and the top mass scheme*, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019), no. 6 459, [[arXiv:1811.05692](#)].
- [75] J. Baglio, F. Campanario, S. Glaus, M. Mühlleitner, J. Ronca, and M. Spira, *$gg \rightarrow HH$: Combined uncertainties*, *Phys. Rev. D* **103** (2021), no. 5 056002, [[arXiv:2008.11626](#)].
- [76] L. Chen, J. Davies, G. Heinrich, S. P. Jones, M. Kerner, G. Mishima, J. Schlenk, and M. Steinhauser, *ZH production in gluon fusion at NLO in QCD*, *JHEP* **08** (2022) 056, [[arXiv:2204.05225](#)].
- [77] G. Degrandi, R. Gröber, M. Vitti, and X. Zhao, *On the NLO QCD corrections to gluon-initiated ZH production*, *JHEP* **08** (2022) 009, [[arXiv:2205.02769](#)].
- [78] K. G. Chetyrkin, J. H. Kuhn, and M. Steinhauser, *RunDec: A Mathematica package for running and decoupling of the strong coupling and quark masses*, *Comput. Phys. Commun.* **133** (2000) 43–65, [[hep-ph/0004189](#)].

- [79] F. Herren and M. Steinhauser, *Version 3 of RunDec and CRunDec*, *Comput. Phys. Commun.* **224** (2018) 333–345, [[arXiv:1703.03751](#)].
- [80] A. Azatov, C. Grojean, A. Paul, and E. Salvioni, *Resolving gluon fusion loops at current and future hadron colliders*, *JHEP* **09** (2016) 123, [[arXiv:1608.00977](#)].
- [81] Q.-H. Cao, B. Yan, C. P. Yuan, and Y. Zhang, *Probing $Zt\bar{t}$ couplings using Z boson polarization in ZZ production at hadron colliders*, *Phys. Rev. D* **102** (2020), no. 5 055010, [[arXiv:2004.02031](#)].
- [82] D. Binosi and L. Theußl, *JaxoDraw: A Graphical user interface for drawing Feynman diagrams*, *Comput. Phys. Commun.* **161** (2004) 76–86, [[hep-ph/0309015](#)].
- [83] J. A. M. Vermaseren, *Axodraw*, *Comput. Phys. Commun.* **83** (1994) 45–58.