

在超导突触结构中皮秒时间尺度上的学习动力学

Ken Segall, Leon Nichols, Will Friend, and Steven B. Kaplan

Department of Physics and Astronomy, Colgate University

传统的人工智能 (AI) 系统在训练时间和能耗方面遇到了限制。遵循人脑的原理, 用无监督学习训练的脉冲神经网络提供了更快、更节能的替代方案。然而, 在这种方案中, 脉冲、学习和遗忘的动力学变得更加复杂。这里我们研究了学习突触的超导电子实现, 并通过实验测量其脉冲动力学。通过对系统施加超导神经元脉冲, 我们展示了超导电感器可以动态保持由于学习和遗忘而更新的突触权重。可以通过减慢突触后脉冲到达时间来停止学习, 这与依赖尖峰时序可塑性范式一致。我们发现实验结果与电路仿真有很好的-致性, 并通过拟合脉冲频率的开启, 确认了 16.1 ± 1 皮秒的学习时间。在突触的学习部分中, 能耗低于每学习事件一阿托焦耳。这使得实现极快且节能的学习处理器成为可能。

I. 介绍

在过去二十年里, 人脑已成为计算系统的重要灵感来源。[1] 人工神经网络和深度学习 [2], 作为当今 AI (人工智能) 系统的动力源泉, 基于突触权重的概念, 这是大脑中神经元相互连接的基本原则。时间脉冲现象启发了脉冲神经网络 (SNNs) 和仿生计算 [3, 4] 的发展, 它基于脑内神经元的动作电位的动态变化。鉴于大脑具有容错性、并行处理能力、适应性和高能效等特点, 继续模仿其运作方式是一个值得采取的战略。

寻找进一步的灵感, 大脑运作的一个重要方面是学习, 在这个过程中, 突触连接会随着时间而增强或减弱, 这是由于相邻神经元的放电模式。大脑利用完全无监督的学习方式, 这与当今大多数使用有监督学习并采用反向传播算法离线训练的人工智能系统形成了鲜明对比。有监督学习的时间、能量和经济成本已被充分记录 [5], 因此将无监督学习整合到人工智能系统中无疑是一个有前途的发展方向。然而, 在尖峰系统中的无监督学习会导致更加复杂的动力学以及训练挑战。

超导电子学为神经形态计算提供了一个有前景的平台。[6–25] 尖峰和阈值运算是 Josephson 结物理特性的内在组成部分, 超导传输线可以在长距离内无失真地传输动作电位脉冲。通过电感分频和变压器耦合可以实现突触加权。我们研究小组开发的 Josephson 结 (JJ) 神经元 [26] 具有高度的生物学真实性, 展示了 20 种可能的 Izhikevich 行为中的 19 种 [27], 并且实验表明它表现出一些集体神经行为, 如相位翻转分岔 [28]。基于超导电子学的神经网络系统预测显示, 与半导体平台相比, 能量效率和速度至少提高了数量级。

[29]

在本工作中, 我们实验性地研究了与约瑟夫森结神经元耦合的超导突触结构的学习动力学。我们采用了一个学习门和记忆结构, 这在先前的工作中已有描述。[30] 我们表明一个超导电感器可以动态地保持突触权重值, 并因学习和遗忘而进行更新。一个弱耦合的超导量子干涉装置 (SQUID) 能够以较高的保真度读取突触权重。学习事件的发生率取决于约瑟夫森结神经元的放电频率以及两个脉冲在突触中到达时间之间的延迟, 这符合尖峰时序依赖可塑性 (STDP) 范式。[31, 32] 基本的学习时间可以通过减慢一个脉冲相对于另一个脉冲的速度来估计。我们演示了突触权重的动力学可以很好地由学习和遗忘的过程解释。电路模拟与实验非常吻合, 并通过将学习事件的开启与电流拟合, 我们确认学习时间为 16.1 ± 1 皮秒, 耗散功率小于一阿托焦耳。这表明存在一种快速且能效高的学习处理器, 其工作方式类似于人脑的可能性。

II. 方法

A. 电路描述

电路原理图见图 1a。使用单个 JJ 神经元来脉冲系统。其输出耦合到约瑟夫森传输线 (JTL), 该线路分为两支, 称为底部和顶部 JTLs。沿这两分支传播的脉冲设计用于模仿突触前脉冲 (底部) 和突触后脉冲 (顶部); 它们的传输时间可以通过独立的偏置电流进行调整。这两个脉冲在学习门处重新组合, 如果两个脉冲在同一时间窗口 τ_L 内到达, 则输出一个脉冲, 这个时间称为学习时间。这些学习脉冲耦合到记忆环路中, 该

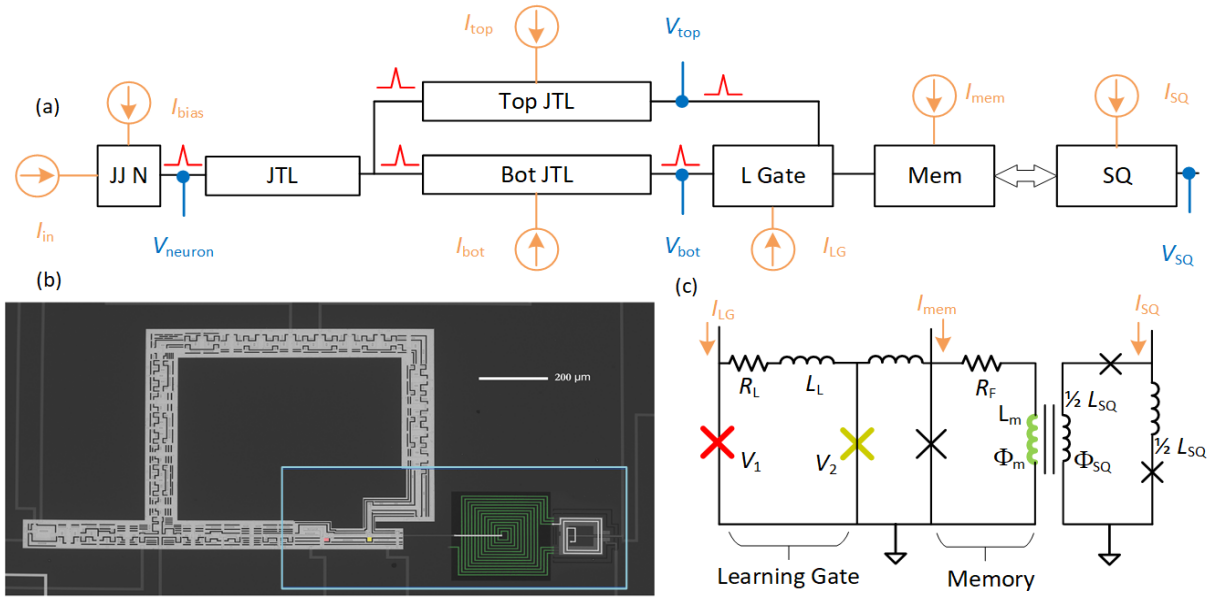


图 1. 电路示意图和图像。(a) 整个电路的电路示意图，展示了 JJ 神经元 (JJ N)、顶部和底部 JTL、学习门 (L Gate)、记忆电感器 (Mem) 和 SQUID (SQ)。(b) 电路的 SEM 显微照片。记忆电感器被人工着色为绿色，学习门的两个结点被涂成红色和黄色。浅蓝色框表示电路的学习部分。(c) 带有电气参数标签的学习门、记忆和 SQUID 的电路图。

环路包含记忆电感器 L_m 和遗忘电阻器 R_F 。记忆电感器通过弱耦合连接到 SQUID 以测量其磁通量。图 1b 显示了电路的扫描电子显微镜 (SEM) 图像。图 1c 显示了学习门、存储单元和 SQUID 的电路原理图，并标注了一些重要的电气量。

电路需要七个电流进行偏置和控制。JJ 神经元的触发由两个电流设定，标记为偏置电流 I_{bias} 和输入电流 I_{in} ；这些标签与先前的工作一致。底部和顶部 JTL 分别用电流 I_{bot} 和 I_{top} 进行偏置。学习门、记忆单元和 SQUID 则用电流 I_{LG} 、 I_{mem} 和 I_{SQ} 进行偏置。

在设置这七个电流后，测量了四种不同的电压。神经元的脉冲和两条传输线通过它们的电压 V_{neuron} 、 V_{bot} 和 V_{top} 来表示；SQUID 的电压 V_{SQ} 与从记忆电感器耦合到 SQUID 的磁通成正比。我们的电压测量是在毫秒时间尺度上进行的，而脉冲时间则在皮秒时间尺度上；因此我们测量的电压代表了长期、直流 (Direct Current) 平均值。在这个极限下，直流电压与结点的脉冲频率通过约瑟夫森关系 $2.07 \mu V / GHz$ 成正比，所以我们可以选择将所测得的电压显示为脉冲频率，在结果部分的大多数图表中我们都是这样做的。

电路在 Hypres Inc. 采用铌三层工艺制造，电流密度为 $J_c = 1 \text{ kA} / \text{cm}^2$ 。接头表现良好，并显示出良好

的电流-电压曲线。位于芯片上的三个不同控制结构的独立测量结果显示，临界电流略高于设计值，而电感和电阻则略微偏低。这些因素已在电路仿真中得到考虑 (见下文)。

B. 实验

实验在 FormFactor 公司的无液氮冰箱中于 2.8 到 4.2 K 的温度范围内进行。偏置线路经过大量低通滤波器和 Echosorb 滤波器 [33] 进行过滤，所有测量电子设备均采用电池供电。输入电流 I_{in} 由通过变压器耦合到平衡偏置电路的交流函数发生器提供，而其余电流则由使用精密电压调节器或可编程电压供应制作的定制单端电流电源提供。直流电压由 Analog Devices 的仪表放大器测量。典型的扫描涉及选择两个变化的电流，例如 I_{in} 和 I_{bias} ，同时保持其他电流恒定。在数据收集后，在二维彩色图中绘制几个电压与那两个电流的关系 (参见补充部分)。

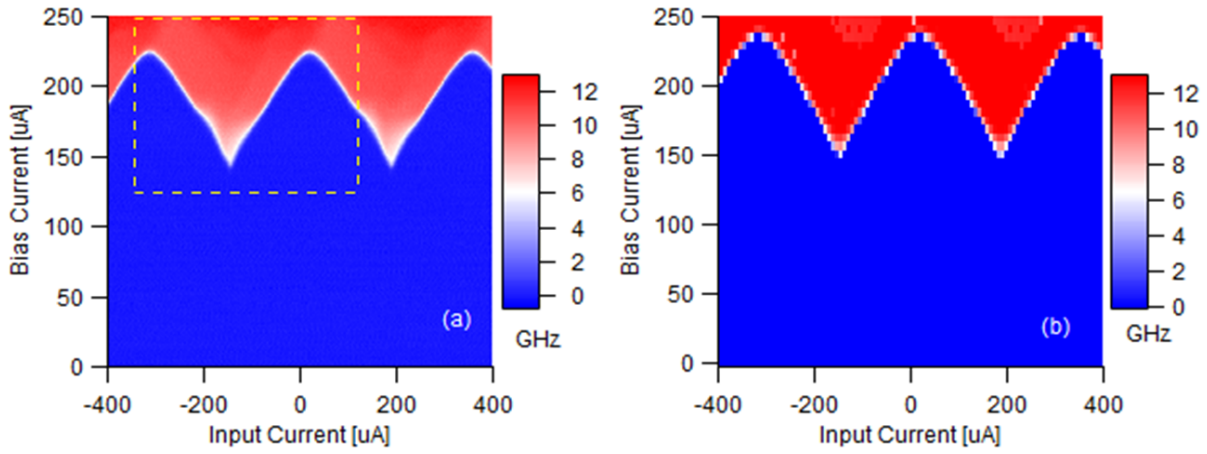


图 2. 神经元频率作为输入和偏置电流的函数。(a) 实验。黄色矩形表示用于与图 4 比较的一个子部分。(b) 具有相同参数的仿真。

C. 模拟

模拟是用 WRSPICE 进行的。在设置了七个电流值后,进行了时间步长为 0.02 ps 的瞬态分析,持续时间为 15 到 25 纳秒,足够系统达到稳态。然后记录了平均电压。电流和电压以与实验数据相同的方式被扫描并绘制。电路参数包括 WRSPICE 文件中的电阻、临界电流和电感值都被设置为设计值,并通过三个可调的芯片范围内的参数进行设定:整体电流密度(J_c),电阻层的薄层电阻($R_\square$)以及电感值的比例因子(L_{factor})。我们将这三个参数约束在独立控制测量的一个标准偏差范围内,然后选择最佳拟合数据的值。模拟中使用的值为 $J_c = 1.08 \text{ kA/cm}^2$ (与 1.00 kA/cm^2 比较), $R_\square = 3.6 \text{ } \Omega/\square$ (与 $4.0 \text{ } \Omega/\square$ 比较), 以及 $L_{\text{factor}} = 0.79$ (与 1.0 比较)。

III. 结果

A. 神经元的脉冲频率

我们的测量方法是通过改变 JJ 神经元的电流,以不同的频率脉冲驱动它,记录电路中的电压,然后用学习的动力学效应解释这些电压。JJ 神经元由两个电流驱动,输入电流(I_{in})和偏置电流(I_{bias}),改变这两个电流会由于 JJ 神经元的非线性而以一种高度复杂的方式将神经元频率从约 0 到 13 GHz 变化。如果 JTLs 被正确地偏置,并且学习门处有学习事件,那么整个系统将以与 JJ 神经元相同的频率脉冲。我们通过测量 JJ

神经元两端的电压(V_{neuron})、顶部 JTL 的电压(V_{top})和底部 JTL 的电压(V_{bot})来测定这个频率。将这些电压转换为尖峰频率后,我们发现,在适当的稳态偏置下,这三个频率在 I_{in} 和 I_{bias} 的所有值范围内都相同,误差范围为 $\pm 0.2 \text{ GHz}$,并且差异中没有系统性趋势(参见补充部分)。任意选择 V_{top} 来显示,图 2a 展示了 V_{top} 作为输入电流(横轴)和偏置电流(纵轴)的函数的颜色图。JJ 神经元频率的 SQUID 样调制很明显。这个测量到的颜色图包含了很多信息,250 x 1000 个点(偏置电流 x 输入电流)。类似的图表在我们小组之前的工作中也被使用过。[28]

图 2b 展示了使用 WRSPICE 计算的图 2a 中测量的脉冲频率。除了在类似 SQUID 曲线的最小值附近,神经元回路受到最大程度的挫败时(此时 JJ 神经元回路中的感应磁通量约为 $(\Phi_0/2)$)出现一些微小偏差外,两者基本吻合。图 2b 中的图表分辨率较低(42 x 100),这是由于计算时间限制;模拟每个点所需的时间大约是测量时间的 15,000 倍,这一效果在之前的工作中也有记录。[28]

B. 学习效应在 SQUID 信号中的表现

突触的突触权重由记忆电感器 L_m 中的磁通量 Φ_m 持有。为了直接测量 Φ_m ,我们测量了 SQUID 两端的电压。图 3 显示了在图 2a 中同时与脉冲频率测量的 SQUID 两端 μV 的电压。颜色图中的相似性表明,当神经元快速脉冲时, SQUID 中的信号较高,而当脉冲

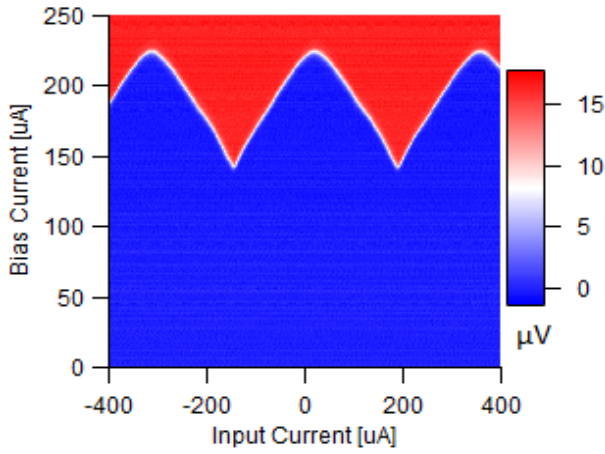


图 3. :SQUID 中的电压作为 I_{bias} 和 I_{in} 的函数, 如图 2a 所示, 在相同范围的点上与脉冲频率同时测量。

较慢时, 信号较低。

为了更好地理解神经元的脉冲 (图 2a) 与 SQUID 信号 (图 3) 之间的关系, 我们推导出记忆通量 Φ_m 以神经元脉冲频率表示的表达式。最初当神经元开始脉冲时 Φ_m 为零, 但很快增加到一个稳态值, 我们用 $\bar{\Phi}_m$ 表示这个值。该值由学习和遗忘之间的竞争决定, 其中学习将通量放入记忆环路, 而遗忘则从环路中移除通量。每个学习事件都将通量 Φ_0 放入环路, 其发生率为 $1/\tau_E = V_m/\Phi_0$, 其中 V_m 是记忆结点上的电压。由于每个记忆结点的脉冲都来源于 JJ 神经元和 JTL 结点的脉冲, 我们可以用 V_{top} 代替 V_m 。同时, 遗忘以 $1/\tau_F = R_F/L_m$ 的速度持续发生, 这是由于记忆回路中循环电流的衰减导致的。 Φ_m 的微分方程为:

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = +\frac{\Phi_0}{\tau_E} - \frac{\Phi_m}{\tau_F}, \quad (1)$$

其稳态解为:

$$\bar{\Phi}_m = \frac{L_m}{R_F} V_{\text{top}}. \quad (2)$$

所有测量到的电压都是长时间平均的结果, 远远超过了 Φ_m 达到稳态所需的时间, 因此没有必要明确地对等式 (2) 右侧进行平均; 同样适用于下面的等式 (5)。同时, SQUID 通过互感 M 与 L_m 相互耦合。SQUID Φ_{SQ} 中的磁通量与 Φ_m 的关系为:

$$\Phi_{SQ} = \frac{M}{L_m} \Phi_m, \quad (3)$$

随后, SQUID 两端的电压变化由以下给出:

$$V_{SQ} = \frac{R_{SQ}}{L_{SQ}} \Phi_{SQ}. \quad (4)$$

方程 (4) 假设了最优偏置且 SQUID 的磁通量远小于 Φ_0 ; 这在下面会进一步讨论。结合 (3) 和 (4), 并取稳态, 我们发现:

$$\bar{\Phi}_m = \frac{L_m L_{SQ}}{M R_{SQ}} V_{SQ}. \quad (5)$$

方程 (2) 给出了由于神经元脉冲在记忆环路中的通量预测值; 方程 (5) 给出了从 SQUID 电压测量的记忆环路中通量的实测值。两者之间的比较如图 4 所示。图 4a 显示了使用方程 (2) 和来自图 2a 的数据对 V_{top} 进行的通量预测, 而图 4b 则使用方程 (5) 和来自图 3 的数据对 SQUID 上的信号进行了测量的通量计算。图 4a 和 4b 使用了图 2a 中黄色矩形内的点集来展示更多细节。颜色标度是以通量量子 Φ_0 为单位的。

预测值与测量值 $\bar{\Phi}_m$ 之间的一致性非常好, 占 250,000 个测量点的大多数。请注意, 在公式 (2) 和 (5) 中基本上没有可调参数, 除了对电感和电阻的芯片范围尺度因子进行调整之外。图 4c 展示了在图 4a 和 4b 中标记的小部分点集中的测量值与预测值 $\bar{\Phi}_m$ 的对比图。十字标记表示颜色图上预测值与测量值一致的地方, 而菱形则表示测量值小于预测值的区域, 三角形表示测量值大于预测值的区域; 这些差异将在下面讨论。图 4d 展示了测量值与预测值之差 (测量值减去预测值) 的颜色图。大部分图像是绿色的, 表明测量值和预测值之间有很好的 consistency。

图 4d 中两个存在分歧的地方是 (1) 在 I_{bias} 的高值处, 测量值略低于预测值, 表现为灰色; (2) 接近类似 SQUID 曲线的最小值时, 测量值高于预测值, 表现为深棕色或黑色。在 I_{bias} 的高值处分歧发生的原因是当磁通量 Φ_m 变大时, 小信号极限开始被超越, SQUID 的增益下降。接近曲线最小值处的分歧目前无法解释; 这可能是由于最大挫折区域中的某些滞后或双稳态所致。有趣的是, 这种分歧出现在类似于图 2 中测量和模拟脉冲频率之间区域的地方。这将是未来工作的主题。

本节的结果表明我们可以理解和测量学习的动态效应。在之前的工作中, 我们展示了在这种突触权重在不同学习条件下随不同时间尺度变化的更详细的时间依赖性模拟。[30]

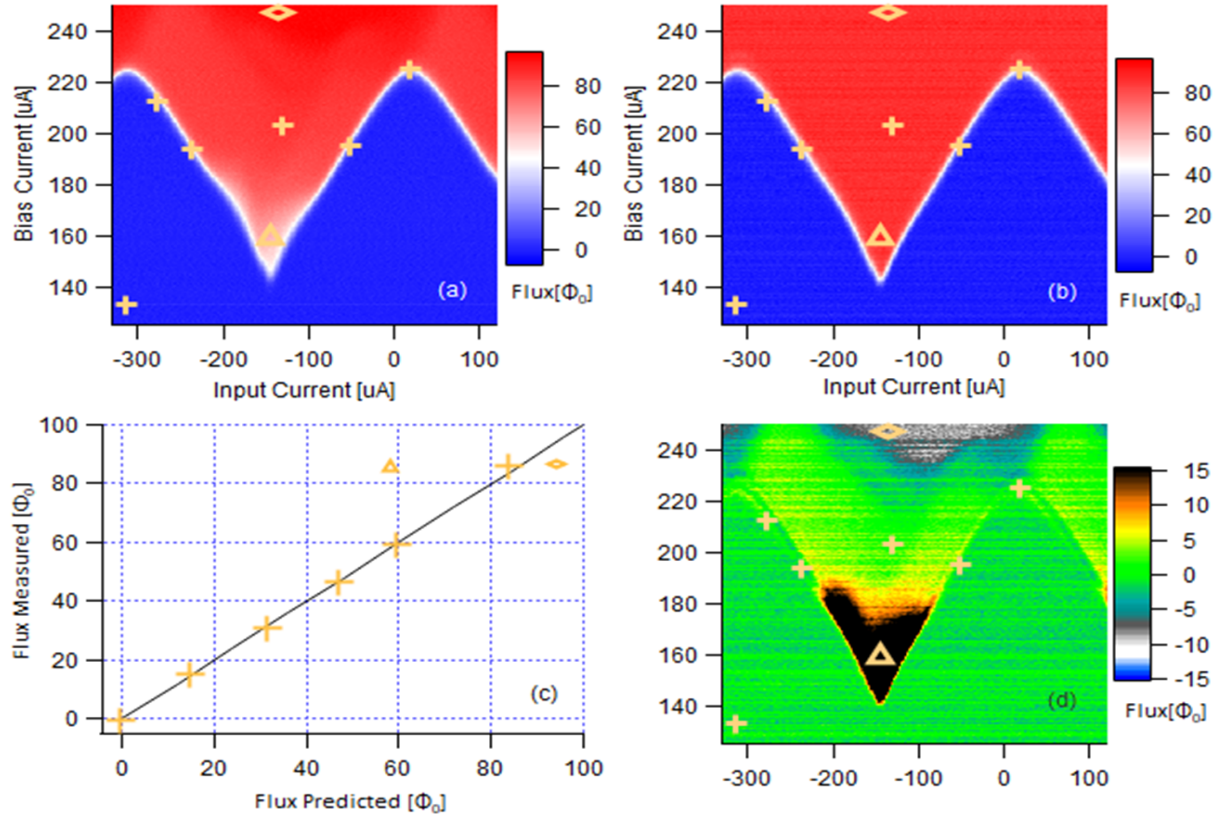


图 4. 比较记忆环中磁通 Φ_m 的预测值和测量值，单位为磁通量子。(a) Φ_m 的预测值。范围涵盖图 2a 中黄色矩形所示的点集。(b) 同一范围内 Φ_m 的测量值。(c) 由 (a) 和 (b) 中符号指示的小集合点的测量与预测磁通对比。(d) 测量与预测磁通之间的差异，范围同 (a) 和 (b)。

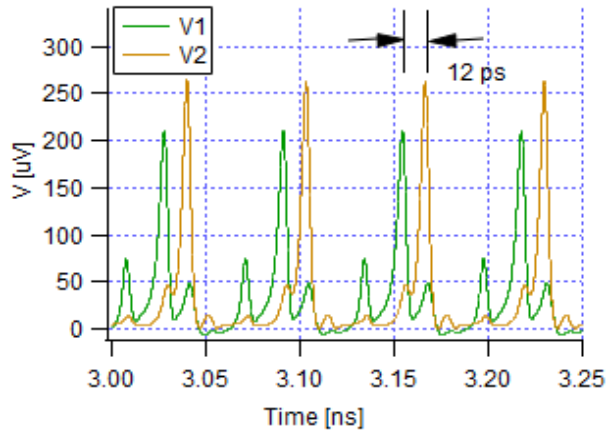


图 5. 学习门动态模拟。两个结点的电压， V_1 和 V_2 ，随着时间的变化被绘制出来，从模拟开始后的 3 纳秒处起始。两个脉冲到达之间的时间大约为 12 皮秒。

C. 学习时间估计

上一节强调了学习和遗忘之间的权衡，成功拟合数据可以视为确认了遗忘时间 $\tau_F = L_m/R_F = 7.8$ 纳秒。学习时间是突触前脉冲和突触后脉冲到达学习门之间的时间差，要短得多： $\tau_L = L_L/R_L = 16.1$ 皮秒。在本节中，我们使用测量和模拟来证实学习时间确实如此之短。

图 5 显示了在每次脉冲都有学习的区域进行的一次模拟，涉及 $I_{\text{bias}} = 200 \mu\text{A}$ 和 $I_{\text{in}} = -150 \mu\text{A}$ 。我们在学习门的两个结点上绘制电压，即 V_1 和 V_2 ，在开始模拟后 3 纳秒的时间段内，所有瞬态都已消失。 V_1 和 V_2 连续峰值之间的时间约为 12 皮秒，这在预期的学习时间 16.1 皮秒之内，因此与突触可塑性中的时序依赖可塑性 (STDP) 图景一致。不幸的是，我们无法直接观察到这些脉冲，因为它们的速度太快，无法从低温恒温器中耦合出来并进行数字化处理。可以说，通过

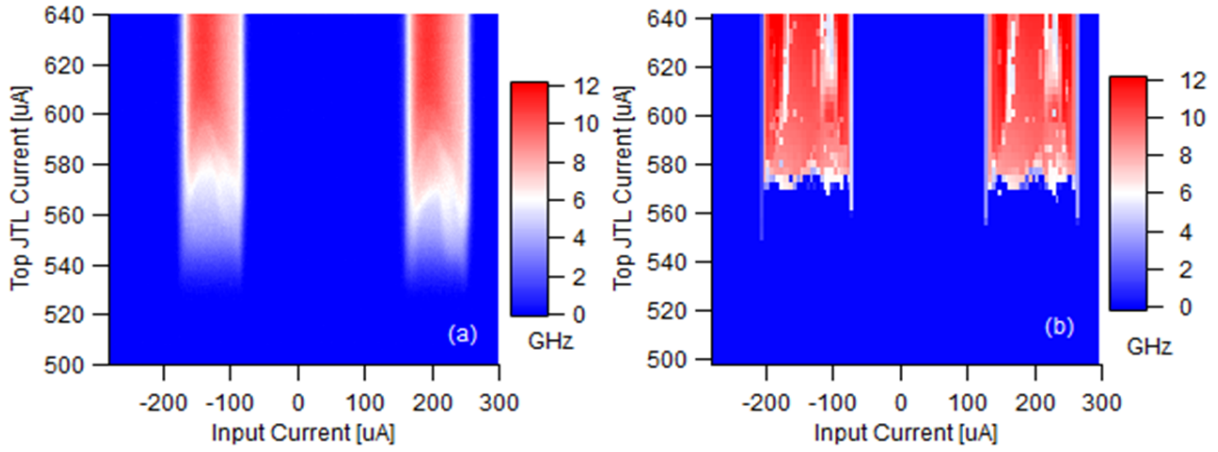


图 6. 顶 JTL 的尖峰频率作为输入电流和顶 JTL 电流的函数，固定神经元偏置电流为 $190\mu A$ 。(a) 实验，和 (b) 模拟。

找到能与实验很好地匹配的模拟参数，如图 2a 所示，并结合这些模拟的预测结果，如图 5 所示，我们确实验证了在这个时间尺度上的学习。然而，我们可以更进一步，利用数据中的另一个对学习时间敏感的特点，如下所述。

上一节中的测量是在学习在每个脉冲中发生的情况下进行的，即神经元的每次脉冲都会导致记忆接点产生一次脉冲。这是因为在这些数据中，顶部和底部的 JTLs 被偏置得可以允许适当的脉冲传播。如图 5 所示，在这些条件下，来自顶部和底部 JTLs 的脉冲会在彼此的学习时间 τ_L 内到达学习门。然而，我们可以通过减少顶部 JTL 上的电流来违反这一条件。这会减慢顶部脉冲相对于底部脉冲的速度，并阻止它在底部脉冲的学习时间内到达学习门。在某一时刻所有脉冲都会停止，因为 JTLs 的边界条件不再有利于单个磁通量子脉冲的非线性波传播。

一种实验可视化方法是测量类似图 2a 中的脉冲频率，但保持神经元偏置固定的同时改变顶部 JTL 电流。图 6a 展示了在固定偏置电流为 $190\mu A$ 的情况下，沿顶部 JTL 的脉冲频率作为函数关系（横轴为神经元输入电流，纵轴为顶部 JTL 偏置电流）的颜色图。如果我们以大约固定的 $190\mu A$ 偏置电流水平移动图 2a 中的位置，在大约 $-150\mu A$ 的输入电流和再次在 $+200\mu A$ 处，我们期望看到一个放电区域；这些确实在图 6a 中看到了，表现为图中的柱状特征。图 6b 展示了等效的 WRSPIICE 仿真，并且也观察到了相同的特征。

当顶部 JTL 电流减少到某个值以下时，列特征会

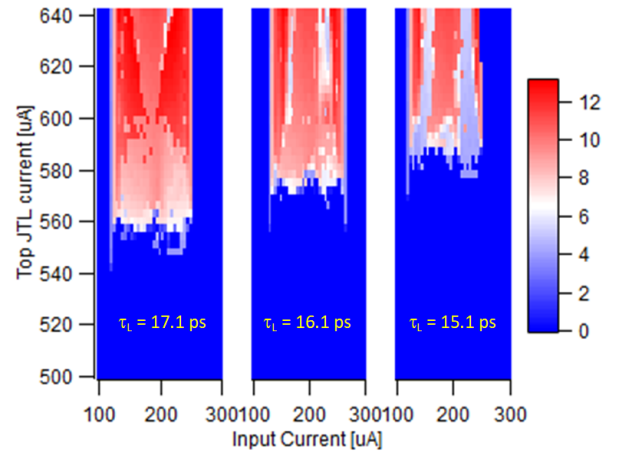


图 7. 顶 JTL 的尖峰频率作为神经元输入电流和顶 JTL 电流的函数，对于三个不同的学习时间值。

消失，在图 6a 中约为 $540\mu A$ 左右。然后我们将这一点与学习条件的违反联系起来，因为沿顶部分支的脉冲已经减慢到无法及时到达学习门的程度。图 7 显示了图 6b 右侧列特征在三种不同的学习时间 τ_L 下的模拟结果： 17.1 ps （左面板）、 16.1 ps （中面板）和 15.1 ps （右面板）。我们可以看到，列的终止点对 τ_L 的值极其敏感。这种敏感性的一部分来自于 JTL 中的共振步骤，并在下面进行讨论。

在图 8 中，我们对从 $110\mu A$ 到 $250\mu A$ 的神经元输入电流的脉冲频率取平均值，这基本上将图 6 中的右侧列特征简化为一条线，并绘制该平均值相对于顶部 JTL 电流。我们还展示了来自图 7 的数据和三种不同模拟学习时间的曲线。实验中较宽的开启区域是由于

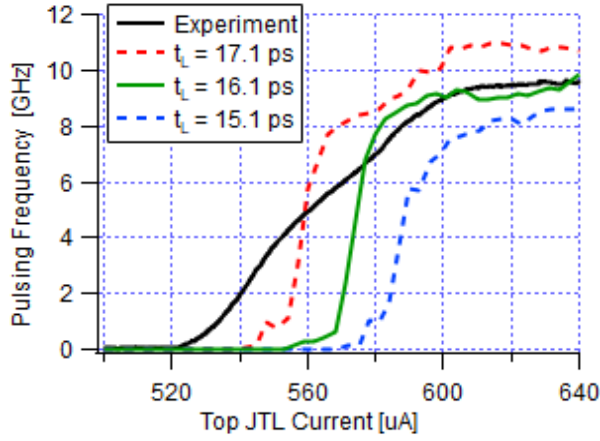


图 8. 尖峰频率仅作为顶部 JTL 电流的函数。数据对比了三种不同的学习时间值。

热激活，而这一点在仿真中并未包含。其宽度约为顶部 JTL 临界电流的 2-3%，这与实验温度 3K 下的热激活一致。[34] 学习时间为 16.1 皮秒是最匹配的结果，但在拟合过程中存在其他不确定性，我们保守估计 $\tau_L = 16.1 \pm 1$ 皮秒。

图 6 和图 7 显示了彩色图中的有趣结构，在脉冲区域中白色和红色部分交替出现。这些结构源自顶部 JTL 的共振步骤，这在过去已被广泛研究 [35–38]。尽管我们的结构比这些研究稍微复杂一些，因为有一个频率可变的附加神经元以及由学习门形成的边界，但在 6-16V (3-8GHz) 范围内仍预期会有低电压共振，从而导致非常小的动态电阻步骤 (dV/dI)。下面我们将说明为什么 (dV/dI) 的小值使得图 7 和图 8 中的脉冲开启对学习时间如此敏感。

查看图 8，我们可以粗略估计红色和蓝色虚线之间学习时间 2 皮秒的变化与顶部 JTL 偏置电流大约 $30\mu A$ 的变化相关，在约 5 GHz 的尖峰频率（电压约为 $10\mu V$ ）下。换句话说，如果顶部 JTL 电流增加 $30\mu A$ ，脉冲会提前 2 皮秒到达学习门。将 JTL 中的脉冲传播近似为简单的波传播，我们可以写出 $d/t_{\text{travel}} = \lambda/T$ ，其中 λ 是波长， T 是结的时序尖峰周期， t_{travel} 是传输时间。旅行时间的变化与周期变化的关系为 $\Delta t_{\text{travel}} = (d/\lambda)\Delta T$ 。周期的变化与电流变化的关系如下：

$$\Delta T = \left(\frac{dT}{dI}\right)\Delta I = \left(-\frac{\Phi_0}{V^2}\right)\left(\frac{dV}{dI}\right)\Delta I, \quad (6)$$

因此，对于较小的 (dV/dI)，需要较大的 ΔI 以达到相同的 ΔT 。（请注意，负号仅表示减小电流会增加周期。）使用我们的数据，我们估计 (dV/dI) 大约是每连接点 $20\text{ m}\Omega$ ，比实际的分流电阻大约小两个数量级，这证实了共振的存在。这种增强的敏感性很有趣，并且尚未在神经拟态背景下被观察或理解。它可能被用于在未来设备中提高性能。

我们还可以使用仿真的时间依赖部分中的信息，如图 5 所示，来估算电路学习部分的功率损耗。我们将每个结点的功率计算为 V^2/R ，并发现学习门中的两个结点 (V_1 和 V_2) 分别在每次学习事件中耗散 0.117 和 0.104 阿托焦耳，记忆结点则在每次学习事件中耗散 0.259 阿托焦耳，这些都对应于图 5 所示的偏置条件。总功率损耗为 0.48 阿托焦耳，这与先前研究中的估计结果一致。[29]

IV. 结论

我们测量了一个包含超导电感器以保持突触权重和一个学习门来实现依赖尖峰时序的可塑性方案以进行无监督学习的超导突触结构。通过使用约瑟夫森结神经元脉冲系统，我们在皮秒时间尺度上探索了该突触结构的动力学。突触权重由弱耦合 SQUID 监测，并且其信号可以通过学习和遗忘的过程很好地解释。可以减慢突触后脉冲的到达速度来停止学习事件的发生。拟合学习事件的开启使我们能够确认学习时间为 16.1 ± 1 皮秒，功耗小于半阿托焦耳。电路模拟与实验结果高度一致，表明我们理解了正在起作用的重要过程。约瑟夫森传输线中的共振效应增强了系统的灵敏度，这一效果可能对未来的设备有用。皮秒级的学习时间和低能量损耗指向了制造出一种超高速、节能的脉冲神经网络的可能性，该网络由超导电子器件构成。

致谢

感谢 M.E. Parks 和 M.L. Schneider 审阅手稿，D. Schult 提供有用讨论，以及 H. Benze 的技术支持。

-
- [1] Steve Furber and Steve Temple. Neural systems engineering. *Journal of The Royal Society Interface*, 4(13):193–206, November 2006. Publisher: Royal Society.
- [2] Yann LeCun, Yoshua Bengio, and Geoffrey Hinton. Deep learning. *Nature*, 521(7553):436–444, May 2015. Number: 7553 Publisher: Nature Publishing Group.
- [3] Dhireesha Kudithipudi, Catherine Schuman, Craig M. Vineyard, Tej Pandit, Cory Merkel, Rajkumar Kubendran, James B. Aimone, Garrick Orchard, Christian Mayr, Ryad Benosman, Joe Hays, Cliff Young, Chiara Bartolozzi, Amitava Majumdar, Suma George Cardwell, Melika Payvand, Sonia Buckley, Shruti Kulkarni, Hector A. Gonzalez, Gert Cauwenberghs, Chetan Singh Thakur, Anand Subramoney, and Steve Furber. Neuromorphic computing at scale. *Nature*, 637(8047):801–812, January 2025. Publisher: Nature Publishing Group.
- [4] Charlotte Frenkel, David Bol, and Giacomo Indiveri. Bottom-up and top-down approaches for the design of neuromorphic processing systems: Tradeoffs and synergies between natural and artificial intelligence, May 2023. arXiv:2106.01288 [cs].
- [5] Jaime Sevilla, Lennart Heim, Anson Ho, Tamay Besiroglu, Marius Hobbhahn, and Pablo Villalobos. Compute Trends Across Three Eras of Machine Learning, March 2022. arXiv:2202.05924 [cs].
- [6] Michael Schneider, Emily Toomey, Graham Rowlands, Jeff Shainline, Paul Tschirhart, and Ken Segall. SuperMind: a survey of the potential of superconducting electronics for neuromorphic computing. *Superconductor Science and Technology*, 35(5):053001, March 2022. Publisher: IOP Publishing.
- [7] Frank Feldhoff and Hannes Toepfer. Short- and Long-Term State Switching in the Superconducting Niobium Neuron Plasticity. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 34(3):1–5, May 2024. Conference Name: IEEE Transactions on Applied Superconductivity.
- [8] D. Chalkiadakis and J. Hizanidis. Dynamical properties of neuromorphic Josephson junctions. *Phys. Rev. E*, 106(4):044206, October 2022.
- [9] Uday S. Goteti, Shane A. Cybart, and Robert C. Dynes. Collective neural network behavior in a dynamically driven disordered system of superconducting loops. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 121(12):e2314995121, March 2024. Publisher: Proceedings of the National Academy of Sciences.
- [10] Uday S. Goteti, Han Cai, Jay C. LeFebvre, Shane A. Cybart, and Robert C. Dynes. Superconducting disordered neural networks for neuromorphic processing with fluxons. *Science Advances*, 8(16):eabn4485, April 2022. Publisher: American Association for the Advancement of Science.
- [11] T Hirose, Tetsuya Asai, and Yuichiro Amemiya. Pulsed neural networks consisting of single-flux-quantum spiking neurons. *Physica C Superconductivity*, 463-465, October 2007.
- [12] M. Ameen Jardine and Coenrad Johann Fourie. Hybrid RSFQ-QFP Superconducting Neuron. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 33(4):1–9, June 2023. Conference Name: IEEE Transactions on Applied Superconductivity.
- [13] T Onomi and K Nakajima. An improved superconducting neural circuit and its application for a neural network solving a combinatorial optimization problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 507(4):042029, May 2014.
- [14] Bryce A. Primavera, Saeed Khan, Richard P. Mirin, Sae Woo Nam, and Jeffrey M. Shainline. Programmable superconducting optoelectronic single-photon synapses with integrated multi-state memory. *APL Machine Learning*, 2(2):026122, June 2024.
- [15] S Razmkhah, M A Karamuftuoglu, and A Bozbey. Hybrid synaptic structure for spiking neural network realization. *Superconductor Science and Technology*, 37(6):065011, May 2024. Publisher: IOP Publishing.
- [16] Andrey E. Schegolev, Nikolay V. Klenov, Georgy I. Gubochkin, Mikhail Yu Kupriyanov, and Igor I. Soloviev. Bio-Inspired Design of Superconducting Spiking Neuron and Synapse. *Nanomaterials*, 13(14):2101, January 2023. Number: 14 Publisher: Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- [17] M. L. Schneider, E. M. Jué, M. R. Pufall, K. Segall, and C. W. Anderson. A self-training spiking superconducting neuromorphic architecture. *npj Unconventional Computing*, 2(1):5, March 2025.
- [18] Michael L. Schneider, Christine A. Donnelly, Stephen E. Russek, Burm Baek, Matthew R. Pufall, Peter F. Hopkins, Paul D. Dresselhaus, Samuel P. Benz, and William H. Rippard. Ultralow power artificial synapses using nanotextured magnetic Josephson junctions. *Science Advances*, 4(1):e1701329, January 2018.

- [19] Jeffrey M. Shainline. Optoelectronic intelligence. *Applied Physics Letters*, 118(16):160501, April 2021.
- [20] Jeffrey M. Shainline, Sonia M. Buckley, Adam N. McCaughan, Jeffrey T. Chiles, Amir Jafari Salim, Manuel Castellanos-Beltran, Christine A. Donnelly, Michael L. Schneider, Richard P. Mirin, and Sae Woo Nam. Superconducting optoelectronic loop neurons. *Journal of Applied Physics*, 126(4):044902, July 2019. Publisher: American Institute of Physics.
- [21] Vasili K. Semenov, Evan B. Golden, and Sergey K. Tolpygo. BioSFQ Circuit Family for Neuromorphic Computing: Bridging Digital and Analog Domains of Superconductor Technologies. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 33(5):1–8, August 2023.
- [22] Yuki Yamanashi, Kazumasa Umeda, and Nobuyuki Yoshikawa. Pseudo Sigmoid Function Generator for a Superconductive Neural Network. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 23(3):1701004–1701004, June 2013. Conference Name: IEEE Transactions on Applied Superconductivity.
- [23] Ran Cheng, Uday S. Goteti, Harrison Walker, Keith M. Krause, Luke Oeding, and Michael C. Hamilton. Toward Learning in Neuromorphic Circuits Based on Quantum Phase Slip Junctions. *Frontiers in Neuroscience*, 15:765883, November 2021.
- [24] Emily Toomey, Ken Segall, and Karl K. Berggren. Design of a Power Efficient Artificial Neuron Using Superconducting Nanowires. *Frontiers in Neuroscience*, 13:933, September 2019.
- [25] E. Toomey, K. Segall, M. Castellani, M. Colangelo, N. Lynch, and K. K. Berggren. Superconducting Nanowire Spiking Element for Neural Networks. *Nano Letters*, 20(11):8059–8066, November 2020.
- [26] Patrick Crotty, Dan Schult, and Ken Segall. Josephson junction simulation of neurons. *Physical Review E*, 82(1):011914, July 2010. ISBN: 1539-3755.
- [27] Patrick Crotty, Kenneth Segall, and Daniel Schult. Biologically Realistic Behaviors from a Superconducting Neuron Model. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, pages 1–6, 2023. Conference Name: IEEE Transactions on Applied Superconductivity.
- [28] K. Segall, M. LeGro, S. Kaplan, O. Svitelskiy, S. Khadka, P. Crotty, and D. Schult. Synchronization dynamics on the picosecond time scale in coupled Josephson junction neurons. *Physical Review E*, 95(3):032220, March 2017. ISBN: 2470-0045.
- [29] Paul Tschirhart and Ken Segall. BrainFreeze: Expanding the Capabilities of Neuromorphic Systems Using Mixed-Signal Superconducting Electronics. *Frontiers in Neuroscience*, 15, 2021.
- [30] K. Segall, C. Purmessur, A. D’Addario, and D. Schult. A superconducting synapse exhibiting spike-timing dependent plasticity. *Applied Physics Letters*, 122(24):242601, June 2023.
- [31] Yang Dan and Mu-ming Poo. Spike Timing-Dependent Plasticity of Neural Circuits. *Neuron*, 44(1):23–30, September 2004.
- [32] Eric R Kandel, James H Schwartz, Thomas M Jessell, Steven Siegelbaum, A James Hudspeth, Sarah Mack, and others. *Principles of neural science*, volume 4. McGraw-hill New York, 2000.
- [33] D F Santavicca and D E Prober. Impedance-matched low-pass stripline filters. *Measurement Science and Technology*, 19(8):087001, June 2008.
- [34] Anupam Garg. Escape-field distribution for escape from a metastable potential well subject to a steadily increasing bias field. *Physical Review B*, 51(21):15592–15595, June 1995. Publisher: American Physical Society.
- [35] A. V. Ustinov, M. Cirillo, Britt H. Larsen, V. A. Oboznov, P. Carelli, and G. Rotoli. Experimental and numerical study of dynamic regimes in a discrete sine-Gordon lattice. *Physical Review B*, 51(5):3081–3091, February 1995. Publisher: American Physical Society.
- [36] A. V. Ustinov, M. Cirillo, and B. A. Malomed. Fluxon dynamics in one-dimensional Josephson-junction arrays. *Physical Review B*, 47(13):8357–8360, April 1993. Publisher: American Physical Society.
- [37] Shinya Watanabe, Herre S. J. van der Zant, Steven H. Strogatz, and Terry P. Orlando. Dynamics of circular arrays of Josephson junctions and the discrete sine-Gordon equation. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 97(4):429–470, October 1996.
- [38] Shinya Watanabe, Steven H. Strogatz, Herre S. J. Van Der Zant, and Terry P. Orlando. Whirling Modes and Parametric Instabilities in the Discrete Sine-Gordon Equation: Experimental Tests in Josephson Rings. *Physical Review Letters*, 74(3):379–382, January 1995.