

# 节点表面半金属-超导体结中在有或无光照情况下的传输

Bhaskar Pandit<sup>1</sup>, Satyaki Kar<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Netaji Mahavidyalaya, Arambagh, West Bengal - 712601, India

<sup>2</sup>AKPC Mahavidyalaya, Bengai, West Bengal -712611, India

我们研究了通过  $s$ -波超导 (SC) 结的量子隧穿现象, 其中涉及一个拓扑荷节点面半金属 (NSSM), 非对称性迫使节点面粘附于布里渊区边界。由于其二维能带交叉附近的独特色散关系, NSSM 中的载流子在 SC 结界面处展示出安德烈反射以及正常反射的有趣行为, 这种行为适用于亚间隙和超间隙能量。我们研究了不同入射方向上的这些行为。此外, 我们也考虑了通过圆偏振光和线性偏振光照辐射对这类系统的影响, 并探测传输参数的脉冲时间演化过程。特别地, 在高频率照射极限下, 我们采用了一个 Floquet 方法并见证了许多不寻常的安德烈传输行为展现出来。

## I. 介绍

拓扑稳健性 [1] 看起来是凝聚态物理界长期以来追求的圣杯, 只要无序无关的电荷传输这一甘露仍然受到追捧。这激励着物理学家和工程师不断寻找不同的手段或非平凡能带交叉或避免交叉的不同性质, 在各种材料中尝试发现可能呈现此类奇异现象的材料候选者。按时间顺序, 这类交叉最初在动量空间内的零维 (*e.g.*, 石墨烯、外尔半金属) [2, 3] 和一维 (节点线半金属) [4] 被观察到, 但最近也报道了二维能带交叉, 这鼓励了对节点表面 (NS) 和节点表面半金属 (NSSM) 的彻底研究。

一个具有线性色散关系的二维 (2D) 带交叉构成了我们所说的节点面 [5–7]。它们常常带有由对称性保护拓扑荷所标志的非平凡相位 [8–10]。在这方面, 非常重要的是一非镶嵌对称性 [11, 12] (点群对称性和半晶格平移的组合), 因为与时间反演对称性  $T$  结合, 可以在三维布里渊区 [5, 11] 的二维边界 (例如,  $k_z = \pi$ ) 上导致两重简并。这些带交叉在局部和全局上都具有拓扑稳健性 [13]。

本文致力于超导体与这类奇异的 NSSM 系统之间的连接以及通过它的量子输运。通常, 电荷通过  $s$  波超导体-正常金属 (SN) 结的输运特征在于安德烈夫反射 [14](AR), 其中空穴主要从界面反射回正常金属一侧, 对于亚间隙入射能量:  $E < \Delta$ , 其中  $\Delta$  是超导配对势。尽管通常的带内电子-空穴转换导致反向 AR (RAR), 但类似狄拉克的能谱为隧穿传输现象增添了重要的因素, 因为在基于石墨烯的 SN 结 [15] 中以及在涉及狄拉克材料如硅烯 [16]、 $MoS_2$  [17] 或磷烯 [18] 等其他结中, 在低能下预测了带间镜面 AR (SAR)。在

这方面, 具有拓扑半金属的超导结也很相关。相对定向的点节点在 Weyl 半金属 (WSM) 中相对于载流子入射流产生  $s$  波超导结中的各向异性安德烈耶夫电导 [19], 而在节线半金属 (NLSM) 中, 可以观察到双重安德烈耶夫反射 [20]。具有 NSSM 的超导结的传输特性尚未得到充分研究。我们试图在本工作中探索这一问题。类似于 WSM 或 NLSM, 在这里节点表面与超导体界面的不同相对定向也会导致不同的安德烈耶夫传输特征。然而, 在这项工作中, 我们将研究仅限于 NS 垂直于结界面的情况。

光照到 NSSM 上会带来载流子调制的动力学变化。通过间歇性观测, 可以在辐射场周期性的跳跃中构建一个有效的稳态佛罗凯哈密顿量 [21, 22] 来描述在场的周期性变化下的动力学行为。这种佛罗凯展开可以揭示出依赖于辐射偏振方向 [23] 的有趣动态特性, 因此这样的光照作用在一个包含 NSSM 的超导结上, 会导致透射率和反射率出现有趣的修改, 这些可以在佛罗凯空间中进行检验。

在这份报告中, 我们在第二节讨论了一个带有拓扑荷 NSSM 的超导结中的量子传输。后来在第三节, 我们考虑了对该系统的光照, 并使用 Floquet-Magnus 分析 [21] 来研究它们的动力学行为, 包括圆形 (第 IIIA 节) 和线性 (第 IIIB 节) 偏振的情况。最后, 在第四节中, 我们总结了我们的结果并简要介绍了我们工作的进一步范围。

## II. 一个 NSSM-SC 连接点

如上所述, 这里我们描述了通过一种具有近邻诱导的  $s$ -波超导体连接的 NSSM 材料的散射过程和电

导。我们认为节点表面垂直于界面，并相应地讨论了该形式主义。特别地，我们将 NSSM 和 SC 分别位于区域  $x < 0$  和  $x > 0$  中，NSSM-SC 界面位于  $x = 0$  处。考虑一个在正常侧消失的阶跃电位  $V(x) = V_s \Theta(x)$ 。在所考虑的 NSSM 中，NS 是由非对称性引起的，在 BZ 边界通常出现 NS。在这种情况下，NS 由  $k_z = \pi$  平

面表示。关于平面上的点  $k_0 = (0, 0, \pi)$ ，我们可以将 NSSM 在  $k = k_0 + q$  处写成连续模型  $H = H(q) = Aq_z(q_x \sigma_x + q_y \sigma_y) + Bq_z \sigma_z$ 。这里为了简单起见，我们考虑  $A = B = 1$ [10]。

该问题的 Bogoliubov-de-Gennes (BdG) 哈密顿量由以下给出

$$\begin{pmatrix} H + V(x) - \mu & \Delta(x) \\ \Delta^*(x) & \mu - H - V(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V(x) + q_z - \mu & q_x q_z - i q_y q_z & \Delta(x) & 0 \\ q_x q_z + i q_y q_z & V(x) - q_z - \mu & 0 & \Delta(x) \\ \Delta^*(x) & 0 & \mu - q_z - V(x) & -(q_x q_z - i q_y q_z) \\ 0 & \Delta^*(x) & -(q_x q_z + i q_y q_z) & \mu + q_z - V(x) \end{pmatrix}$$

其中  $\Delta(x) = \Delta \Theta(x)$  表示超导体的配对势。

在正常一侧 ( $x < 0$ )，通过求解 BdG 方程得到的 NSSM 的类电子准粒子 (ELQ) 和类空穴准粒子 (HLQ) 的准粒子色散为

$$E_e^\pm = \pm q_z \sqrt{1 + q_\rho^2} - \mu, \quad E_h^\pm = \pm q_z \sqrt{1 + q_\rho^2} + \mu \quad (1)$$

其中  $\mu$  是化学势且  $q_\rho^2 = q_x^2 + q_y^2$ 。我们考虑沿着  $x$  方向的电子输运。以导带  $E_e^+$  为例，当入射能量  $E$  和波矢  $q_y$  及  $q_z$  给定时，方程  $E_e^+(q_x, q_y, q_z) = E$  的  $q_x$  只有两个解，即  $q_x^e$  和  $-q_x^e$ 。这里， $q_x^e$  和  $-q_x^e$  状态分别沿  $+x$  和  $-x$  方向传播，可以视为入射波和反射波对。因此，在这种情况下，只有一个正常的反射过程（还有一个来自空带解的安德烈夫反射，与在 NLSM-SC 结中观察到的双重反射不同 [20]）。假设入射 ELQ 来自导带  $E_e^+$ 。它们将在带  $E_e^+$  上镜面反射为 ELQs，并在导带  $E_h^-$  上作为 HLQs 返回安德烈夫反射，如果  $E < \mu$ ；或者如果  $E > \mu$ ，在价带  $E_e^+$  上镜面安德烈夫反射为 HLQs。在这方面，散射过程与石墨烯-SC 结构 [15, 24, 25] 中的相同。

因此，对于一个具有波矢量  $q_x^e$  和能量  $E$  并满足  $\mu > E$  的入射电子，其波函数可以表示为

$$\begin{aligned} \psi_N(x < 0) = & \psi_N^{e+} + r \psi_N^{e-} + r_A \psi_N^{h-} = \frac{e^{iq_x^+ x}}{\sqrt{\text{Re}[\chi_{11}]}} \begin{pmatrix} 1 \\ \chi_{11} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ & + r \frac{e^{-iq_x^+ x}}{\sqrt{\text{Re}[\chi_{12}]}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\chi_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r_A \frac{e^{-iq_x^h x}}{\sqrt{\text{Re}[\chi_{22}]}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \chi_{22} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \chi_{11} = \chi_{11}^0 e^{i\theta_e} &= \sqrt{\frac{(E + \mu) - q_z}{(E + \mu) + q_z}} e^{i\theta_e}, \quad \chi_{12} = \chi_{11} e^{-2i\theta_e}, \\ \chi_{22} = \chi_{22}^0 e^{i\theta_A} &= \sqrt{\frac{(E - \mu) + q_z}{(E - \mu) - q_z}} e^{i\theta_A}. \end{aligned} \quad (3)$$

$\theta_e$  是电子在  $xy$  平面中的入射角度， $r$  和  $r_A$  分别是法线和安德烈反射系数。三项的分母确保了入射波函数、反射波函数以及安德烈反射波函数 [15] 的电流密度相同。安德烈反射光线以角度  $\theta_A$ （在  $xy$  平面中）逆反射回，遵循关系  $q_\rho^e \text{Sin} \theta_e = q_\rho^h \text{Sin} \theta_A$  [26]。

另一方面，对于  $\mu < E$  我们得到

$$\psi_N(x < 0) = \frac{e^{iq_x^+ x}}{\sqrt{\text{Re}[\chi_{11}]}} \begin{pmatrix} 1 \\ \chi_{11} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \frac{e^{-iq_x^+ x}}{\sqrt{\text{Re}[\chi_{12}]}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\chi_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r_A \frac{e^{iq_x^+ x}}{\sqrt{\text{Re}[\chi_{21}]}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \chi_{21} \end{pmatrix} \quad (4)$$

与  $\chi_{21} = \chi_{22}e^{-2i\theta_A}$ .

现在求解超导侧的 BdG 方程，我们得到本征值为

$$E_e^\pm = \pm \sqrt{\Delta^2 + (\mu - V_s - q_z \sqrt{1 + q_\rho^2})^2}$$

$$E_h^\pm = \pm \sqrt{\Delta^2 + (\mu - V_s + q_z \sqrt{1 + q_\rho^2})^2}. \quad (5)$$

注意在亚间隙情况下当  $E < \Delta$  时， $q_\rho$  变成虚数使得模式衰减 (*i.e.*, 非传播) 正如预期的那样。电子和空穴类的本征态出现为

$$\psi_e^+ = \begin{pmatrix} u \\ u\eta_1 \\ v \\ v\eta_1 \end{pmatrix}, \quad \psi_h^- = \begin{pmatrix} v \\ -v\eta_2 \\ u \\ -u\eta_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

这导致波函数一般形式为

$$\psi_s(x > 0) = a\psi_s^{e+} + b\psi_s^{h-}$$

$$= a \begin{pmatrix} u \\ u\eta_1 \\ v \\ v\eta_1 \end{pmatrix} e^{ip_x^+ x} + b \begin{pmatrix} v \\ -v\eta_2 \\ u \\ -u\eta_2 \end{pmatrix} e^{-ip_x^- x} \quad (7)$$

其中  $p_x^{+(-)} = \sqrt{[p^{+(-)}]^2 - q_z^2} \cos \theta_s^{e(h)}$  与

$$p^\pm = \frac{\sqrt{((\mu - V_s) \pm \sqrt{E^2 - \Delta^2})^2 - q_z^2 + q_z^4}}{q_z},$$

$$u(v) = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + (-) \frac{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}{E} \right)} \quad \text{and}$$

$$\eta_{1(2)} = \sqrt{\frac{(\mu - V_s) + (-) \sqrt{E^2 - \Delta^2} - q_z}{(\mu - V_s) + (-) \sqrt{E^2 - \Delta^2} + q_z}} e^{i\theta_s^{e(-i\theta_s^h)}}. \quad (8)$$

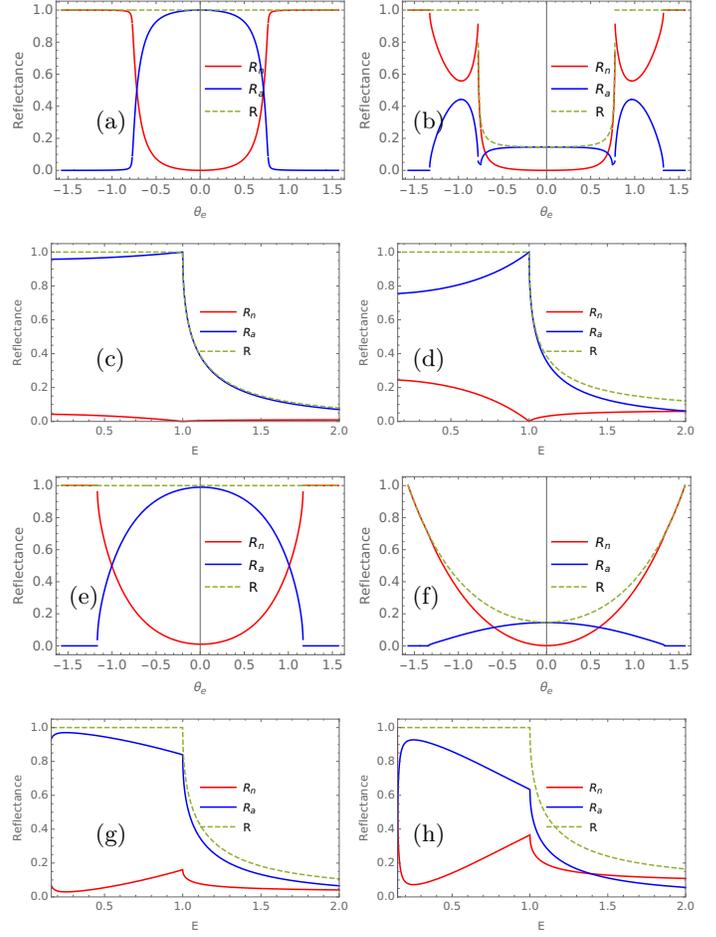


图 1. 正常和安德烈反射率对于  $E =$  (a,e)  $0.5\Delta$  和 (b,f)  $1.5\Delta$  及  $\theta_e =$  (c,g)  $\pi/8$  和 (d,h)  $\pi/5$  与  $V_s = 30\Delta$  和  $\mu =$  (a-d)  $100\Delta$  和 (e-h)  $0.02\Delta$ .

最后在边界处用  $\psi_N(x = 0^-) = \psi(x = 0^+)$  匹配波函数，我们求解四个未知数  $r$ ,  $r_A$ ,  $a$  和  $b$ 。

典型的正常反射率  $R_n = r^2$  和安德烈反射率  $R_a = r_A^2$  曲线如图 1 所示，对应于入射电子的不同方向和能量 (亚间隙和超间隙)。请注意，对于正入射情况， $R_a = 1$  仅在具有  $E < \Delta$  的亚间隙情况下出现，而在超间隙区域， $R_a$  随着  $E$  的增加而减少。

对于  $\mu \gg \Delta$ ，在亚间隙情况下，当  $\theta_e$  从 0 逐渐增加时， $R_a$  稳步下降到零。然而对于  $E > \Delta$ ，这种持续下降的趋势在  $R_a$  处突然回升，一直持续到  $\theta_e \sim \pi/4$ ，并在  $R_a$  达到峰值  $\theta_e \sim \pi/3$  后，逐渐降至零于  $\theta_e \sim \theta_c = \sin^{-1}[\frac{q_N^h}{q_N^e}]$ 。

对于  $\mu \ll \Delta$ ， $R_a$  随着  $\theta_e$  的减少保持其单调性。有趣的是， $R_n$  和  $R_a$  的行为在  $E \sim q_z \pm \mu$  附近发生

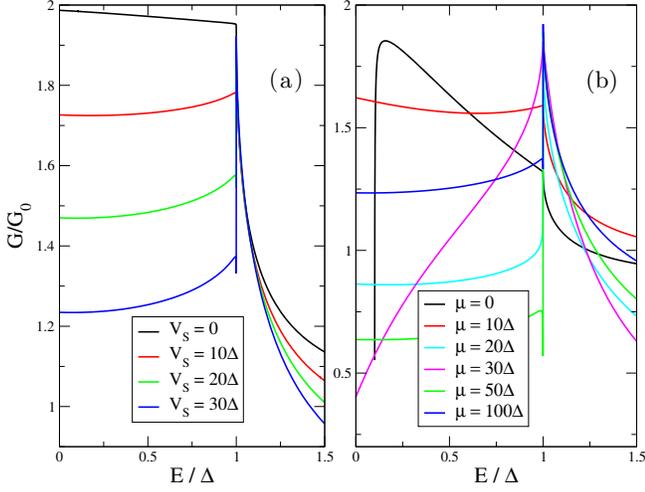


图 2. 隧道电导率  $G/G_0$  对于  $q_z = 0.1$ 。我们考虑 (a)  $\mu = 100\Delta$  和 (b)  $V_s/\Delta = 30$  对于不同的  $V_s$  和  $\mu$  值分别。

逆转。对于更高的能量， $E$  的增加会导致  $R_a$  单调递减直到  $E = \Delta$ 。超过这一点后，由于电阻损耗，它显示出更急剧的衰减。反射概率作为角度  $\theta_e$  的对称函数表现，只要  $\chi_{11}^0$  和  $\chi_{22}^0$  是实数（参见方程 3）。图 1(a) 显示了当  $E=0.5$  和  $\mu = 100\Delta$  时安德烈反射  $R_a = 1$  与正常反射  $R_n = 0$  对于  $\theta_e = 0$  的情况。当我们增大入射角  $\theta_e$  从 0 到  $\pi/2$  时，安德烈反射逐渐减小而正常反射增强。在  $\theta_e = \pi/4$ ， $R_n$  和  $R_a$  都等于 0.5。随着  $E > \Delta$ （如图 1(b) 中的  $E = 1.5$  所示）， $R_a$  即使在沿  $xy$  平面的正常入射下，其最大限制单位也会减少，这一数值随着  $\theta_e$  的增加而进一步减小。对于一个小的  $\mu = -0.02\Delta$ （见图 1(e)），我们看到安德烈夫反射在  $R_a = 1$  处达到最大值，而正常反射为  $R_n = 0$  当  $E = 0.5$ 。当增加入射角  $\theta_e$  从 0 到  $\pi/2$ ，AR 逐渐减小，正常反射增大。在特定角度  $\theta_e \sim \pi/3$  处，安德烈夫反射和正常反射都等于 0.5。在超间隙区域（图 1(f) 中的  $E = 1.5$ ），超导体一侧的准粒子输运导致在整个几乎  $\theta_e : (0, \pi/2)$  范围内出现  $R_a + R_n < 1$ 。

我们还可以使用 Blonder-Tinkham-Klapwijk 公式 [15] 来评估固定  $q_z$  的 NSSM-SC 结合的微分隧道电导，如下所示：

$$G/G_0 = \int_0^{\pi/2} (1 + R_a - R_n) \cos \theta_e d\theta_e. \quad (9)$$

其中  $G_0$  表示 NSSM[23] 的弹道电导。在图 2 中，我们展示了电导对  $E$  的依赖性。首先考虑大  $\mu$  的情况，并

检查图中的结果。2(a).  $V_s = 0$  表示在  $E = 0$  处不存在正常反射。从那里可以看出，在亚间隙情况下  $E$  的增加只会导致  $R_a$  减少，因为超导侧形成库珀对的机会随着  $(\Delta - E)$  变小而减少。这表现为  $G/G_0$  慢慢减少直到  $E = \Delta$ 。然而，在  $E = 0$ ， $V_s$  从零开始增加，导致  $R_n$  增加，从而减少了  $G/G_0$ 。随着  $E$  增加， $R_a$  ( $R_n$ ) 开始增加（减少），导致  $G/G_0$  增加直到  $E = \Delta$ 。对于  $E > \Delta$ ，准粒子状态在超导侧变得可用，并且  $G$  显示出电阻衰减与  $E$  在那些极限下的关系。

接下来我们减小  $\mu$ ，如图 2(b) 所示。差值  $\mu - V_s$  在电导中扮演着重要角色，这可以从色散关系公式 Eq.5 中理解。 $\mu$  的减少（从而导致  $\mu - V_s$  减少）使得在固定  $q_z = 0.1$  条件下的 SC 谱的有效间隙减小，进而减少了  $R_a$ ，最终降低了次间隙电导率直到  $\mu = V_s$ 。对于  $\mu \sim V_s$ ，有效 SC 间隙变得非常小，因此表现出完全不同的特征，其中  $G$  在  $E \sim 0$  时变得更小，然后在  $E = \Delta$  达到最大值。随着  $\mu$  的进一步减小，亚间隙电导开始再次增加。然而，当  $E < q_z$  变为  $q_\rho$  虚数时，不能期望有任何电导率。

### III. 辐射存在情况下的隧道效应

参考 [10] 展示了通过用不同极化的辐射照射一个非简谐单级分子（如这里考虑的）可以获得不同的 Floquet 哈密顿量 ( $H_F'$ )。这种与超导体连接的情况可以提供许多有趣的输运特性，我们现在将要探索这些特性。

#### A. 圆偏振的 Floquet 系统

如果我们考虑角频率为  $\omega$  的圆偏振光，我们得到一个由  $H_F = q_z(q_x\sigma_x + q_y\sigma_y) + q_z\sigma_z + \frac{(eE_0q_z)^2}{\hbar^3\omega^3}\sigma_z = q_xq_z\sigma_x + q_yq_z\sigma_y + q_z(1 + q_1q_z)\sigma_z$  给出的  $H_F$ ，其中包含  $q_1 = q_0^3 = \frac{1}{\hbar^3\omega^3}$  和  $(eE_0)^2 = 1$

将这个代入沿  $x$  方向传输的 BdG 方程中，得到 ELQ 和 HLQ 的准粒子色散关系为

$$\begin{aligned} E_e^\pm &= \pm q_z \sqrt{(1 + q_1q_z)^2 + q_\rho^2} - \mu \\ E_h^\pm &= \pm q_z \sqrt{(1 + q_1q_z)^2 + q_\rho^2} + \mu \end{aligned} \quad (10)$$

再次假设一个波矢为  $q_x^e$  从  $-\hat{x}$  方向注入 NSSM 中的

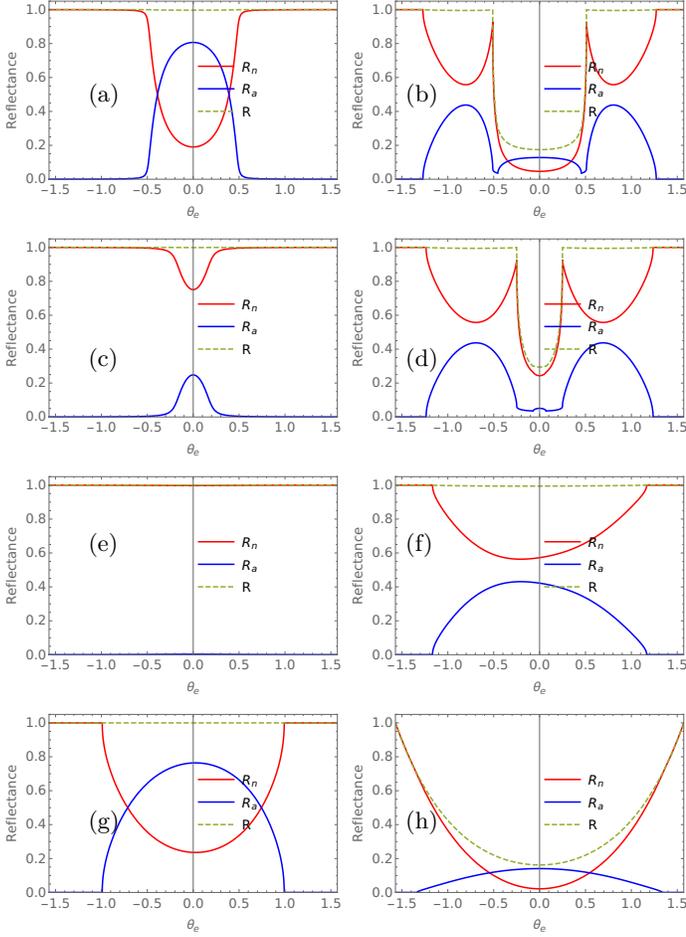


图 3. 正常反射率和安德烈反射率对于  $E =$  (a,c,e,g)  $0.5\Delta$  和 (b,d,f,h)  $1.5\Delta$  带有  $V_s = 30\Delta$  和  $\mu =$  (a-f)  $100\Delta$  和 (g-h)  $0.02\Delta$ 。我们分别考虑  $q_0 = 18$ (a,b),  $19$ (c,d),  $20$ (e,f) 和  $3$ (g,h)。

ELQ, 则  $\mu > E$  和  $\mu < E$  的波函数可以表示为等式 2 和分别由修改给定的 4

$$\chi_{11} = \sqrt{\frac{(E + \mu) - q_z(1 + q_1 q_z)}{(E + \mu) + q_z(1 + q_1 q_z)}} e^{i\theta_e}, \quad \chi_{12} = \chi_{11} e^{-2i\theta_e}$$

$$\chi_{22} = \sqrt{\frac{(E - \mu) + q_z(1 + q_1 q_z)}{(E - \mu) - q_z(1 + q_1 q_z)}} e^{i\theta_A}, \quad \chi_{21} = \chi_{22} e^{-2i\theta_A}.$$
(11)

$\theta_A$  的值再次通过关系  $q_\rho^e \sin\theta_e = q_\rho^h \sin\theta_A$  [26] 计算得出。

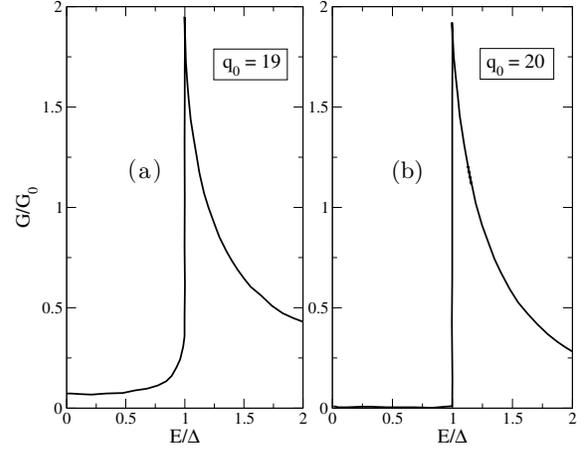


图 4. 隧道电导率  $G/G_0$  对于  $q_z = 0.1$ 。我们分别考虑  $q_0 =$  (a)  $19$  和 (b)  $20$  对于  $\mu = 100\Delta$  和  $V_s = 30\Delta$ 。

然后我们看 SC 侧, ELQ 和 HLQ 的色散分别为

$$E_e^\pm = \pm \sqrt{\Delta^2 + ((\mu - V_s) - q_z \sqrt{(1 + q_1 q_z)^2 + q_\rho^2})^2}$$

$$E_h^\pm = \pm \sqrt{\Delta^2 + ((\mu - V_s) + q_z \sqrt{(1 + q_1 q_z)^2 + q_\rho^2})^2}$$
(12)

波函数再次由方程 7 给出,

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{(\mu - V_s) + \sqrt{E^2 - \Delta^2} - q_z(1 + q_1 q_z)}{(\mu - V_s) + \sqrt{E^2 - \Delta^2} + q_z(1 + q_1 q_z)}} e^{i\theta_s}$$
(13)

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{(\mu - V_s) - \sqrt{E^2 - \Delta^2} - q_z(1 + q_1 q_z)}{(\mu - V_s) - \sqrt{E^2 - \Delta^2} + q_z(1 + q_1 q_z)}} e^{-i\theta_h}$$
(14)

以及在边界处的波函数匹配导致了反射系数 ( $r$ ) 和安德烈夫反射系数 ( $r_A$ )。

图 3 显示了不同  $q_0$  值的反射率角变化。在  $\mu \gg \Delta$  的极限下, 对于小值的  $q_0 (= \frac{1}{\hbar\omega})$  直到  $0 < q_0 \lesssim 17$ , 有无辐照的所有变化都相似。但较大的  $q_0$  可以表现出不同的行为 (如图所示)。3) 其中对于较小的  $\theta_e$ , 亚间隙安德烈反射从其最大的单位值减少, 有趣的是超间隙安德烈反射首先显示出下降 (从  $q_0 = 18$  到  $19$ ) 然后增加 (从  $q_0 = 19$  到  $20$ ), 最终表明没有准粒子传输 (因为  $R_n + R_a = 1$ ) 在 SC 一侧。关于  $\theta_e$  的不对称性在超间隙情况下也变得明显 (参见图 3(f))。即使在  $\mu \ll \Delta$

亚间隙 Andreev 反射率由于辐射而降低（从  $\theta_e = 0$  的单位值开始）的极限情况下也是如此。

在图 4 中，我们展示了我们的辐照系统在  $\mu = 100$  和  $V_s = 30$  下的两个典型隧道电导曲线。由于亚间隙安德烈反射的大幅减少，我们可以看到在  $q_0 = 19$  的情况下， $G$  对于  $E < \Delta$  变得非常小，在  $q_0 = 20$  的情况下几乎消失。此外，在超间隙区中， $G$  的电阻衰减相比  $q_0 = 19$  对于  $q_0 = 20$  来说变得更快。

## B. 线性偏振的 Floquet 系统

在直线偏振辐照的情况下，Floquet 哈密顿量可以变为 [10]

$$\begin{aligned} H &= q_x q_z \sigma_x + q_y (q_z - q_2 q_z^3) \sigma_y + q_z (q_2 q_z - q_z^3) \sigma_z \\ &= q_x q_z \sigma_x + q_y q_z (1 - q_2 q_z^2) \sigma_y + q_z (1 - q_2 q_z^2) \sigma_z \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $q_2 = q_0^4/2 = \frac{1}{2(\hbar\omega)^4}$  当  $(eE_0)^2 = 1$ 。

电子和空穴在 NSSM 中的准粒子色散如下：

$$\begin{aligned} E_e^\pm &= \pm q_z \sqrt{q_x^2 + (1 + q_y^2)(1 - q_2 q_z^2)^2 - \mu} \\ E_h^\pm &= \pm q_z \sqrt{q_x^2 + (1 + q_y^2)(1 - q_2 q_z^2)^2 + \mu} \end{aligned} \quad (16)$$

为了简化，我们考虑  $q_y = 0$  并仅保持在  $x-z$  平面的传输。假设有一个波矢为  $q_x^e$  的电子注入到结点，波函数可以再次通过修改参数获得。

$$\begin{aligned} \chi_{11} &= \sqrt{\frac{(E + \mu) - q_z(1 - q_2 q_z^2)}{(E + \mu) + q_z(1 - q_2 q_z^2)}}, \quad \chi_{12} = \chi_{11}, \\ \chi_{22} &= \sqrt{\frac{(E - \mu) + q_z(1 - q_2 q_z^2)}{(E - \mu) - q_z(1 - q_2 q_z^2)}}, \quad \chi_{21} = \chi_{22}. \end{aligned} \quad (17)$$

超导侧的 ELQ 和 HLQ 的分散关系看起来像

$$\begin{aligned} E_e^\pm &= \pm \sqrt{\Delta^2 + ((\mu - V_s) - q_z \sqrt{q_x^2 + (1 + q_y^2)(1 - q_2 q_z^2)^2})^2} \\ E_h^\pm &= \pm \sqrt{\Delta^2 + ((\mu - V_s) + q_z \sqrt{q_x^2 + (1 + q_y^2)(1 - q_2 q_z^2)^2})^2} \end{aligned} \quad (18)$$

我们再次为了简单起见考虑  $q_y = 0$ 。波函数是通过修

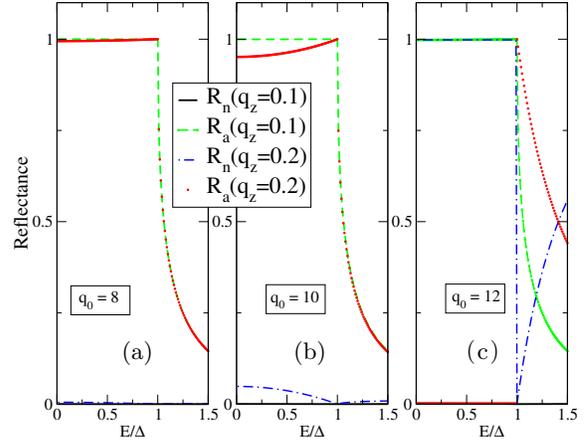


图 5. 正常反射率和安德烈夫反射率分别为  $q_0 =$  (a) 8, (b) 10 和 (c) 12 对应于  $V_s = 30\Delta$  和  $\mu = 100\Delta$  和  $q_z = 0.1$  和  $0.2$ 。

改参数获得的。

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{(\mu - V_s) + \sqrt{E^2 - \Delta^2} - q_z(1 - q_2 q_z^2)}{(\mu - V_s) + \sqrt{E^2 - \Delta^2} + q_z(1 - q_2 q_z^2)}} \quad (19)$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{(\mu - V_s) - \sqrt{E^2 - \Delta^2} - q_z(1 - q_2 q_z^2)}{(\mu - V_s) - \sqrt{E^2 - \Delta^2} + q_z(1 - q_2 q_z^2)}} \quad (20)$$

波函数在边界处的匹配给出了反射系数 ( $r$ ) 和安德烈夫反射系数 ( $r_A$ )。

在这种情况下，对于  $\mu > E$  所有图的变化在有辐射的情况下都是相同的，当  $q_0 (= \frac{1}{\hbar\omega})$  的值较小时，对于  $0 < q_0 < 2$  也是如此。

在图 5 中，反射概率作为入射能量的函数被绘出，不同的线偏振参数  $q_0 = 8$ 、 $q_0 = 10$  和  $q_0 = 12$  对应于两个不同的  $q_z$  值，并且  $\mu = 100$ 、 $V_s = 30$  保持恒定。对于  $q_z = 0.1$ ，在小入射能量 ( $E$ ) 下，正常反射率保持为零。安德烈夫反射率在亚间隙情况下维持为一，并且在  $E > \Delta$  的情况下逐渐衰减。但对于更高值的  $q_z = 0.2$ ， $R_n$  和  $R_a$  在  $0 < E < \Delta$  下不是常数。从统一出发， $R_a$  的值随着  $q_0$  在  $E = 0$  减少，然后增加到在  $E = \Delta$  成为  $R_a = 1$ 。超过这一点，可以注意到  $R_a$  随着  $E$  的增加单调衰减。正常反射率  $R_n$  在亚间隙情况下开始增长，当  $q_0$  增加时显示出最大值为统一的  $q_0 = 12$ 。在超间隙区域， $R_n$  的值也随着  $E$  的增加而持续增加。

#### IV. 讨论与总结

我们的工作展示了量子隧穿通过 SC-NSSM 结的电荷传输特性，包括在有光照射和无光照射的情况下的表现。在我们的模型中，NS 出现在  $q_z = 0$  处，我们探测反射率和电导时考虑了接近节点表面的小固定值  $q_z$ 。对于这里考虑的垂直于 NS 的结界面，我们在电荷传输过程中发现单次 SAR 或 RAR (不同于在节点线半金属 [20] 中获得的双重反射) 发生。RAR 主导  $\mu \gg \Delta$  的情况，而 SAR 主导  $\mu \ll \Delta$  的情况，这与石墨烯-SC 结中的观测行为类似 [15]。然而，由于 NSSM 的不同色散，这种情况下见证了反射率和隧穿电导的许多区别变化。例如，我们在超带隙反射率中发现了突然的变化，这种变化出现在大的  $\mu$  和  $\theta_c > \theta_e \gtrsim \pi/4$ ，以及  $E$  超过  $q_z$  的值时的小的  $\mu$ 。我们详细描述了不同参数如入射角  $\theta_e$ 、入射能量  $E$ 、势垒电位  $V_S$ 、配对电位  $\Delta$  以及化学电位  $\mu$  的变化。这些提供了调整亚带隙或超带隙电导率的充分范围。然后我们还通过引入线性和圆偏振辐射来考虑这些传输特性的动力学变化。这表明传输特性甚至更为丰富多变。随着辐照参数  $q_0 (= \frac{1}{\hbar\omega})$  的变化，反射概率发生了剧烈变化，甚至使亚带隙 Andreev 电导率消失。相反，在超带隙区域内，正常反射率随  $E$

增加。在正常入射条件下  $\theta_e = 0$  我们发现  $R_a = 1$  对于  $E < \Delta$  在没有光照的情况下成立，而随着照射的存在， $R_a$  随着  $q_0$  的增加而减少，并且即使对于  $E > \Delta$ ， $R_n$  也增加。有趣的是，对于较大的  $q_0$ ， $R_n$  和  $R_a$  的和不仅在亚间隙区域保持为 1，在超间隙区域（当  $E$  不是非常大时）也保持为 1，这表明没有准粒子传输发生在超导一侧。然而，安德烈夫反射仍然导致隧道电导在超间隙区域内衰减。

报道的 NSSM 基础上的 SN 结的  $R_n, R_a$  和  $G$  异常变化可以显著增加在设计超导 LED [27]、太阳能电池 [28] 或整流器等电子设备时的调谐性。此外，还可以探测 SC 结中的传输载体纠缠或由于辐射 [29] 引起的 Floquet 版本，用于量子计算 [30] 应用。这些传输行为的调节如果通过辐照来实施会比通过对系统进行 [31] 应变或人为打开能隙 [32] 更容易实现。另外，人们总是可以在一个正确复制的冷原子设置中的光晶格 [33] 上检查这些反射率和电导变化的影响。

#### 致谢

SK 感谢 D. Sinha 的富有成效的讨论，并感谢印度政府 DST-SERB (现称为 ANRF) 通过编号为 CRG/2022/002781 的拨款提供的财政支持。

- 
- [1] X.-G. Wen, Rev. Mod. Phys. **89**, 041004 (2017).  
 [2] N. P. Armitage *et al.*, Rev. Mod. Phys. **90**, 015001 (2018).  
 [3] S. Kar, A. Jayannavar, Asian Jour. of Res. and Rev. in Phys., **4**(1), 34-45 (2021).  
 [4] C. Fang, Chin. Phys. B **25**, 117106 (2016).  
 [5] W. Wu *et al.*, Phys. Rev. B **97**, 115125 (2018).  
 [6] C. Zhong *et al.*, Nanoscale **8**, 7232 (2016).  
 [7] O. Turker *et al.*, Phys. Rev. B **97**, 075120 (2018).  
 [8] M. Xiao *et al.*, arXiv:1709.02363 (2017); M. Xiao *et al.*, Sci. Adv. **6**, eaav2360 (2020).  
 [9] Y. Yang *et al.*, Nat. com. **10**, 5185 (2019).  
 [10] B. Pandit *et al.*, Jour. Phys. Cond.-Mat. **37**, 075601 (2025).  
 [11] Q.-F. Liang *et al.*, Phys. Rev. B **93**, 085427 (2016).  
 [12] A. Furusaki, Science Bulletin **62**, 788-794 (2017).  
 [13] Y. X. Zhao *et al.*, Phys. Rev. B **94**, 195109 (2016).  
 [14] A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).  
 [15] C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **97**, 067007 (2006).  
 [16] J. Linder *et al.*, Phys. Rev. B **89**, 020504(R) (2014).  
 [17] L. Majidi *et al.*, Phys. Rev. B **89**, 045413 (2014).  
 [18] J. Linder *et al.*, Phys. Rev. B **95**, 144515 (2017).  
 [19] S. Uchida *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **83**, 064711 (2014).  
 [20] Q. Cheng *et al.*, Phys. Rev. B **101**, 094508 (2020).  
 [21] A. Eckardt *et al.*, New Jour. Phys. **17**, 093039 (2015).  
 [22] J. Cayssol *et al.*, Phys. Stat. Solidi RRL **7**, No.1-2, 101 (2013).  
 [23] D. Sinha *et al.*, Cur. App. Phys. **18**, 1087 (2018).  
 [24] S.-G. Cheng *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 167003 (2009).  
 [25] Y. Xing *et al.*, Phys. Rev. B **83**, 205418 (2011).  
 [26] J. Linder *et al.*, Phys. Rev. B **77**, 064507 (2008).  
 [27] S. S. Mou *et al.*, JSTQE **21**(2), 2346617 (2014).  
 [28] L. M. S.-Gutierrez *et al.*, J. Phys. Chem. C **128**(45), 19329 (2024).  
 [29] S. Kar *et al.*, Phys. Rev. B **98**, 245119 (2018).  
 [30] R. Jozsa, and N. Linden, Roy. Soc. Proc. A, Vol. **459**, Issue 2036, 1097 (2003).  
 [31] M. Alidoust, J. Linder, Phys. Rev. B **84**, 035407 (2011).

- [32] L. Majidi, M. Zareyan, Phys. Rev. B 86, 075443 (2012).
- [33] C. Gross, and I. Bloch, Science, Vol.**357**, Issue 6355, 995-1001 (2017).