# 自旋轨道相互作用、时间反演对称性和自选选择规则

Amnon Aharony<sup>1,\*</sup> and Ora Entin-Wohlman<sup>1,†</sup>

<sup>1</sup>School of Physics and Astronomy, Tel Aviv University, Tel Aviv 6997801, Israel (10Dated: 2025 年 4 月 9 日)

自旋选择性传输通常与自旋轨道相互作用相关。然而,这些相互作用在时间反演对称下是不变的,并 且 Onsager 关系和 Bardarson 定理表明这种相互作用不能为通过两个电子库之间的结点的传输提供自旋 选择性。在这里,我们回顾了几种克服这一限制的方法,使用 Zeeman 磁场、Aharonov-Bohm 相位、生 成时间依赖自旋轨道相互作用的时间依赖电场,时间依赖瞬态、多于两个端口、泄漏,以及每个离子 在结点上的多个能级。我们的考虑重点是低温下非相互作用电子的传输。指出所考虑的一个系统可能 与手性诱导的自旋选择性 (CISS) 现象有关。

#### I. 介绍

量子计算机使用量子比特,它们是具有形式  $|\chi\rangle = (\cos(\theta/2),\sin(\theta/2)e^{i\phi})^T$ 的两分量旋量,仰角和方位 角分别为  $\theta$  和  $\phi$ 。量子信息(即实数  $\theta$  和  $\phi$ )可以 写入这些量子比特,并在量子网络中进行操作(或读 取)。这里我们讨论移动的量子比特,代表电子的自 旋状态 1/2。每个这样的旋量都是沿着单位向量  $\hat{\mathbf{m}} = (\sin\theta\cos\phi,\sin\theta\sin\phi,\cos\theta)$ 的电子磁化率的本征态,即 2×2矩阵  $\sigma \cdot \hat{\mathbf{m}}$ 的本征态,其中  $\sigma$  是 Pauli 矩阵的三组 件向量。随着电子通过自旋电子器件,它们的磁化可 能旋转,从而改变量子信息。在理想的自旋滤波器情 况下,任意进来的自旋都以相同的(可调的)磁化强度 退出,因此允许将量子信息写入其中。结合这样的滤 波器也允许读取该信息[1]。

一种操纵电子自旋的自然方式是使用自旋轨道相 互作用 (SOI),其形式为

$$\mathscr{H}_{so} \propto \mathbf{E} \cdot [\mathbf{p} \times \boldsymbol{\sigma}] , \qquad (1)$$

其中  $\mathbf{E} = -\nabla V \equiv E\hat{\mathbf{n}}$  是电场 (*V* 是电势) 而  $\mathbf{p} \equiv \hbar \mathbf{k}$  是 电子的动量。下面,我们设定  $\hbar = 1$ 。对于线性或平面 网络,我们也选择  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{z}}$ 。正如 Rashba 所展示的 [2],电 势 *V* 将电子的运动限制在二维 *XY* 平面上,产生了自 旋依赖的势能,

$$\mathscr{H}_{\rm so} = \boldsymbol{\alpha} [\mathbf{p} \times \boldsymbol{\sigma}]_z , \qquad (2)$$

其中  $\alpha = k_{so}^2/(2m^*) \propto E$  衡量 SOI 强度 ( $k_{so}$  以动量单位 衡量此强度,  $m^*$  是电子带的有效质量)。自由电子的总 哈密顿量可以写为

$$\mathscr{H} = \frac{1}{2m^*} \left[ \mathbf{p} + k_{\rm so} \boldsymbol{\sigma} \times \hat{\mathbf{n}} \right]^2.$$
(3)

这反映了动量的有效位移,意味着自由电子旋量从 *e<sup>ik·R</sup>*|χ〉旋转到[3]

$$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}|\boldsymbol{\chi}\rangle \Rightarrow e^{i(k_{\rm so}[\hat{\mathbf{n}}\times\boldsymbol{\sigma}]+\mathbf{k})\cdot\mathbf{R}}|\boldsymbol{\chi}\rangle$$
 (4)

这种效应有时也称为"Aharanov-Casher"效应[4],导致 了 Datta-Das 自旋场效应晶体管[5]的提出。Aharanov-Casher 相类似于 Aharanov-Bohm 和 Aharanov-Ananden 拓扑相[6]。

在本文中,我们考虑放置于两个电子储层之间的 介观自旋电子器件。两终端之间自旋分辨传输的主要 约束来自于 Bardarson 定理 [7]: 对于一个两终端时间 反演对称系统,自旋选择性是被禁止的。通过在每个 储层中反射波为入射波的时间反转变换所构成的基础 上选择基底, Bardarson 证明了, 在具有时间反演对称 性的条件下, 散射矩阵 S 必须服从  $S^T = -S$ , 因此, 传 输和反射矩阵与单位矩阵成比例,并且散射不会改变 自旋。由于自旋轨道耦合是时间反演不变的, 它自身 不能在这种简单的器件中产生自旋劈裂 [8]。下面,我 们列出了各种克服这一限制并获得自旋选择性(或滤 波)的方法。这些方法包括齐曼磁场、生成时变自旋轨 道相互作用的时变电场、时变瞬态过程、超过两个终 端、泄漏以及在结上的每个离子具有多于一个能级等。 所有这些方法都利用了量子干涉, 它对一个自旋方向 有破坏性影响,而对另一个则有建设性影响。

<sup>\*</sup> aaharonyaa@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> orawohlman@gmail.com

我们的论文仅专注于电子在极低温度下传输时自 旋选择性的最简单情况,以及假设电子-电子相互作用 较小的系统。对于手性诱导自旋选择性(CISS)这一 特殊情况,已有研究添加了电子-电子和电子-声子相互 作用来解释时间反演对称性的破坏 [9,10]。其中一些 模型也得到了实验的支持 [11]。由于与外部电磁场耦 合而产生的光学活性也被发现可以产生 CISS [12]。这 些扩展超出了本次综述的范围。下面我们将重点放在 简单的介观结构上。在一种情况下,我们提到了可能 与 CISS 效应的联系。

第 II 节描述了紧束缚模型,我们将该模型应用于 离散量子网络。随后的章节则将各种方法应用于弱链 接(III)、Aharonov-Bohm-Rashba干涉仪(IV)和螺旋 分子(V)。

### II. 紧束缚模型

我们的计算是在紧束缚网络模型 [13] 上进行的。 对于能量为 *ε* 的本征态,网络中位置 *i* 处的 (双分量) 旋量 |ψ(*i*)) 的紧束缚方程是

$$(\mathscr{E} - \varepsilon_i) |\psi(i)\rangle = -\sum_j J_{ij} U_{ij} |\psi(j)\rangle$$
, (5)

其中  $J_{ij}$  是两个站点之间跳跃的"裸"传输能量,而  $U_{ij}$  是一个 2×2 单位矩阵,它旋转其作用下的旋量。对于 纯 SOI,每个键的隧穿振幅具有方程 (4)的形式。在磁 通量的作用下,这变为

$$J_{ij}U_{ij} = J_{ij} \exp\left[ik_{so}[\hat{\mathbf{d}} \times \hat{\mathbf{n}}] \cdot \boldsymbol{\sigma}L - i\phi_{ij}\right], \qquad (6)$$

其中 **û** 是连接位点 *i* 和 *j* 的键上的单位向量, *L* 是键 长,电场 **E** 沿着单位向量 **n** 的方向,而  $\phi_{ij}$  与垂直于 *i*-*j* 键的磁场相关的(部分)阿哈罗诺夫-玻姆(AB) 相位。结果仅取决于网络中这些相位沿回路的总和以 及 Aharonov-Casher 相位。对于一个有 *N* 个站点的网 络,我们需要解 2*N* 个方程(5)。

### III. 弱链接

连接两个电子库的最简单装置是一个(一维)弱链接,由库之间的隧道矩阵描述。在一般情况下,该矩阵与连接其两端的自旋相关传播子成正比[14]。更

简单的案例已在前一节中描述。由于仅在两个库之间 的一个弱链接上的自旋轨道相互作用不足以使自旋分 裂,我们必须补充更多的成分。

#### A. 西曼场

一种简单直接的方法来打破时间反演对称性是将 一个塞曼磁场应用于弱链接 [15]。结合拉什巴自旋轨 道耦合,这样的磁场确实会产生非零的自旋电流,其 大小和方向取决于磁场的方向。当这个磁场不平行于 由自旋轨道耦合力产生的有效场时(沿 î × k, 垂直于 电场和运动方向),电荷和自旋电流都会随着导线长度 的变化而振荡。因此,测量各向异性磁电阻的振荡可 以提供关于自旋轨道耦合强度的信息。这些特性可以 通过改变磁场和/或电场来进行调整,并可能应用于自 旋电子学。

#### B. 西曼场和库磁化

一个 Datta-Das 自旋场效应晶体管 [5] 由包含弱链 接(或量子阱)的异质结构构成,该弱链接分隔了两 个可能被磁化的库。这两个库之间的粒子和自旋电流 是由化学势驱动的,这些化学势对于每个自旋方向可 能是不同的。通过改变 SOI 的强度可以调整这些电流, 这会改变穿过链接的电子的自旋旋转量。电流还取决 于链接上的附加 Zeeman 场以及库磁化率的变化 [16]。 与粒子电流不同,自旋电流不一定守恒;额外的自旋极 化被注入到库中。如果一个库具有有限(平衡)磁化, 则进入该库的自旋电流只能具有与其库磁化平行的自 旋,这与所有其他场无关。通过增加另一个库的磁化 可以增强此自旋电流,并且还可以通过 SOI 和各种磁 场调整它。当只有一个库被磁化时,则进入另一库的 自旋电流大小和方向是任意可调的。特别是,随着另 一个库的磁化旋转,这个自旋电流会变化。在非极化 的库上累积自旋极化的最佳条件是在 SOI 之外再施加 一个 Zeeman 场或对另一个库进行极化。

### C. 磁电导率

Aharonov-Casher 相位依赖于设备几何形状和自旋 轨道相互作用强度。该相位可以通过测量 SOI 活性弱 链接 [17] 的磁电导各向异性直接找到。因此,通过测量这种磁电导各向异性可以对外部电场调节的 Rashba 自旋电子器件进行校准,从而调整自旋轨道相互作用, 并且进而改变 Aharonov-Casher 相位。

#### D. 与时间相关的 SOI

另一种打破时间反演对称性的简单方法是引入哈 密顿量的显式时间依赖性。例如,一个在垂直于链接 平面内周期性旋转的交流电场,会生成一个随时间变 化的自旋轨道相互作用,将具有自旋极化的电子注入 到终端 [18] 中。注入的自旋极化沿链接方向有一个直 流分量(不依赖时间)以及在垂直平面内的一个旋转 (时间依赖性)横向分量。在低旋转频率区域,这些极 化分量与频率成正比。对于线性偏振电场,极化的直 流分量消失。

### IV. 阿哈罗诺夫-玻姆-拉什巴干涉仪

许多量子相位的测量基于干涉仪中两条路径之间 的干涉。对于图 1 中的平面钻石干涉仪,同时具有 AB 通量和 SOI,可以从紧束缚方程 5 中消除位点 b 和 c, 最终得到位于位点 0 和 1 [1] 之间的有效非幺正隧穿矩 阵振幅

$$W = \gamma_b U_{0b} U_{b1} + \gamma_c U_{0c} U_{c1} ,$$
  
$$\gamma_b = J_{0b} J_{b1} / (\mathscr{E} - \varepsilon_b) , \quad \gamma_c = J_{0c} J_{c1} / (\mathscr{E} - \varepsilon_c) , \quad (7)$$

其中 *ε*<sub>b,c</sub> 是这些位点上的位点能量。幺正矩阵 *U*<sub>ij</sub> 由方 程 (6) 给出。

### A. 自旋滤波器

由于方程 (7) 中的隧穿振幅 W 是一个非幺正矩 阵,因此两个路径之间的干涉可能变为破坏性 [1]。 具体而言,从左侧引线到右侧引线的传输矩阵依赖于 W,因此其两个本征值取决于总阿哈罗诺夫-玻姆相 位  $\Phi$ 和阿哈罗诺夫-卡舍相位  $\omega$ ,这与产品  $U_b U_c^{\dagger} \propto \exp[-i\Phi + i\omega \cdot \sigma]$ 的自旋依赖性相关,该产品表示电子 绕环的跃迁。通过适当选择电场和磁场,即阿哈罗诺夫-卡舍相位和阿哈罗诺夫-玻姆相位,可以生成一个自旋



图 1. 钻石干涉仪。

态的完全破坏干涉,并因此使得另一个自旋态达到完 全极化,即实现全自旋过滤。这种可调的、完全偏振的 自旋状态会从干涉仪中退出,无论任意传入的自旋状 态[1]如何。结合两个这样的干涉仪也允许读取飞行量 子比特上的量子信息。

类似的结论也适用于由两个拉长的量子点或量子 纳米线组成的干涉仪,这些量子点或量子纳米线同时 受到 Aharonov - Bohm 通量和 (Rashba 和 Dresselhaus[19]) 自旋轨道相互作用 [20] 的影响。这样的双点 干涉仪可以作为完美的自旋过滤器,由于自旋干涉效 应。通过适当调整外部电场和磁场,这些因素决定了 Aharonov – Casher 和 Aharonov – Bohm 相位, 并且 在不同的跃迁幅度和位置能量之间存在一些关系的情 况下,干涉仪可以阻挡具有特定自旋极化的电子,而 与其能量无关。被阻止的极化和出射电子的极化完全 由外部电场和磁场控制,与电子的能量无关。此外,在 线性响应区域中,自旋过滤条件变得更加简单,在这个 区域内电子具有固定的能量。不同于钻石干涉仪,在 双点干涉仪中的自旋过滤不需要两个分支之间的跃迁 幅度和位置能量之间有高对称性,因此从实验角度来 看可能更具吸引力。

#### B. 实时瞬态效果

从干涉仪上各站点的任意初始占据开始,系统的 量子态具有瞬时时间依赖性,直到达到时间独立的稳 态 [21]。在瞬时时间区间内,系统不具备时间反演对 称性,因此可以通过干涉仪支持自旋相关的电流,即 使最初自旋未极化也是如此。接着,在电极中出现自旋 电流,其中每个电极中的自旋沿由 SOI 参数和系统的 几何形状预先确定的特征方向极化。通过特殊选择系 统参数可以产生稳态电流,在这些稳态电流中,自旋 沿着这些特征方向完全极化。达到这种稳态所需的时 间取决于双量子点与引线的耦合。电流的大小强烈依赖于 SOI 诱导的有效通量。没有磁通量的情况下,由于该系统的相位刚性,自旋极化的电流不能维持到稳态。对于非简并双量子点,瞬时自旋传输可以仅通过SOI 效应产生。有趣的是,发现可以从总电荷电流的测量中提取出自旋分辨的电流。

# C. 几个终端

如所述, Bardarson 定理 [7] 禁止两终端设备中的 自旋极化。相反,当电子从一个源水库流入两个(或更 多)单独的漏水库时 [22],可以生成自旋极化。当电子 通过"钻石"干涉仪传输到两个漏极时,即使干涉仪的 两条臂不相同,它们也可以沿不同的可调方向同时完 全自旋极化。

## D. 几个轨道状态

对于网络中每个站点的单轨道状态,Bardarson 定 理 [7] 基于传输(或反射)矩阵 2×2 中两个自旋态简 并性的原理。然而,当系统由具有多个轨道的原子组 成时,该定理不适用。实际上,当每个原子有两个轨 道状态时,那么每个通道的传输和反射矩阵变为 4×4 阶,并且可以在不破坏时间反演对称性 [23] 的情况下 生成自旋分辨电流。在这种情况下,自旋翻转过程可 以伴随轨道通道的翻转。我们将在下一节回到这种用 于自旋选择性的模型类型。

#### V. 螺旋分子和 CISS 效应

自旋分裂的一个特殊案例,在过去二十年中引起 了极大的兴趣,涉及手性诱导的自旋选择性(CISS)效 应 [24]。CISS 效应指的是一个特定于手性分子的自旋 传输现象:当电子被注入如 DNA 等手性分子时,电子 自旋会根据手性而有选择地分离。这一现象与普通磁 性材料相比表现出较高的自旋极化率,并因其在室温 下发生的量子现象特性而受到关注。尽管 CISS 效应已 经在使用各种手性材料的许多实验中被观察到,但尚 未提出完全令人信服的理论解释 [10]。仅使用自旋轨 道相互作用来解释这一现象的努力由于 Bardarson 定 理 [7,8] 而未能成功。下面我们将描述一些在第 III 节和



图 2. 双链 DNA 单链的示意图。 $R(\phi_n)$  是 Frenet-Serret 方案中第 n 个点的位置矢量,  $\Delta \phi = 2\pi/N$ , h 是螺距, 且  $\phi_n = n\Delta \phi$ 。

第 Ⅳ 节中提到的方法,以克服 Bardarson 定理对 CISS 案例的结果。为此,分子被描述为螺旋链上的位点,并 通过隧穿振幅 J 相互耦合;通过在螺旋上"重叠"的位点 之间添加隧穿 Ĵ 引入干涉现象,参见图 2 和文献 [23]。 该模型表现出不破坏时间反演对称性的自旋分裂:原 子内的 SOI (自旋轨道相互作用)同时诱导自旋和轨道 翻转。

一个用于探索手性分子效应的辅助模型利用了将 电荷转换为角动量的埃德尔斯坦效应 [25]。轨道角动 量直接由晶体的手性生成。自旋分裂带依赖于自旋轨 道耦合 SOI。最近的一篇出版物 [26] 结合了这两个特 征来描述手性诱导的轨道选择性(称为 CIOS),表明 轨道贡献比自旋贡献高出几个数量级。

#### A. 瞬态

在参考文献 [27] 中,通过在手性分子两端施加脉 冲栅极电压,在这些分子下方的衬底上产生了自旋极 化的电子。我们推测这种瞬态磁化来源于分子中非平 衡的时间依赖性自旋输运,类似于第 IV B 节中计算的 情况。

### B. 几个终端和泄漏

使用与第 IV C 节中相同的技术,附着在多个引线 上的单个螺旋分子可以使其通过的电子产生显著的自 旋极化 [22]。即使最终混合到一个吸收水库中的电子 是从不同的导线出去的,平均极化仍然不为零。这可 能解释了某些手性-螺旋分子自旋选择性的近期实验结 果 [28]。在这些实验中,螺旋分子连接到了一个金属球 上,并且通过球上的 AFM 针尖检测到了极化的电子。 这种极化可能是由于该球体检测到来自分子末端多个 位置的电子所致。

自旋选择也可以通过电子从螺旋结构的每个位置 流出到外部环境而产生,这表明单位性破坏或"泄 漏"[29,30]。若干实验使用二维平行分子阵列,并且 我们推测电子可能从每个分子泄露到相邻的分子中。

### C. 若干轨道状态

第 IV D 节中描述的技术也被应用于一种螺旋分子 [23],使用类似于图 2 的双轨道紧束缚模型,并包括了 原子内的自旋轨道相互作用。在螺旋上的每个位点上 获得两个轨道态的一种方法是包含碳原子的三个 *p* 轨 道,并沿着螺旋添加一个强烈的晶体场 [31]。螺旋态 的典型能量尺度是原子内自旋轨道相互作用和曲率的 乘积。自旋过滤机制与原子内的自旋轨道相互作用和曲率的 乘积。自旋过滤机制与原子内的自旋轨道相互作用有 关,这比原子间的自旋轨道相互作用要大。从这个角 度来看,该模型可能是有机材料中 CISS 的更可能候选 者,而不是其他与原子间自旋轨道相互作用相关的模 型。自旋向上和向下的状态朝相反方向传播,导致了 CISS 效应。这样的轨道态对也可能出现在双螺旋中, 就像实验文献 [28] 中使用的那样。

上述模型还产生了电荷调制的增强,集中在分子 边缘,这是由于消逝态 [32] 所致。在原子链的一端施 加齐纳场会破坏时间反演对称性,从而产生有限的自 旋极化,其方向取决于分子的手性。手性的变化诱导 了合理的能量差值,这可能为手性分子在铁磁表面的 选择性吸附提供了一定的见解。

#### VI. 概要

分子如 DNA 以及晶体如结晶碲和硒的手性结构 影响电子传输:一种结构的手性决定了通过它的电子 自旋极化的符号。手性材料这种天生作为自旋过滤器 的能力揭示了手性对称性和电子自旋之间的基本联 系,并为现有的技术如自旋电子学,以及新方法(例如 解释生命同手性现象的出现)带来深远且普遍的影响。

然而,电子通过自旋-轨道活性弱链接和隧道结的 隧穿所引起的自旋极化带来了更广泛的前景。特别是, 无需施加磁场即可调节自旋依赖现象,例如,通过利 用电场产生的 Rashba 自旋-轨道耦合,使得电子自旋 能够与电场耦合。换句话说,由界面反演对称性破缺 而产生的电子性质的大小可以通过施加外部电场 [33] 来调制。

电子的自旋极化,当电子通过 SOI 活性弱连接时 发生,预计可以允许小尺寸非磁性设备产生电致磁化。 然而,来自 SOI 的时间反演对称性的约束禁止其对非 超导器件中两终端隧穿电子的任何影响[7]。在我们的 简短回顾中,我们强调了几种(理论)方法来缓解这一 问题,并指出了它们与现有实验的联系。我们希望上 述可能性列表能够激发更多的实验和对现有实验的进 一步分析。

此处回顾的工作是与许多合作者共同完成的,包括 Shlomi Mattiyahu、Yasuhiro Tokura、Seigo Tarucha、Shingo Katsumoto、Robert Shekhter、Mats Jonson、Wei-Min Zhang和 Carlos Balseiro。特别感谢 Yasuhiro Utsumi 最近富有成效的合作。

多年来,我们与 Abraham Nitzan 进行了许多讨论。 我们很高兴参与庆祝他对化学物理的诸多贡献。

- A. Aharony, Y. Tokura, G. Z. Cohen, O. Entin-Wohlman, and S. Katsumoto, *Filtering and analyzing mobile qubit information via Rashba-Dresselhaus-Aharonov-Bohm interferometers*, Phys. Rev. B 84, 035323 (2011).
- [2] E. I. Rashba, Properties of semiconductors with an extremum loop. 1. Cyclotron and combinational resonance in a magnetic field perpendicular to the plane of the loop, Fiz. Tverd. Tela

(Leningrad) **2**, 1224 (1960) [Sov. Phys. Solid State **2**, 1109 (1960)]; Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, *Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers*, J. Phys. C **17**, 6039 (1984).

 [3] Y. Meir, Y. Gefen, and O. Entin-Wohlman, Universal Effects of Spin-Orbit Scattering in Mesoscopic Systems, Phys. Rev. Lett.
 63, 798 (1989); Y. Oreg and O. Entin-Wohlman, Transmissions through low-dimensional mesoscopic systems subject to spinorbit scattering, Phys. Rev. B **46**, 2393 (1992).

- [4] Y. Aharonov and A. Casher, *Topological Quantum Effects for Neutral Particles*, Phys. Rev. Lett. 53, 319 (1984).
- [5] S. Datta and B. Das, *Electronic analog of the electro-optic mod*ulator, Appl. Phys. Lett. 56, 665 (1990).
- [6] K. Richter, The ABC of Aharonov effects, Physics 5, 22 (2012).
- [7] J. H. Bardarson, A proof of the Kramers degeneracy of transmission eigenvalues from antisymmetry of the scattering matrix, J. Phys. A: Math. Theor. 41, 405203 (2008).
- [8] Ora Entin-Wohlman, Amnon Aharony, and Yasuhiro Utsumi, Comment on: "Spin-orbit interaction and spin selectivity for tunneling electron transfer in DNA", Phys. Rev. B 103, 077401 (2021).
- [9] Ron Naaman and David H. Waldeck, *Chiral-Induced Spin Selectivity (CISS)*, J. Phys. Chem. Lett. 15, 11002 (2024).
- [10] For a recent theoretical review, see Ferdinand Evers, Amnon Aharony, Nir Bar-Gill, Ora Entin-Wohlman, Per Hedegård, Oded Hod, Pavel Jelinek, Grzegorz Kamieniarz, Mikhail Lemeshko, Karen Michaeli, Vladimiro Mujica, Ron Naaman, Yossi Paltiel, Sivan Refaely-Abramson, Oren Tal, Jos Thijssen, Michael Thoss, Jan M. van Ruitenbeek, Latha Venkataraman, David H. Waldeck, Binghai Yan, and Leeor Kronik, *Theory of Chirality Induced Spin Selectivity: Progress and Challenges*, Adv. Mater. **34**, 2106629 (2022).
- [11] Tapan Kumar Das, Francesco Tassinari, Ron Naaman and Jonas Fransson, *Temperature-Dependent Chiral-Induced Spin Selectivity Effect: Experiments and Theory*, J. Phys. Chem. C 126, 3257 (2022).
- [12] Rafael Gutierrez, Gianaurelio Cuniberti, Ernesto Medina, and Vladimiro Mujica, *Chiral spin selectivity and chiroptical activity in helical molecules*, J. Chem. Phys. 161, 114111 (2024).
- [13] As mentioned in Ref. 9, the electronic molecular orbitals in some realistic organic molecules may break the translational symmetry assumed in our tight-binding model.
- [14] T. V. Shahbazyan and M. E. Raikh, Low-Field Anomaly in 2D Hopping Magnetoresistance Caused by Spin-Orbit Term in the Energy Spectrum, Phys. Rev. Lett. 73, 1408 (1994), R. I. Shekhter, O. Entin-Wohlman, M. Jonson, and A. Aharony, Rashba Splitting of Cooper Pairs, Phys. Rev. Lett. 116, 217001 (2016).
- [15] A. Aharony, O. Entin-Wohlman, M. Jonson, and R. I. Shekhter, *Electric and magnetic gating of Rashba-active weak links*, Phys. Rev. B 97, 220404(R) (2018).
- [16] K. Sarkar, A. Aharony, O. Entin-Wohlman, M. Jonson, and R. I. Shekhter, *Effects of magnetic fields on the Datta-Das spin field-effect transistor*, Phys. rev. B **102**, 115436 (2020).

- [17] R. I. Shekhter, O. Entin-Wohlman, M. Jonson, and A. Aharony, *Magnetoconductance Anisotropies and Aharonov-Casher Phases*, Phys. Rev. Lett. **129**, 037704 (2022).
- [18] M. Jonson, R. I. Shekhter, O. Entin-Wohlman, A. Aharony, H. C. Park, and D. Radi, *DC spin generation by junctions with AC driven spin-orbit interaction*, Phys. Rev. B 100, 115406 (2019).
- [19] G. Dresselhaus, Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures, Phys. Rev. 100, 580 (1955).
- [20] S. Matityahu, A. Aharony, O. Entin-Wohlman, and S. Tarucha, Spin filtering in a Rashba-Dresselhaus-Aharonov-Bohm double-dot interferometer, New J. Phys. 15, 125017 (2013).
- [21] M. Wei-Yuan Tu, A. Aharony, W-M Zhang and O. Entin-Wohlman, *Real-time dynamics of spin-dependent transport* through a double-quantum-dot Aharonov-Bohm interferometer with spin-orbit interaction, Phys. Rev. B 90, 165422 (2014).
- [22] S. Matityahu, A. Aharony, O. Entin-Wohlman, and C. A. Balseiro, *Spin filtering in all-electrical three-terminal interferometers*, Phys. Rev. B 95, 085411 (2017).
- [23] Y. Utsumi, O. Entin-Wohlman, and A. Aharony, *Spin selectivity through time-reversal symmetric helical junctions*, Phys. Rev. B 102, 035445 (2020).
- [24] For a recent review, see Brian P. Bloom, Yossi Paltiel, Ron Naaman and David H. Waldeck, *Chiral Induced Spin Selectivity*, Chem. Rev. **124**, 1950 (2024).
- [25] M. Edelstein, Spin polarization of conduction electrons induced by electric current in two-dimensional asymmetric electron systems, Solid State Communications 73, 233 (1990).
- [26] B. Göbel, L. Schimpf, and I. Mertig, *Chirality-induced spin selectivity based on orbital Edelstein effect in an analytically solvable model*, arXiv:2502.04978 [cond-mat.mes-hall].
- [27] Eilam Z. B. Smolinsky, Avner Neubauer, Anup Kumar, Shira Yochelis, Eyal Capua, Raanan Carmieli, Yossi Paltiel and Ron Naaman, *Electric Field-Controlled Magnetization in GaAs/Al-GaAs Heterostructures – Chiral Organic Molecules Hybrids*, J. Phys. Chem. Lett. **10**, 1139 (2019).
- [28] Zouti Xie, Tal Z. Markus, Sidney R. Cohen, Zeev Vager, Rafael Gutierrez, and Ron Naaman, Spin Specific Electron Conduction through DNA Oligomers, Nano. Lett. 11, 4652 (2011).
- [29] S. Matityahu, A. Aharony, O. Entin-Wohlman, and S. Katsumoto, *Robustness of spin filtering against current leakage in a Rashba-Dresselhaus-Aharonov-Bohm interferometer*, Phys. Rev. B 87, 205438 (2013).
- [30] Shlomi Matityahu, Yasuhiro Utsumi, Amnon Aharony, Ora Entin-Wohlman, and Carlos A. Balseiro, Spin-dependent transport through a chiral molecule in the presence of spin-orbit interaction and non-unitary effects, Phys. Rev. B 93, 075407

(2016).

- [31] Yasuhiro Utsumi, Takemitsu Kato, Ora Entin-Wohlman, and Amnon Aharony, *Spin-filtering in a p-orbital helical atomic chain*, Israel Journal of Chemistry **62**, e202200107 (2022).
- [32] Takemitsu Kato, Yasuhiro Utsumi, Ora Entin-Wohlman, and Amnon Aharony, *Electronic State at Edges of Finite p-orbital*

Helical Atomic Chain, J. Chem. Phys. 159, 244101 (2023).

[33] A. D. Caviglia, M. Gabay, S. Gariglio, N. Reyren, C. Cancellieri, and J.-M. Triscone, *Tunable Rashba Spin-Orbit Interaction at Oxide Interfaces*, Phys. Rev. Lett. **104**, 126803 (2010).