

可变目标方法 (VGA) 将人类智能融入微观行人动态模型中

Kanika Jain¹, Anurag Tripathi¹, Shankar Prawesh², Indranil Saha Dalal¹

¹Department of Chemical Engineering, Indian Institute of Technology Kanpur, India

²Department of Management Sciences, Indian Institute of Technology Kanpur, India

摘要: 行人动态模型通过数学、计算、基于人工智能和启发式方法提供了对行人互动、避碰以及自组织人群行为的宝贵见解。然而,现有的模型往往无法捕捉人类决策的基本方面,特别是选择视线范围内的中间目标以采用间接路线的倾向。在这项研究中,我们提出了一种新型变量目标方法 (VGA),通过引入多个被称为变量目标的中间目标将人类智能融入行人动态模型,引导行人向最终目的地移动。这些变量目标充当自适应指导机制,使过渡更加顺畅并实现动态导航。VGA 还提高了模型的效率,同时减少了互动和干扰。通过战略性地定位变量目标,VGA 引入了随机性元素。这使得模型能够在相同条件下模拟不同的行人路径,反映了人类决策的多样性。除了在简单场景中的有效性外,VGA 在复制高密度场景(如车道形成)方面表现出色,其结果与实际数据非常吻合。

I. 介绍

在过去的几十年里,由于人口的增长和大量的农村向城市迁移,行人动态引起了越来越多的关注。管理这些庞大的人群,特别是在大型集会 and 公共区域,是一项极其艰巨的任务,需要设计来确保顺畅运行并在任何意外事件中尽量减少风险。行人动态之所以吸引人还有另一个原因是虚拟现实(如元宇宙)在人类生活中角色的扩大。机器人成为我们日常生活不可或缺的一部分的日子并不遥远。索菲亚,一个人形机器人,就是这一趋势的最佳例证。为了创造一个更加便捷和舒适的步行环境,需要对人流进行合理的建模。

行人动态建模涉及使用数学 [1-3]、计算 [4-6] 和基于人工智能的 [7, 8] 模型来模拟和分析各种环境中行人的运动。这一领域为理解拥挤空间中的行人互动、避碰及自组织提供了见解。已经提出了多种模型,它们在复杂性、基础假设及应用上各有不同。例如,基于力的模型将行人视为受牛顿力(如吸引、排斥)影响的惯性粒子来模拟复杂的场景,如自我组织 [9]、恐慌行为 [10] 和疏散 [11]。元胞自动机模型采用地板场概念(静态和动态),将空间离散化为网格,行人在这些网格的单元间进行转换 [4, 12, 13]。最优互惠避碰 (ORCA) 模型 [5], 基于速度障碍方法,通过选择避免即将碰撞区域的速度来确保无碰撞运动。该方法主要应用于机器人和多智能体系统 [14, 15]。近年来,在行人动态研究中,深度学习技术获得了显著的发展 [7, 8, 16]。例如,社会 LSTM 模型利用循环神经网络 (RNNs) 直接从数据中学习社交互动 [7]。尽管有这些复杂模型存在,基于简单规则的方法也建立在认知科学的基础上 [6]。这类模型依赖于行为启发式方法,行人根据视觉信息选择一个方向和速度,以最直接的路径前往目的地并保持与障碍物之间的最小碰撞时间阈值。类似的启发式也被应用于增强

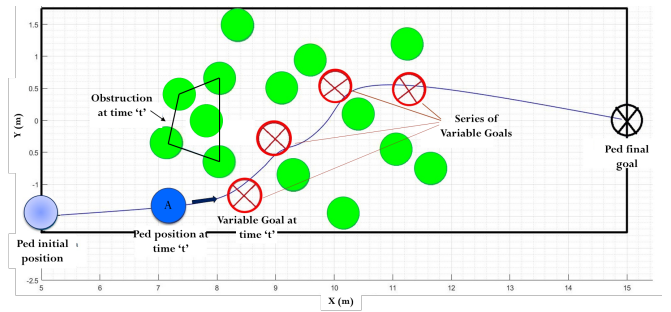


图 1: 模拟快照展示了多障碍物单行人情况下的变量目标方法 (VGA) 示例

自主机器人导航 [17, 18]。

尽管应用广泛,现有的行人动力学模型常常未能纳入人类决策的基本方面,尤其是倾向于采用间接方法到达最终目的地的倾向。行人有将路径分成多个部分的趋势,借助直接视线内的中间目标来实现这一点。为了应对这一问题,我们提出了一种新颖的可变目标方法 (VGA),在行人的动态建模中融入了“人类智能”,其中这些中间目标被称作可变目标,使自然路径调整成为可能。图 1 展示了一个行人穿过障碍迷宫的示意表示,在该过程中,可变目标有助于避免碰撞并确保顺畅过渡到最终目的地。借助可变目标,行人在不显著改变诸如速度等基本行为的情况下可以改变方向。例如,图 2 说明了四个基本现实生活场景中按预期速度归一化的速度曲线(中间一行)和相应的轨迹(底部一行)。基于力的模型 UPL 表现出不现实的速度波动和突然的轨迹偏离,而实验结果则显示稳定的速度和平滑路径。该实验数据来自我们之前的 [19] 研究,并公开获取于 <https://github.com/kanika201293/Pedestrian-Experimental-Data>。这些实验结果显示行人能够预见碰撞并提前调整其路径以确保平稳过渡并减少偏差。相比之下,基于力的模型依赖于排斥相互作用力

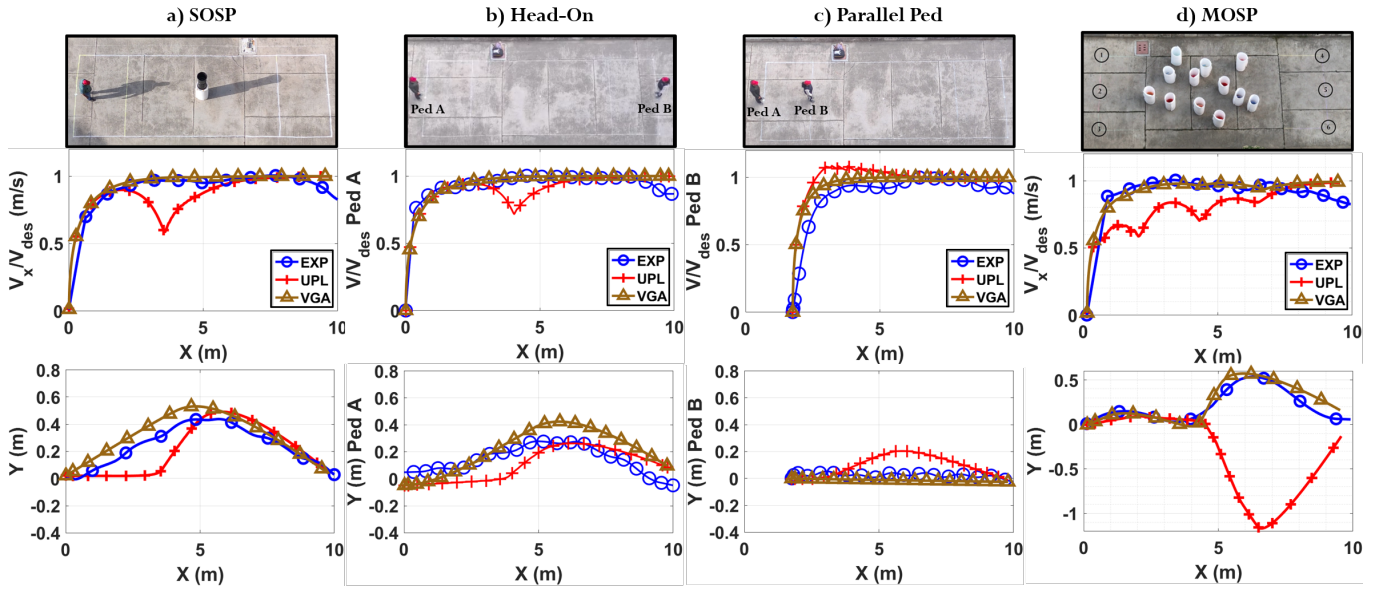


图 2: 控制实验展示了四种现实生活场景: (a) SOSP: 一名志愿者绕过一个静止的障碍物以达到目标。(b) 对面相遇: 两名志愿者从相反方向行走并交换位置。(c) 平行超越: 一名较快的志愿者超过一名较慢的志愿者。(d) MOSP: 一名志愿者在障碍迷宫中导航, 初始和最终目标在 1-6 的位置上被置换。每个场景都绘制了标准化的速度和轨迹。UPL (红色/加号) 显示速度下降和轨迹偏移出现在 (a)、(b) 和 (d), 以及 (c) 中的“推动效应”。在包括 VGA (金色/三角形) 后, 模型与实验数据 (蓝色/圆圈) 紧密匹配, 避免了速度和轨迹的突然变化以及其他不现实的行为。测量区域范围从 2 到 8 米以避免入口/出口效应。

来防止碰撞, 这往往导致不现实的速度变化和突然的方向改变, 如图 2 所示。在 VGA 框架中, 行人在遇到障碍时通过调整目标而不是经历强烈的排斥力来改变方向。这种机制允许更顺畅、自然的移动, 在图 2 中呈现的图表中可见这一特点。

变量目标方法 (VGA) 通过引入变量目标的概念将人类智能融入行人动力学模型。这种方法使行人能够

a) 在到达最终目的地之前将它们的路径分成多个段落,

b) 根据可见的周围环境做出决策,
动态选择目标, 允许灵活调整路径方向,

d) 改变方向而不显著改变基本行为特征, 即速度。

文章以变量目标方法在第 II 节中的定义、概念框架和逐步实施开始。第 III 节展示了使用 VGA 获得的各种结果, 并讨论了其将人类智能融入模型的能力, 提高效率, 引入随机性以及复制高密度场景的能力。最后, 第 IV 节总结了关键发现及其意义。

II. 变量目标方法 (VGA)

变量目标方法基于中间目标的原则, 这些目标称为变量目标, 它们的位置会根据行人的位置和障碍物的位置而变化。

考虑一个简单的单障碍单行人 (SOSP) 场景, 其中单

一静止障碍物阻碍了单个行人为达到其最终目标 “G” 的路径, 如图 3(a) 所示。为了到达最终目标, 行人 A 必须绕过障碍物向右或向左走。根据 VGA, 应设置一个变量目标来处理在达到最终目标之前遇到的阻碍。为此, 在行人的位置相对于障碍物两侧设置了两个假设的目标, 如图 3(a) 所示, 用符号 $\otimes$ 表示。从这两个目标中选择一个的方法是使用最小偏差法。在这种方法中, 更接近行人和最终目标连接线 ($\vec{AG}$) 的目标被选中。在图中, 右侧目标为行人提供了较小偏移的路径。因此, 选择了右侧目标作为变量目标以达到最终目的地, 并且与障碍物的交互最少。

对于涉及多个障碍物的更复杂场景, 以类似的方式设置了一个可变目标。在这种情况下, 两个假设的目标垂直设置在障碍物群集的两侧, 如图 3(b) 所示。当障碍物之间的表面距离小于行人尺寸时, 它们被分组为一个集群。这样, 集群的形成表明障碍物紧密排列, 行人无法穿过, 且可以将该集群视为一个大型障碍物。在这里, 同样使用最小偏差法来选择可变目标以绕过该集群。

图 1 展示了多障碍单行人在 (MOSP) 场景中的一个模拟快照。随着行人向前移动, 它会与各种障碍物相互作用, 这些障碍物可能是单独的障碍物或障碍物群集。变量目标以类似之前提到的方式设置, 允许行人在可视点处做出决定, 并在尽量减少与障碍物的互动的同时调整其路径方向。如图所示, 这种方法使行人能够通过随机放置的障碍物迷宫平滑导航, 轨迹由一系列可变目标

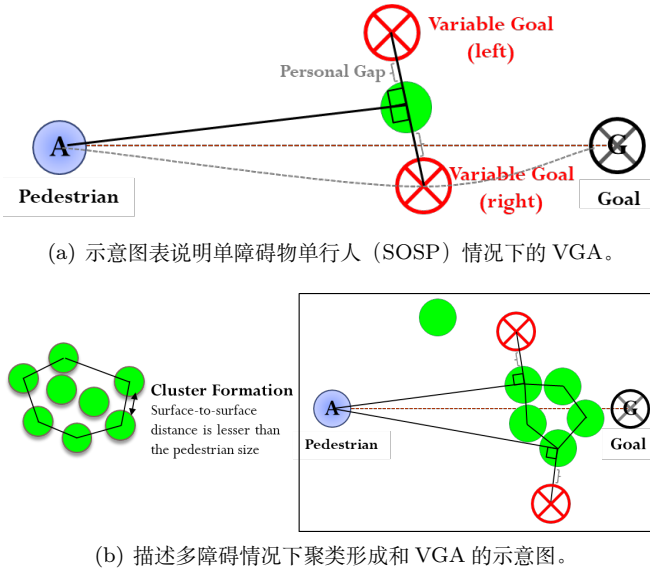


图 3: 该图解释了单个障碍物和多个障碍物情况下 VGA 的工作原理。在可变目标方法中, 每个障碍物或障碍物集群的两侧垂直设置两个假设的目标 (⊗), 并保持个人间距。(a) 该图展示了单一障碍物单行人 (SOSP) 情况下的 VGA。使用最小偏移法选择最接近行人 “A” 与最终目标 “G” 连线的那个目标 (此处为右侧可变目标)。(b) 当障碍物之间的表面距离小于行人的尺寸时, 这些障碍物属于一个集群。该障碍物集群作为一个紧凑的整体存在, 使得行人无法穿过。对于多个障碍物, 同样方式设置可变目标, 并使用最小偏移法进行选择。

引导。

实现:

本小节描述了确定变量目标位置的过程, 以促进行人的导航。该过程包括多个步骤: 检测最近的障碍物, 形成集群, 识别切线元素, 确定两个可能的变量目标位置, 选择一个变量目标, 并最终更新变量目标的位置。下面将通过图 4a) 所示的多个障碍物情况对每个步骤进行详细说明。

第一步: 该过程首先在行人与最终目标之间的直接路径上识别最近的障碍物。这是通过定义一个假设矩形区域来实现的, 如图 4b) 所标记的 A、B、C 和 D。此区域内属于行进路线上的障碍物都被视为阻碍。其中, 离行人中心距离最短的那个障碍物被指定为最近的障碍物 (N)。

第二步: 接下来形成围绕最近障碍物 (N) 的一组集群。如前所述, 集群代表了一种紧凑排列的障碍物群集, 行人在通过这些区域时会受到阻碍。与 N 表面到表面距离小于行人大小的障碍物都被包括在集群中。如图 4c) 所示, 四个绿色轮廓的障碍物代表了这个集群。然后将这

些障碍物之间的表面到表面的距离与其他附近的障碍物进行比较, 并那些在其阈值内的也被加入到集群中 (例如两个蓝色线条围绕的障碍物)。这一迭代过程持续直到不能再添加其他障碍物为止。因此, 行人将该集群感知为一个需要避开的较大障碍物。

步骤 3: 然后确定集群在左方和右方的切向障碍物, 分别表示为图 4d) 中的 T_L 和 T_R 。左侧切向障碍物 (T_L) 是相对于行人位置形成最左边角度 ($\angle T_L PG$) 的障碍物, 而右侧切向障碍物 (T_R) 则形成最右边的角度 ($\angle T_R PG$)。

步骤 4: 一旦确定了切向障碍物, 则将变量目标 (表示为人形大小的圆圈) 垂直放置于这些障碍物的位置。图 4e) 展示了两个这样的可变目标, 它们被放置在切线障碍物中心的垂直方向上, 同时保持一个等于行人大小一半的个人间隙 $\square$ 。如果两侧的切线障碍物相同, 可变目标会定位在同一障碍物的两侧, 如图 3(a) 中 SOSP 的情况所示。

步骤 5: 选择两个可变目标中的一个是一项关键步骤, 需要考虑以下因素:

- a) 可变目标的中心不得超出走廊范围, 确保有足够的可航行空间。
- b) 在行人的可视范围内 (-100° 到 100°) 的目标被优先考虑。

c) 如果两个可变目标均位于走廊内且在可视范围内, 选择基于最小偏差法, 即选择离行人与最终目标 ($\overrightarrow{AG}$) 连线最近的目标。

需要注意的是, 只有当两个可变目标都位于走廊外时, 所提出的方法才会失败。如果一个可变目标位于走廊外而另一个仍然在走廊内但在行人的可视范围之外, 则选择处于可视范围之外的那个目标。这种选择表明可见区域中存在停滞状态, 促使行人重新定向并寻找新的路径。为了进一步澄清, 请参阅图 S1。在图 4e) 中, 右侧的可变目标违反了走廊约束; 因此, 选择了左侧的可变目标。

步骤 6 - 选择之后, 根据其周围环境精确定位可变目标的位置。如果它也未能保持与周围 (如其他障碍物和走廊) 之间的个人距离, 则调整可变目标的位置以确保两侧间距相等。例如, 在图 4e) 中, 选定的可变目标离走廊太近。因此, 其位置更新为障碍物与走廊间的中点, 维持了两侧相同的间隔 (图 4f)。

通过反复重复这六个步骤——从识别最近的障碍物到更新变量目标位置——决定了后续变量目标的位置。图

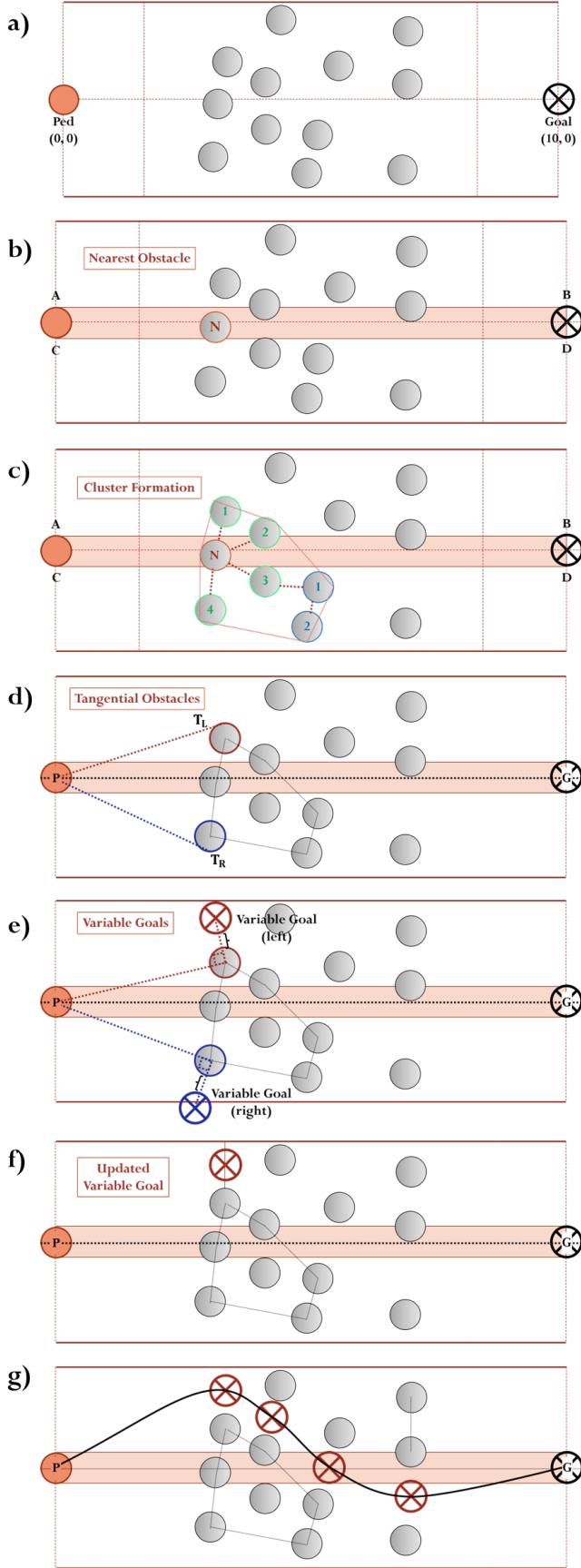


图 4: 解释行人平稳过渡的变量目标方法逐步实施的示意图。

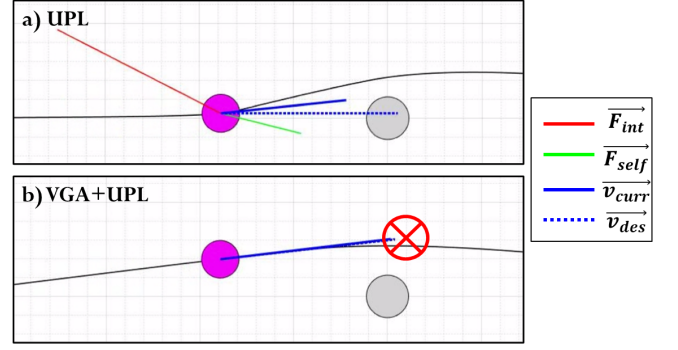


图 5: 行人于 SOSP 场景中分别使用 a) 仅 UPL 和 b) 将 VGA 引入模型 UPL 进行模拟时所经历的力的概念图。这里, F_{int} 是交互力, F_{self} 是自主驱动力, v_{curr} 是当前速度的方向, 而 v_{des} 是期望速度的方向。请注意, 线段的长度与其相应的大小成正比。该图显示了由于行人与障碍物相互作用, 在模型中引入 VGA 后所经历的力量发生了急剧变化。

4g) 展示了由一系列变量目标引导的行人的轨迹。这个迭代过程使变量目标方法能够有效地引导行人到达最终目的地, 同时最小化阻碍。

III. 结果与讨论

VGA 利用多个变量目标来促进行人从初始位置到最终位置的平稳过渡。本节通过将可变目标方法应用于基于力模型的 UPL, 展示了该方法所获得的各种结果, 以突出该方法的重要性。结果显示了 VGA 的四个关键特征, 如下所述。

A. VGA: 结合人类智能

如前所述, 可变目标使模型能够融入人类智能, 允许行人以最小的障碍物互动进行过渡。图 5 展示了一个 SOSP 场景, 比较了在有和没有使用可变目标方法的模拟中, 行人由于障碍物而经历的交互力。该图显示, 在没有 VGA 的情况下, 行人避免障碍物时会遇到过大的排斥交互力, 导致速度下降和路径方向的突然变化。相比之下, 通过 VGA, 行人在使用可变目标时成功避开了障碍物, 并未经历交互力。这避免了不现实的速度或路径方向的变化。图 5 中线段的长度与相应量值成正比。我们在先前研究中开发的评分系统 [19] 对 UPL 进行了评估, 得分为 60% 以下, 而在应用 VGA 后, 得分增加到超过 90%。这一改进展示了将人类智能融入模型中的能力, 增强了诸如振荡、路径平滑度和速度偏差等不同参数 (见表 S1)。

B. VGA: 提高效率

除了融合人类智能外, VGA 显著提升了模型的效率。在 MOSP 场景中, 行人需要通过一个由随机放置障碍物组成的迷宫。实验使用了特定的障碍物配置 [19], 设置了四种不同的障碍物覆盖面积百分比。这些条件分别标记为 A、B、C 和 D 案例, 并展示在图 6 中。该图展示了平均归一化速度, 以及实验数据 (蓝色圆圈)、仅 UPL 模拟 (红色叉号) 和 VGA+UPL 模拟 (金色三角形) 的误差棒。结果显示, VGA 通过产生与实验数据紧密吻合的模拟结果改善了模型性能, 在误差范围内, 而单独使用 UPL 显示出显著偏差, 尤其是在较高障碍物密度的情况下。

由于对每一种可能的区域百分比和障碍物配置进行实验是不切实际的, 模拟被扩展以覆盖从 0% 到 27% 的区域百分比, 每个百分比都有 10,000 种不同的障碍物配置。在图 6 中绘制的这些配置下的平均归一化速度表明, 与仅使用 UPL 相比, VGA 使模型能够更有效地保持行人速度同时避开障碍物。

图 6 的嵌入部分绘制了失败案例的比例与障碍物覆盖面积的关系。绿色星形标记的曲线代表的是障碍物配置使得没有可行路径存在的案例, 表明处于固有卡住的状态。该曲线与 VGA 中未成功案例比例的紧密一致说明大多数在 VGA 模拟中的失败是由障碍物配置导致的, 而不是方法本身的限制。相比之下, UPL 仅在障碍物覆盖面积达到 10% 的情况下就表现出大约 50% 的失败率, 表明模型存在不足之处。因此, VGA 显著提高了模型的效率。

C. VGA: 引入随机性

行人表现出多种行为, 即使从同一地点出发并前往同一目的地。这种变异性在 MOSP 实验中被观察到, 参与者尽管初始和最终位置相同, 但仍遵循不同的路径。图 7 (左) 突出了这些变异, 说明了行人为动力学的随机性。类似的随机性可以通过选择中间目标纳入 VGA。

先前, 目标选择基于最小偏差原则。然而, 通过引入一个作为偏差函数的概率偏差, 可以得到 VGA 的随机版本。目标选择遵循概率分布, 而不是严格地最小化偏差, 这使得模型能够为相同的起始和结束位置生成多个可能路径, 如图 7 (右) 所示。如果 d_L 和 d_R 分别代表左方和右方目标的偏差, 则选择概率由 $P_L = d_R/(d_L + d_R)$ 和 $P_R =$

$d_L/(d_L + d_R)$ 给出, 使得概率与偏差成反比。因此, 如果 $d_L < d_R$, 则左侧变量目标更有可能被选中。

确定路径选择的精确概率分布以更好地复制现实世界场景中行人的决策仍然是一个关键挑战。进一步的研究, 包括额外的数据收集, 是必要的, 以便完善目标选择过程并提高模型捕捉行人行为的准确性。

D. VGA: 复制高密度场景

虽然本研究主要集中在低到中等密度的场景, 但在多行人设置中评估 VGA 的性能是至关重要的。在这里, 我们评估了 VGA 在双向流场景中的表现。之前关于在不同密度下 [20] 对抗行人群体形成的实验研究作为一个基准。使用基于 UPL 的交互力通过 VGA 再现该实验, 并生成了一个基本图, 展示了行人流量与密度的关系 (见图 8)。结果与实验观察非常一致, 证明了 VGA 在高密度条件下模拟行人互动的能力。

为了优化在每个时间步长为每位行人生成可变目标的计算效率, 应用了最大 3 秒的时间至碰撞阈值 [3]。此外, 基于 VGA 的模拟视觉快照如图 S2 所示, 展示了在不同人群流密度下多车道出现的情况。这些结果进一步提供了关于 VGA 在高密度条件下模拟涌现行为的能力的经验证据。总体而言, 这些发现突出了 VGA 作为研究和建模单个和多个行人场景中行人行为动态的稳健且可靠的工具潜力。

IV. 结论

可变目标方法 (VGA) 通过嵌入中间目标来增强微观行人动态模型, 利用人类智能提供了一个更现实和高效的行人导航框架。该方法允许行人在添加一个中间目标后改变其运动方向, 从而与障碍物的相互作用最小化, 这非常接近现实生活中的行人行为。正如第 II 节所述, VGA 引入了作为可变目标的中间目标, 这些目标充当引导系统, 在向最终目标过渡时提供更平滑的过程并减少相互作用。

VGA 将人类智能融入模型并显著提高了效率。通过添加变量目标选择的概率机制, VGA 可以为模型引入随机性元素, 从而使模型能够生成反映人类决策多样性的多条行人路径。除了在较少行人的场景中表现出色外, VGA 还能准确再现多种行人群体的场景, 与现实高度吻合, 这将在后续部分详细阐述。

[1] D. Helbing and P. Molnar, "Social force model for pedestrian dynamics," *Physical review E*, vol. 51, no. 5, p. 4282,

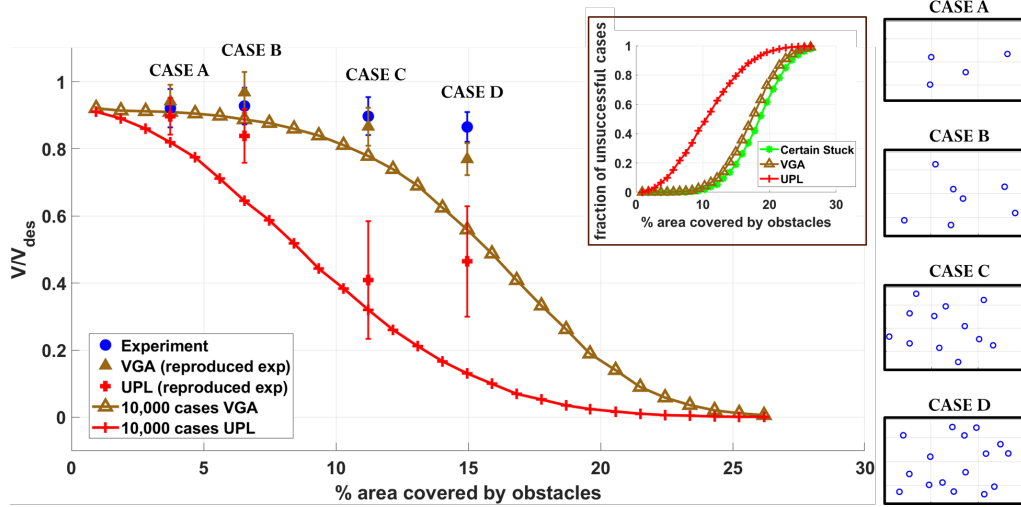


图 6: 图显示了在 MOSP 实验中四种障碍物条件 (情况 A、B、C、D) 下, 实验数据和模拟数据的平均归一化速度及其误差棒。此外, 还对障碍区域百分比 (0%至 27%) 进行了模拟, 每个百分比有 10,000 种配置。在这些 10,000 个案例中平均计算的归一化速度表明, 在 VGA 的帮助下, 该模型能够更有效地保持行人的速度。嵌入图显示了 10,000 次失败案例的比例。绿色星形标记曲线代表具有无法通行障碍物配置的情况比例, 这表示某些卡住状态。VGA 曲线与确定性卡住曲线的紧密对齐表明, 大多数失败是由障碍物配置引起的, 而不是 VGA 的限制。

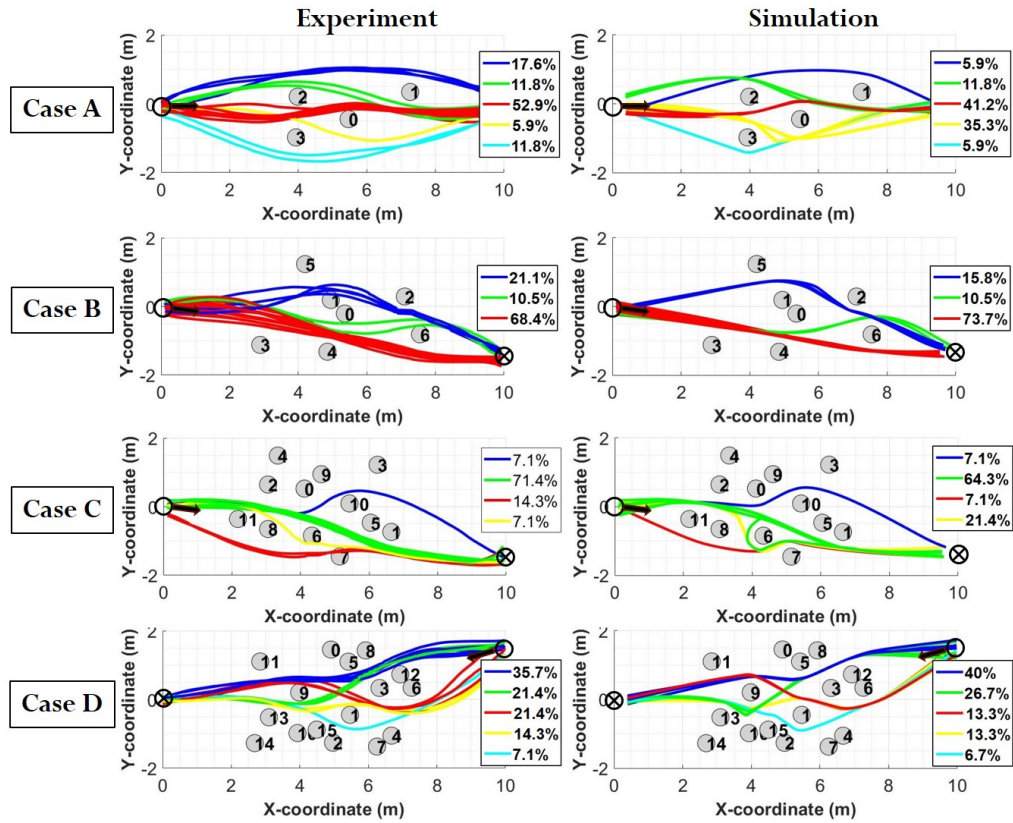


图 7: 尽管起点和终点相同, 实验中的志愿者在实验过程中遵循了不同的路径 (左)。每条路径使用不同的颜色进行区分。通过引入选择变量目标时的概率机制, VGA 生成了类似的多条路径 (右)。每个场景中选择特定路径的百分比被明确规定。

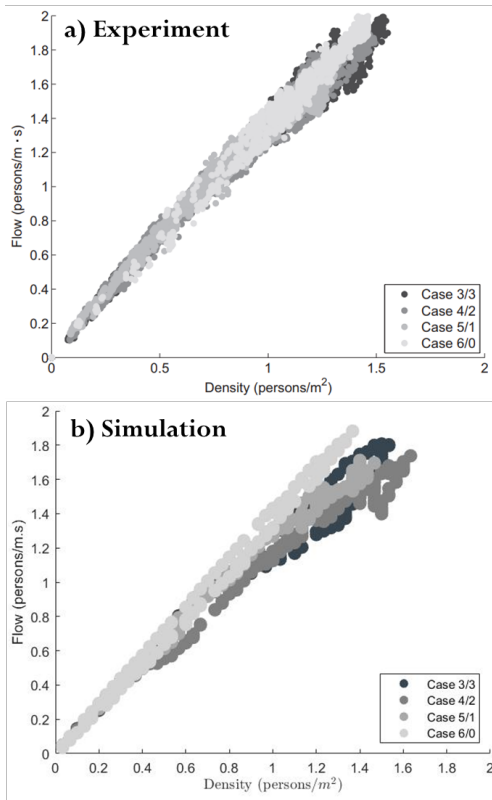


图 8: 基本图展示了行人流量与密度之间的关系, 由 (a) 实验数据和 (b) 使用可变目标方法的模拟产生。

- [2] M. Chraïbi, A. Seyfried, and A. Schadschneider, “Generalized centrifugal-force model for pedestrian dynamics,” *Physical Review E*, vol. 82, no. 4, p. 046111, 2010.
- [3] I. Karamouzas, B. Skinner, and S. J. Guy, “Universal power law governing pedestrian interactions,” *Physical review letters*, vol. 113, no. 23, p. 238701, 2014.
- [4] C. Burstedde, K. Klauck, A. Schadschneider, and J. Zittartz, “Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 295, no. 3-4, pp. 507–525, 2001.
- [5] J. Van Den Berg, S. J. Guy, M. Lin, and D. Manocha, “Reciprocal n-body collision avoidance,” in *Robotics Research: The 14th International Symposium ISRR*, pp. 3–19, Springer, 2011.
- [6] M. Moussaïd, D. Helbing, and G. Theraulaz, “How simple rules determine pedestrian behavior and crowd disasters,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 108, no. 17, pp. 6884–6888, 2011.
- [7] A. Alahi, K. Goel, V. Ramanathan, A. Robicquet, L. Fei-Fei, and S. Savarese, “Social lstm: Human trajectory prediction in crowded spaces,” in *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 961–971, 2016.
- [8] P. Zhang, W. Ouyang, P. Zhang, J. Xue, and N. Zheng, “Sr-lstm: State refinement for lstm towards pedestrian trajectory prediction,” in *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 12085–12094, 2019.
- [9] D. Helbing, P. Molnár, I. J. Farkas, and K. Bolay, “Self-organizing pedestrian movement,” *Environment and planning B: planning and design*, vol. 28, no. 3, pp. 361–383, 2001.
- [10] D. Helbing, I. Farkas, and T. Vicsek, “Simulating dynamical features of escape panic,” *Nature*, vol. 407, no. 6803, pp. 487–490, 2000.
- [11] D. Helbing, I. J. Farkas, P. Molnar, and T. Vicsek, “Simulation of pedestrian crowds in normal and evacuation situations,” *Pedestrian and evacuation dynamics*, vol. 21, no. 2, pp. 21–58, 2002.
- [12] A. Kirchner and A. Schadschneider, “Simulation of evacuation processes using a bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics,” *Physica A: statistical mechanics and its applications*, vol. 312, no. 1-2, pp. 260–276, 2002.
- [13] Y. Li, M. Chen, Z. Dou, X. Zheng, Y. Cheng, and A. Mebarki, “A review of cellular automata models for crowd evacuation,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 526, p. 120752, 2019.
- [14] H. Cheng, Q. Zhu, Z. Liu, T. Xu, and L. Lin, “Decentralized navigation of multiple agents based on orca and model predictive control,” in *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 3446–3451, IEEE, 2017.
- [15] J. Dai, Y. Jing, Z. Su, and C. Zhu, “Mobile robot path planning based on orca and improved dwa method,” *International Journal of Control*, pp. 1–16, 2025.
- [16] H. Xue, D. Q. Huynh, and M. Reynolds, “Ss-lstm: A hierarchical lstm model for pedestrian trajectory prediction,” in *2018 IEEE winter conference on applications of computer vision (WACV)*, pp. 1186–1194, IEEE, 2018.
- [17] F. Camara, N. Bellotto, S. Cosar, F. Weber, D. Nathanael, M. Althoff, J. Wu, J. Ruenz, A. Dietrich, G. Markkula, *et al.*, “Pedestrian models for autonomous driving part ii: high-level models of human behavior,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 22, no. 9, pp. 5453–5472, 2020.
- [18] M. Dorigo, G. Theraulaz, and V. Trianni, “Swarm robotics: Past, present, and future [point of view],” *Proceedings of the IEEE*, vol. 109, no. 7, pp. 1152–1165, 2021.
- [19] K. Jain, S. Prawesh, I. S. Dalal, and A. Tripathi, “Benchmarking pedestrian dynamics models for common scenar-

- ios: An evaluation of force-based models,” *arXiv preprint arXiv:2501.05106*, 2025.
- [20] C. Feliciani and K. Nishinari, “Empirical analysis of the lane formation process in bidirectional pedestrian flow,” *Physical Review E*, vol. 94, no. 3, p. 032304, 2016.