

超导体中的普适间隙到临界温度比：统计力学视角

Chung-Ru Lee*

(10Dated: 2025 年 4 月 16 日)

我们提出了一种统计力学框架来统一超导能隙 Δ 、赝能隙 Δ^* 和临界温度 T_c 之间的观测关系。在这个模型中，费米子作为复合玻色子耦合，并在温度下降时凝聚以占据单个束缚态。我们推导出一个简洁的公式，用 Δ 和 Δ^* 表示 T_c ，即：

$$\frac{\Delta}{k_B T_c} = 1.4 + 4 \log(\Delta^*/\Delta).$$

这个表达式在没有赝能隙的情况下再现了标准 BCS 能隙与 T_c 的比率，并自然解释了其在非常规超导体中的增强。该模型通过与几种铜酸盐和铁基超导体的实验数据进行比较而得到支持，突显了它的普遍性。这种表述还为观察到的赝能隙相在过掺杂区域内的持续存在提供了理论上的解释。

I. 介绍

巴丁-库珀-施里弗 (BCS) 理论的一个著名成就是，它提供了一个解释能谱中的间隙 Δ 与临界温度 T_c 之间关系的公式。该理论预测这种关系是线性的，并找到了超导体中理论上的间隙到 T_c 的比例：

$$\frac{\Delta}{k_B T_c} \approx 1.76.$$

这个结果不依赖于材料类型。在许多弱耦合 s 波超导体中的测量大多与这一预测一致。请注意， $\Delta = \Delta(0)$ 是零温度下的超导间隙。

这可能令人惊讶，然而这个比率（及其暗示的比例关系）似乎也适度地适用于一些非常规超导体，如高温超导体，甚至一些拓扑超导体。

这些超导现象被认为源于完全不同的微观机制，如弱耦合、强关联相互作用或拓扑相互作用。这使我们想知道是否存在一种解释来说明这种普遍性。

本文的目标有三个：

1. 我们希望从统计力学的角度解释为何存在一个普遍的能隙到 T_c 比率，该比率在各种超导体中作为基准。

2. 高温超导体，尤其是铜酸盐超导体的实验数据表明，比值 $\Delta/k_B T_c$ 通常远高于 BCS 理论的预测。我们将推导出一个公式 (1)，该公式解释了这一现象，并且精确地预测了更高的比值。公式的推导包含了在高温超导体中广泛观察到的伪隙相。特别地，这个公式涉及比值 Δ^*/Δ ，其中 Δ^* 是伪隙。特别是，伪隙 Δ^* 的引入解释了为什么在许多欠掺杂的铜酸超导体中，随着掺杂水平的提高， T_c 可能会增加，尽管 Δ 在减少。

3. 从实验中观察到，在室温下具有高导电性的材料，如金属中，超导性很难产生。本文还将尝试对此给出理论解答。

在某些高温超导体中，一个长期存在的难题是在过掺杂区域中伪间隙相的明显持续存在，这一现象超出了一般预期其消失的点。作为本研究的应用，我们为这一现象提供了一个简单的解释。

II. 公式表述

我们研究具有以下两个特征假设的系统的统计性质：

1. 费米能级附近的电子状态 E_F 简并为一个能量为 E_c 的单个束缚态。处于束缚态的电子将

* math.crlee@gmail.com

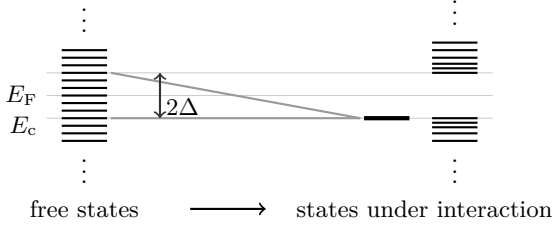


图 1. 一种用于库珀对谱的启发式方法。

被成对处理。从统计学角度来看，每一对耦合电子表现为一个复合玻色子 [Fey19] (见图 1)。

2. 电子的统计分布（即使略有偏离）仍然几乎不受该相互作用的影响，且分布的变化可以忽略不计。

除了图 1 中的图片，我们建议在这里使用分布对于独占费米子 [LL25, GP13, Mar10]，而不是自由电子气体的费米-狄拉克分布。在排他费米子的分布中，无论自旋如何，电子都被禁止占据单一状态两次。

选择这种分布的一个理由是，（有效）电子之间的相互作用对于库珀对的形成是必要的；因此，在这里应用描述自由电子气体的费米-狄拉克分布将是奇怪的。此外，测试材料中的杂质似乎在提高超导体临界温度 T_c 方面起着关键作用。当涉及杂质时，独占费米子的分布通常成为描述电子统计行为的合适候选者 [GP13, Mar10]。

关于使用费米-狄拉克分布时结果的进一步讨论，请参阅 §VI。

请注意，在这个阶段，与许多高温超导理论不同，我们不将耦合电子的激发态（能量大于 $E_F + \Delta$ ）仅仅当作 BCS 理论中的那样处理。在这种情况下，激发的电子对解耦并返回费米子谱线中，赭能隙不存在。我们将稍后在 §IV 中引入赭能隙（因此也包括耦合电子的激发态）。

本文的要点是从这些假设和处理方法中，我

们推导出了一个统计理论公式

$$\frac{\Delta}{k_B T_c} \approx 1.4 + 4 \log(\Delta^*/\Delta) \quad (1)$$

该公式关联了 Δ , Δ^* 和 T_c 。值得一提的是，这个公式在二维或三维模型中均有效。

A. 独占费米子的分布

排他的费米子的统计分布可以通过运用大正则系综 [113] 导出。 N -粒子规范配分函数 Z_N^F 可以写成求和

$$\begin{aligned} Z_N^F &= Z_N^{\hat{1}} + Z_{N-1}^{\hat{1}} e^{-\beta \epsilon_1^\uparrow} + Z_{N-1}^{\hat{1}} e^{-\beta \epsilon_1^\downarrow} \\ &= Z_N^{\hat{1}} + 2 Z_{N-1}^{\hat{1}} e^{-\beta \epsilon_1}. \end{aligned} \quad (2)$$

上标 $\hat{1}$ 表示 $Z_N^{\hat{1}}$ 是移除了状态 $|1\rangle$ （具有能量 $\epsilon_1 = \epsilon_1^\uparrow = \epsilon_1^\downarrow$ ）后的 N -粒子规范配分函数。

大正则系综的配分函数 Z_G^F 是

$$Z_G^F = \sum_{N=0}^{\infty} Z_N z^N = \prod_i (1 + 2e^{-\beta \epsilon_i} z).$$

这里， $z = e^{\beta \mu}$ 是逸度且 $\beta = k_B T$ 。最后一个等式通过归纳指定所有单粒子态 $|i\rangle$ 来实现。

由此，我们得到粒子数的期望值

$$\langle N \rangle = z \frac{\partial \log Z_G^F}{\partial z} = \sum_i \frac{2}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} + 2} = \sum_i \langle n_i \rangle.$$

取连续极限，我们得到排他费米子的分布函数

$$f(\epsilon) = \frac{2}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} + 2}. \quad (3)$$

B. 费米子-玻色子交换态

我们继续之前的推导，但加入了相互作用。

如图 1 所示，我们将允许电子以结合能 $\frac{1}{2}\Delta$ 成对。玻色子以及成对的电子不受单个束缚态（具有凝聚能 E_c ）多重占据的限制。请注意，由于分布函数必须是非负的，因此需要化学势 $\mu < E_c$ 为正，正如在推导玻色-爱因斯坦分布时所要求的一样。

事实上，单个束缚态保持空置，因为 T 降低。电子对直到 $T < T_c$ ，某一临界温度时才形成。

III. 凝聚作用对于独占费米子

当温度降至临界温度 T_c 时, 费米面上具有能量 E_F 的费米子可能会配对形成束缚对, 其结合能为 $\frac{1}{2}\Delta = E_F - E_c$ 。这样的费米子对将表现出玻色子行为, 其中最重要的是凝聚。

A. 二维中

我们计算粒子 (在这种情况下, 作为唯一的费米子的电子) 的总数

$$N = \int_0^\infty \mathcal{D}(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon.$$

现在二维状态密度 $\mathcal{D}(\epsilon) = \frac{mV}{2\pi\hbar^2} =: A$ 与能量 ϵ 无关。当温度降到 T_c 时, 化学势 μ 也会接近其临界值 E_c 。因此,

$$\begin{aligned} N &= A \int_0^\infty \frac{2}{e^{\beta_c(\epsilon - E_c)} + 2} d\epsilon \\ &= A \left(E_c + \frac{1}{\beta_c} \log(e^{-\beta_c E_c} + 2) \right). \end{aligned} \quad (4)$$

另一方面, 当 $T \rightarrow 0$ 时, 我们有

$$N = AE_F.$$

结合这一点和方程 (4) 得出

$$\frac{1}{2}\Delta = E_F - E_c = \frac{1}{\beta_c} \log(e^{-\beta_c E_c} + 2).$$

由于在低温下 $e^{-\beta_c E_c} \approx 0$, 我们得到间隙与 T_c 的比值:

$$\Delta = 2 \log 2 k_B T_c \approx 1.4 k_B T_c. \quad (5)$$

B. 在三维中

我们将状态密度代入 3 维情况中

$$\mathcal{D}(\epsilon) = \frac{V}{4\pi^2 \hbar^3} (2m)^{3/2} \epsilon^{1/2} =: B \epsilon^{1/2}.$$

遵循 Sommerfeld 扩展在低温下的方法 (即当 $k_B T_c \ll E_c$ 时), 我们得到

$$\begin{aligned} N &= B \int_0^\infty \frac{2\epsilon^{1/2}}{e^{\beta_c(\epsilon - E_c)} + 2} d\epsilon \\ &= \frac{2}{3} B (E_c^{3/2} + 3C E_c^{1/2} (k_B T_c)), \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$C = \int_{-\infty}^\infty \frac{x e^x}{(e^x + 2)^2} dx \approx 0.35.$$

从粒子数与费米能的关系, $N = \frac{2}{3} B E_F^{3/2}$, 我们有

$$E_F \approx E_c \left(1 + 2C \left(\frac{k_B T_c}{E_c} \right) \right).$$

因此, 间隙与 T_c 的比例是

$$\Delta \approx 1.4 k_B T_c. \quad (7)$$

观察到普遍的 Δ - T_c 关系在 2 维和 3 维系统中保持某种程度的一致性, 并且似乎对维度不敏感。

IV. 赭隙相调整

在许多新型高温超导体中, 特别是铜酸盐超导体, 实验数据中的 $\Delta/k_B T_c$ 高于 BCS 理论所预测的数值。在本节中, 我们将尝试解释这种能隙与 T_c 比值升高的统计学公式。

这一类超导体的一个关键特征在于存在伪隙。伪隙相的特点是在某一温度 $T^* > T_c$ 下, 费米能级附近的电子态密度部分受到抑制。这表明在某些情况下 (例如, 在欠掺杂的铜酸盐中), 存在着缺乏长程相位相干的预形成库珀对。

为了说明这一现象, 并结合之前的图 (图 1), 我们引入了能量范围从 $E_c + 2\Delta$ 到 $E_c + 2\Delta^*$ 的配对电子激发态 (见图 2)。这种扩展为抑制的电子态密度提供了一种解释, 认为这是由于预先形成的电子对的能量达到凝聚能 E_c 以上 $2\Delta^*$ 的结果。我们将特别关注温度 T 仅略高于 T_c 的情况, 在这种情况下, 超导能隙才刚刚开始打开。在这种设定下, 配对电子预计只会占据完全有能隙区域

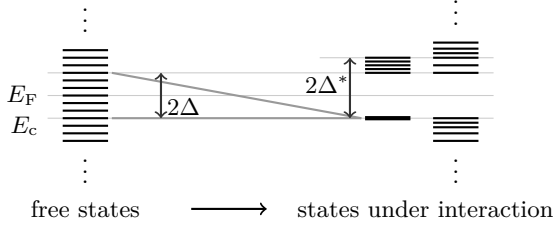


图 2. 一种用于具有伪隙存在时库珀对谱的启发式方法 Δ^* 。

以外的状态 E_c 和 $E_c + 2\Delta$ 。正如所预料的那样，我们不会对占据这些状态的配对电子的数量施加限制。

A. 调整后的分布

假设成对的电子（在其激发态）遵循玻色-爱因斯坦分布是合理的。然后我们得到调整后的分

布函数 $f^* = f^*(\epsilon, \mu, T)$ ，定义为

$$f^* = \begin{cases} \frac{2}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}+2} + \frac{2}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}-1} & 2\Delta \leq \epsilon - E_c \leq 2\Delta^* \\ \frac{2}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}+2} & \text{otherwise} \end{cases}.$$

简而言之，我们仍然遵循第 II 节中的假设，即费米子统计分布的变化在相互作用后仍然是可以忽略的。因此， $f^*(\epsilon)$ 是显示在方程 (3) 中的 $f(\epsilon)$ 的分布，并覆盖了狭窄能量区间上的玻色-爱因斯坦分布。这里的因子 2 考虑到分布中是耦合个电子。注意， $\Delta^* \geq \Delta$ 是通过构造得到的。

通过这个调整后的分布函数，我们可以研究 Δ 、 T_c 和新引入的 Δ^* 之间的关联。

B. 二维中

在 $T = T_c$ 处，粒子总数 N 由以下给出（令 $x = \epsilon - E_c$ ）

$$\begin{aligned} N &= A \left(\int_0^\infty \frac{2}{e^{\beta_c(\epsilon-E_c)}+2} d\epsilon + \int_{E_c+2\Delta}^{E_c+2\Delta^*} \frac{2}{e^{\beta_c(\epsilon-E_c)}-1} d\epsilon \right) \\ &= A \left(E_c + \frac{1}{\beta_c} \log(e^{-\beta_c E_c} + 2) + 2 \int_{2\Delta}^{2\Delta^*} \frac{1}{e^{\beta_c x} - 1} dx \right) \\ &= A \left(E_c + \frac{1}{\beta_c} \log(e^{-\beta_c E_c} + 2) + \frac{2}{\beta_c} \log(1 - e^{-\beta_c x}) \Big|_{x=2\Delta}^{2\Delta^*} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\approx A \left(E_c + \frac{1}{\beta_c} \log 2 + \frac{2}{\beta_c} \log(\Delta^*/\Delta) \right). \quad (9)$$

从 (8) 到 (9)，我们使用了低温下的近似值 $e^{-\beta_c E_c} \approx 0$ ，并且

$$\log(1 - e^{-\beta_c x}) \approx \log(\beta_c x)$$

当 $\beta_c x$ 很小时。

如前所述，当 $T \rightarrow 0$ 时，我们有

$$N = A E_F.$$

结合这一点和方程 (9) 得到

$$\frac{1}{2} \Delta = E_F - E_c \approx \frac{1}{\beta_c} \log 2 + \frac{2}{\beta_c} \log(\Delta^*/\Delta)$$

或者等价地，

$$\Delta \approx (1.4 + 4 \log(\Delta^*/\Delta)) k_B T_c.$$

C. 在三维中

请注意,一旦我们代入态密度,对于在 $T = T_c$ 处计算的 N , 只剩下一个待求值项, 即

$$\int_{E_c+2\Delta}^{E_c+2\Delta^*} \frac{2B\epsilon^{1/2}}{e^{\beta_c(\epsilon-E_c)} - 1} d\epsilon \approx \int_{2\Delta}^{2\Delta^*} \frac{2BE_c^{1/2}}{e^{\beta_c x} - 1} dx. \quad (10)$$

由于 $\beta_c x$ 很小, 我们可以近似 (10) 为

$$\int_{2\Delta}^{2\Delta^*} \frac{2BE_c^{1/2}}{\beta_c x} dx = \frac{2BE_c^{1/2}}{\beta_c} \log(\Delta^*/\Delta). \quad (11)$$

比较方程 (6) 和 (11) 的和与

$$N = \frac{2}{3}BE_F^{3/2},$$

我们有

$$E_F^{3/2} = E_c^{3/2} \left(1 + (3C + 3 \log(\Delta^*/\Delta)) \frac{k_B T_c}{E_c} \right).$$

因此

$$E_F \approx E_c \left(1 + 2(C + \log(\Delta^*/\Delta)) \frac{k_B T_c}{E_c} \right)$$

从而

$$\Delta \approx (1.4 + 4 \log(\Delta^*/\Delta)) k_B T_c.$$

它在 2 和 3 的维度上再次非常一致。因此我们得到了方程 (1) 中的通用 Δ - T_c 公式。

我们现在检查方程 (1) 与一些实际的实验数据 (见表 I):

Material	Δ (meV)	Δ^* (meV)	T_c Prediction (K)	T_c from Experiments (K)
YBCO	25	40	88	93
Bi-2212	35	70	98	96
LSCO	15	30	41	38
BaFe ₂ (As _{1-x} P _x) ₂	8	12	31	30
FeSe (bulk)	2	3	8	8

表 I. 所选超导体的能量间隙和临界温度的比较。

1. 对于 YBCO 超导体 [CC⁺15], 能隙的典型值是 $\Delta \approx 25\text{meV}$ 和 $\Delta^* \approx 40\text{meV}$ 。理论上的 T_c 计算使用方程 (1) 给出了 $T_c \approx 88\text{K}$ 。
2. 对于双-2212 超导体 [Y⁺12], 能量隙的典型值为 $\Delta \approx 35\text{meV}$ 和 $\Delta^* \approx 70\text{meV}$ 。理论 T_c 计算给出 $T_c \approx 98\text{K}$ 。
3. 对于 LSCO 单层铜酸超导体 [YHI⁺09], 能隙的典型值为 $\Delta \approx 15\text{meV}$ 和 $\Delta^* \approx 30\text{meV}$ 。理

论 T_c 计算给出 $T_c \approx 41\text{K}$ 。

4. 对于钡铁₂(砷_{1-x}磷_x)₂ 超导体 [S⁺14], 典型的能隙值为 $\Delta \approx 8\text{meV}$ 和 $\Delta^* \approx 12\text{meV}$ 。理论上的 T_c 计算给出 $T_c \approx 31\text{K}$ 。
5. 对于大量 FeSe 超导体 [X⁺19], 能量间隙的典型值为 $\Delta \approx 2\text{meV}$ 和 $\Delta^* \approx 3\text{meV}$ 。理论 T_c 计算给出 $T_c \approx 8\text{K}$ 。

上述计算预测了某些最常见的超导体中的间

隙与 T_c 比率, 具有很好的一致性。

V. 掺杂对临界温度的影响

掺杂高温超导体最显著的特征之一是临界温度 T_c 对载流子掺杂呈现出类似圆顶形的依赖关系。当电荷载体（通常在铜酸盐系统中为孔）被引入到母体反铁磁绝缘体时，超导性开始在一个临界的掺杂阈值处出现。随着进一步增加掺杂, T_c 上升, 并最终在其所谓的最优掺杂处达到峰值。之后, 在过掺杂区域它逐渐下降。

在空穴掺杂的铜酸超导体中, 掺杂水平通常由空穴浓度描述, 记为 x 。超导能隙 Δ 和伪间隙 Δ^* 随着 x 的变化而变化。为了强调这一点, 我们现在将它们明确写为 $\Delta(x)$ 和 $\Delta^*(x)$ 。

一旦这些差距的依赖关系被确定, 我们可以应用方程 1 将 T_c 表示为 x 的函数:

$$T_c(x) = k_B^{-1} \frac{\Delta(x)}{1.4 + 4 \log(\Delta^*(x)/\Delta(x))}. \quad (12)$$

当掺杂水平上升时, 伪隙相通常被认为在 $x = x^*$ 处终止, 此时发生 $\Delta^*(x^*) = \Delta(x^*)$ 。这一条件通常在最佳掺杂水平 x_0 观察到; 也就是说, 当 $T_c(x)$ 达到峰值时。然而, 在某些材料 (例如双-2212) 中, 间隙重合的点并不与 $T_c(x)$ 的峰值完全对齐。

简而言之,

$$x_0 \leq x^*$$

不等式对于某些材料的选择可以是严格的。

Remark. 当 $x > x^*$ 时, 系统脱离了伪隙相区域, 并且应该按照本文的符号理解为 $\Delta^*(x) = \Delta(x)$ 。

特别地, 在这种情况下, 间隙与 T_c 的关系回归到比例公式 (7)。

作为对等式 (12) 的应用, 我们可以探讨本文讨论的框架如何解释这种行为, 并为观察到的超导穹顶提供理论基础。

一个具体的例子是, 在局部模型中, 掺杂水平从 10% 到 20% 由参数

$$x = 0.2 - 0.1t$$

描述, 对于 $0 \leq t \leq 1$ 。假设超导和伪间隙能量 (以毫电子伏为单位) 演化如下:

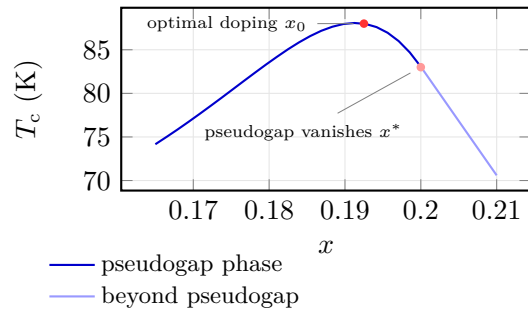
$$\Delta(t) = 10 + 15t$$

$$\Delta^*(t) = 10 + 15t + 35t^2$$

这大致定性地反映了在某些铜酸盐超导体中观察到的实验数据模式 (参见 [Y⁺12])。

在这个模型中, $T_c(x)$ 的图形如下所示, 类似于穹顶的顶部, 最佳掺杂水平对应于 $x_0 \approx 1.9$, 而 $\Delta^* = \Delta$ 在最优掺杂 x_0 之后发生在 $x = 2$ 。

Predicted $T_c(x)$ at different doping levels, $x_0 < x^*$



这作为一个数值示例展示了赝隙相如何可以持续到过掺杂区域, 与特定材料中的实验观察结果一致。

相反, 如果在最优掺杂水平附近, Δ 和 Δ^* 都是关于 x 的线性关系, 则 $x^* = x_0$ 成立。

VI. 费米-狄拉克分布的讨论

尽管 §II 中的推导使用了专属费米子的分布, 但利用费米-狄拉克分布对自由电子气的计算同样有效。

费米-狄拉克分布支配自由电子气, 最适合描述金属 (或其他清洁材料中) 的电子之间相互作用。

用可忽略的情况。这些材料通常在室温下具有良好的导电性。它们也被实验证明具有较差的超导性。然而，我们将考察这种分布应用于我们的模型时的结果，并进一步阐述其可能的影响。

A. 二维中

我们将分布函数替换为费米-狄拉克分布，并在 $T = T_c$ 处得到

$$N = 2A \left(E_c - \frac{1}{\beta_c} \log(e^{-\beta_c E_c} + 1) \right) \quad (13)$$

。这里的因子 2 来自自旋简并。

我们还使用了在 $T \rightarrow 0$ 处的分布，这表明

$$N = 2AE_F,$$

其中 E_F 是费米能。

因此能隙是

$$\Delta = -\frac{2}{\beta_c} \log(e^{-\beta_c E_c} + 1) \approx -\frac{2}{\beta_c} e^{-\beta_c E_c} < 0,$$

这显然是不合理的。不用说，这不是对负能隙的预测；相反，这是由于自由电子气中缺乏凝聚或束缚而导致的一个不可能性。这解释了为什么平面金属层超导体简单来说不太可能存在。

B. 在三维中

当转向三维材料时，情况变得完全不同。

自由电子气的总数(在状态密度 $\mathcal{D}(\epsilon) = B\epsilon^{1/2}$ 和自旋简并度 2 下)现在是

$$\begin{aligned} N &= \int_0^\infty 2\mathcal{D}(\epsilon)f(\epsilon)d\epsilon \\ &= \int_0^\infty \frac{2B\epsilon^{1/2}}{e^{\beta_c(\epsilon-E_c)} + 1} \\ &\approx \frac{4}{3}BE^{3/2} \left(1 - \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{k_B T_c}{E_c} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (14)$$

对于 (14)，我们使用了低温展开和 $E_c \gg k_B T_c$ 。

所以我们有

$$E_F^{3/2} \approx E_c^{3/2} \left(1 - \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{k_B T_c}{E_c} \right)^2 \right).$$

因此，

$$E_F \approx E_c \left(1 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{k_B T_c}{E_c} \right)^2 \right)$$

于是间隙到 T_c 的关系变为

$$\Delta = 2(E_F - E_c) \approx \frac{\pi^2 k_B^2}{6E_F} T_c^2. \quad (15)$$

让我们更仔细地看看 (15)：与 Δ 和 T_c 之间的比例关系，

$$\Delta^2 \propto T_c^2,$$

相比，它却表示了

$$E_F \cdot \Delta \propto T_c^2.$$

从这个结果中，我们得出以下结论：

1. $E_F \gg \Delta$ 的事实表明，即使这种材料是超导的， Δ 的值通常也会很小。这暗示在这种情况下库珀对倾向于脆弱且不稳定，尤其是由于这里使用的模型仅是统计性的，并忽略了库珀对的微观稳定性。事实上，与其他超导体相比，大多数金属（如果一开始就具有超导性的话）拥有一个狭窄的超导间隙 Δ 。

2. 然而，这些考虑提出了一个推测性的可能性：如果能够设计一种机制来稳定金属系统中的库珀对，在该系统中电子近似服从费米-狄拉克统计，那么这样的材料可能提供了一条从统计力学角度看提高临界温度的路径（由于 E_F 的大小与 Δ 相比）。

作为后一点的示例，我们将一些典型的值代入金属固体中。假设，具有这种性质的三维材料有 $\Delta = 1.6$ meV 和 $E_F = 7$ eV，那么

$$T_c \approx 300 \text{ K},$$

这是可取的。

致谢

作者衷心感谢李振荣教授对手稿提出的宝贵建议以及几次富有启发性和信息量的交谈，这些都显著提升了本项工作。

-
- [113] *Statistical Physics: Volume 5*. Elsevier, oct 22 2013.
- [CC⁺15] O. Cyr-Choinière et al. Two types of nematicity in the phase diagram of the cuprate superconductor $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$. *Physical Review B*, 92(22), Dec 2015.
- [Fey19] R.P. Feynman. *Statistical mechanics: a set of lectures*. Boca Raton: CRC Press, 2019.
- [GP13] Giuseppe Grosso and Giuseppe Pastori Parravicini. *Solid State Physics*. Academic Press, oct 17 2013.
- [LL25] Chung-Ru Lee and Chin-Rong Lee. Generalized fermi-dirac distribution of exclusive fermions. *arXiv:2504.04813*, April 2025.
- [Mar10] Michael P. Marder. *Condensed Matter Physics*. John Wiley & Sons, nov 17 2010.
- [S⁺14] T. Shimojima et al. Pseudogap formation above the superconducting dome in iron pnictides. *Physical Review B*, 89(4), Jan 2014.
- [X⁺19] Cao R. X. et al. Measurements of the superconducting anisotropy in FeSe with a resonance frequency technique. *AIP Advances*, 9(4), Apr 2019.
- [Y⁺12] T. Yoshida et al. Coexisting pseudo-gap and superconducting gap in the high- t_c superconductor $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$. *arXiv:1208.2903*, August 2012.
- [YHI⁺09] T. Yoshida, M. Hashimoto, S. Ideta, A. Fujimori, K. Tanaka, N. Mannella, Z. Hussain, Z. X. Shen, M. Kubota, K. Ono, Seiki Komiyama, Yoichi Ando, H. Eisaki, and S. Uchida. Universal versus material-dependent two-gap behaviors in the high- t_c cuprates: Angle-resolved photoemission study of $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$. *Phys. Rev. Lett.* 103, 037004, 2009.