

物质偶极子和由于长波长扰动引起的哈勃张力

Gopal Kashyap^{*1}, Naveen K. Singh², and Pankaj Jain³

¹Department of Physics, School of Advanced Sciences, Vellore Institute of Technology, Vellore, Tamil Nadu 632014, India

²Sir P.T. Sarvajanic College of Science, Surat 395001, Gujarat, India

³Department of Space, Planetary and Astronomical Sciences & Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur, 208016, India

摘要

我们从理论上分析了来自 CatWISE2020 目录的类星体分布中观测到的偶极各向异性。目录数据显示在 $z \approx 1$ 附近有一个峰值，表明存在一个大规模的偶极分量。我们探讨了这种偶极现象可能是由原初密度波动驱动的可能性，这些模式在 CMB 脱耦时超出了视界，但随后进入了视界并成为亚视界的模式。特别是，我们考虑具有波数 k 在 $(10^{-4} - 4 \times 10^{-3}) \text{ Mpc}^{-1}$ 范围内的绝热模式的影响，这对应于几个 Gpc 的波长尺度。这种模式可以产生大规模密度变化，很可能导致物质分布中的各向异性，并因此影响观测到的类星体的数量密度。我们还证明了一个超视界曲率扰动模式，其共动波数为 $k \lesssim 0.3H_0$ ，可以显著增强当地推断出的哈勃常数。这种效应提供了一种可行的解释来说明局部测量与 CMB 推断测量之间的观测差异 H_0 。

1 介绍

标准宇宙学模型， Λ CDM，为描述宇宙的大尺度结构和演化提供了一个非常成功的框架。它建立在宇宙学原理的基础上，该原理基于统计同质性和各向同性的假设。假定宇宙在膨胀 [1] 期间获得这种性质，并且初始的小波动通过引力不稳定增长形成了今天我们观测到的星系宇宙网。宇宙微波背景（CMB）的各向异性为这一模型提供了强有力的支持，表现出近乎标度不变的原初扰动谱。常规上认为观测到的 CMB 偶极子是由于太阳系相对于 CMB

^{*}gplkumar87@gmail.com

静止参考系 [2–7] 的运动所引起的。这种相对运动也可以通过多普勒和 aberration 效应在大尺度星系调查中诱导出一个偶极子 [8]。这样的偶极子已被观测到，其方向与 CMB 偶极子大致一致，然而，其测量振幅似乎超过了理论预期 [9–15]。例如，在红外 CatWISE2020 目录中的类星源中观察到的偶极子显示出与预期偶极子 [14, 15] 的 4.9σ 偏差。这种差异的原因目前尚不清楚，可能暗示存在超出标准动力学贡献的额外物理效应。

有趣的是，还存在几种额外的效果挑战统计各向同性和均匀性的假设。这些包括无线电偏振中的偶极子 [16]，光学 [17, 18] 和无线电偏振 [19–21] 以及射电喷流轴 [22, 23] 的对齐，CMB 四极矩和八极矩 [24, 25] 的对齐，CMB 中的半球各向异性 [26]，大规模体流观测 [27] 以及哈勃常数中的各向异性 [28]。这些违反宇宙学原理的情况在参考文献 [29] 中得到了很好的回顾。

在这项工作中，我们调查了大波长扰动对观测到的星系数量计数偶极子各向异性贡献及其对哈勃张力潜在影响。特别地，我们考虑的是在宇宙微波背景脱耦时超视界但随后进入视界并成为亚视界的模式。先前的研究主要探索了超视界波动对大尺度各向异性的影响力 [30–32]。这些延伸超出可观测宇宙的模式曾被提议为观测到的偶极子的一个可能来源。然而，它们对于数量计数中偶极子各向异性的影响发现是微不足道的 [31]。

在最近对 CatWISE2020 数据 [33] 的分析中，发现数量计数中的偶极子随着颜色的变化显示出突然的变化。范围为 $0.8 < W1 - W2 < 1.1$ 的源表现出与 CMB 偶极子紧密对齐的偶极子。相比之下，在颜色区间 $1.1 < W1 - W2 < 1.4$ 内的源表现出完全不同的行为，其偶极子大致指向银河中心的相反方向。这里 $W1$ 和 $W2$ 分别指以波长 3.4μ 米和 4.6μ 米为中心的红外带。较低的颜色区间对应于较低红移的源，峰值大致在红移 0.8 处，而较高的颜色则对应于较高红移的源。行为变化的原因尚不清楚，可能是由银河系效应引起的，也可能是宇宙学起源。我们推测，在低色彩下偶极子得到了显著贡献来自于亚视界模式。

我们的基本假设是，超过某个尺度长度后，存在对宇宙学原理的小偏差。因此，超出这个尺度的模式会相互耦合，并且特别是可能指向同一方向。长波长次视界模式可以贡献于物质偶极子，并我们确定它们的贡献是否能够解释低色散区间中观察到的偶极子现象。我们不试图解释高色散区间的行为，我们认为这可能是由于来自我们的银河系的一些未知贡献所引起的。这是可能的，因为这个区间中的偶极子大致指向与银河中心相反的方向。然而，无法排除这种偶极子也是宇宙起源的可能性，并且可能需要对我们的提议进行推广。我们确定了单个模式以及在一定波长范围内的模式集合的贡献。由于这些模式之间的假设耦合，在原则上它们可以表现出与 Λ CDM 模型中的扰动模式非常不同的行为。特别是，它们可以彼此相干地相加，从而导致幅度显著增强，相比之下单个模式的情况则不如此。然而，在本文中我们假设它们类似于 Λ CDM 模型中的绝热模式。它们仅在指向相同方向的意义上相关联，否则则是非相干的。

非常大的波长超视界模式不会对物质偶极矩产生贡献，但可以通过影响光度距离和观测红移而对局部哈勃常数的测量产生贡献。如果这些扰动在低红移时显著影响推断出的膨胀率，它们可以为局部和全局 H_0 测量之间的差异提供一种可能的解释，即所谓的哈勃张力 [34]。

本文组织如下。在第 2 节中，我们回顾了用于计算星系数量统计的协变形式。在第 3 节中，我们分析亚视界扰动对数量统计二极子的影响，并提供由此产生的二极子幅度估计。在第 4 节中，我们考察超视界单极扰动如何影响局部测量的哈勃常数值。最后，我们在第 5 节中提出我们的结论。

2 银河数计数的协变公式回顾

在本节中，我们概述了用于估计相对论性星系数量涨落的协变框架，遵循之前文献中的形式主义 [31, 35, 36]。考虑数密度为 $\hat{n}_s$ 且四速度为 $\hat{u}_s^\mu$ 的源，在具有度量 $\hat{g}_{\mu\nu}$ 的扰动平坦 FLRW 宇宙中。假设 $\hat{n}_s$ 只依赖于时间，这些源发出的光子携带 4-动量 $\hat{k}^\mu$ 并沿着由仿射参数 $\hat{\lambda}$ 参数化的无迹测地线传播，最终从方向 $\hat{n}$ 到达观测者所在的点 o 。

在距离 $d\hat{l}_s$ 内观测到的源的数量由

$$dN(\hat{\lambda}, \hat{n}) = \hat{n}_s d\hat{l}_s d\hat{S}_s. \quad (1)$$

给出。这里， $\hat{n}_s$ 是点 s 处的数密度，到达观察者 o 的光子沿着无质量测地线传播。无穷小距离 $d\hat{l}_s$ 与 $d\hat{\lambda}$ 的关系是

$$d\hat{l}_s = \hat{\omega} d\hat{\lambda}, \quad \text{where} \quad \hat{\omega} = -\hat{k}_\mu \hat{u}_s^\mu \quad (2)$$

为光子能量。由于观察者的 4-速度满足 $u_o^\mu \ll c$ ，它不会显著影响观测到的横截面积 $d\hat{S}_s$ 。然而，它关于 $\hat{\lambda}$ 的变化由

$$\frac{d(d\hat{S}_s)}{d\hat{\lambda}} = d\hat{S}_s \hat{\nabla}_\mu \hat{k}^\mu. \quad (3)$$

给出。可以将截面面积写为 $d\hat{S}_s = \hat{d}_o^2 d\Omega_o$ ，其中 $\hat{d}_o$ 是观测到的面积距离， $d\Omega_o$ 是在观察者位置光子束的立体角。为了简化计算，可以应用以下变换 [35]，这使得星系计数不变，并且也满足空光线程的 Raychaudhuri 方程，

$$\begin{aligned} \hat{g}_{\mu\nu} &= a^2 g_{\mu\nu}, & d\hat{\lambda} &= -a^2 d\lambda, & \hat{k}^\mu &= -a^{-2} k^\mu, & \hat{u}^\mu &= a^{-1} u^\mu, & \hat{d}_o &= a d_o, \\ \hat{n}_s &= a^{-3} n_s, & \hat{\omega} &= -a^{-1} \omega = a^{-1} k_\mu u_s^\mu \end{aligned} \quad (4)$$

在这些新的变量中（即没有帽符号的那些），星系计数可以写为

$$dN(\lambda, \hat{n}) = n_s \omega d_o^2 d\lambda d\Omega_o. \quad (5)$$

现在，为了计算由宇宙扰动引起的数计波动，首先定义所有带有波浪线的扰动变量。因此，在具有扰动的平坦 FLRW 度规的共形坐标 (η, x^i) 中，扰动后的度规 $\tilde{g}_{\mu\nu}$ 由下式给出：

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}, \quad (6)$$

其中

$$\delta g_{\mu\nu} = -2\Psi\delta_\nu^\mu + 2\Phi\delta_{ij}. \quad (7)$$

源和观察者的 4-速度分别由以下给出：

$$\tilde{u}_{s/o}^\mu = (1 - \Psi_{s/o})\delta_0^\mu + v_{s/o}^i\delta_i^\mu. \quad (8)$$

类似地，其他变量可以表示为，

$$\tilde{k}^\mu = k^\mu + \delta k^\mu, \quad (9)$$

$$\tilde{\omega} = 1 + \delta\omega, \quad (10)$$

$$\tilde{d}_o = d_o(1 + \delta r), \quad (11)$$

$$\tilde{n}_s = n_s(1 + \delta n) \quad (12)$$

$$\tilde{\eta} = \eta + \delta\eta. \quad (13)$$

δk^μ , δr , $\delta\omega$ 和 $\delta\eta$ 用 Φ , Ψ 和 $v_{s/o}$ 表示的表达式作为 Raychaudhuri 方程的解获得。按照 [31] 中所述的详细程序，Raychaudhuri 方程的一阶解具有如下形式，

$$\delta\omega_s = \Psi_o - \Psi_s + n_i v_s^i - n_i v_o^i - \int_0^{\lambda_s} d\lambda_1 \frac{\partial}{\partial\eta}(\Psi - \Phi), \quad (14)$$

$$\delta\eta_s = \lambda_s(n_i v_o^i - \Psi_o) + 2 \int_0^{\lambda_s} d\lambda_1 \Psi + \int_0^{\lambda_s} d\lambda_1 \int_0^{\lambda_1} d\lambda_2 \frac{\partial}{\partial\eta}(\Psi - \Phi), \quad (15)$$

$$\delta\lambda_s = \delta\eta_s - \frac{\delta\omega_s}{\mathcal{H}_s}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta_{r,s} = & \Phi_o + \int_0^{\lambda_s} \frac{d\lambda_1}{r^2(\lambda_1)} \int_0^{\lambda_1} d\lambda_2 r^2(\lambda_2) \\ & \times \left\{ \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\Phi - 2\frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial}{\partial r}\Phi - \frac{1}{2}\Delta(\Psi - \Phi) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Psi + \Phi) \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

此外，由于我们的观测基于测量的红移 $\tilde{z}$ ，可以通过在源的仿射参数 λ_s 中引入一个位移 $\delta\lambda_s$ 来建立背景红移 z 和观测红移 $\tilde{z}$ 之间的关系，这种位移是由宇宙学扰动引起的。此变换定义为，

$$1 + \tilde{z}(\lambda_s + \delta\lambda_s) \equiv 1 + z(\lambda_s). \quad (18)$$

在 λ_s 周围展开, 我们得到,

$$\tilde{z}(\lambda_s) = z(\lambda_s) - \mathcal{H}_s(1 + z(\lambda_s))\delta\lambda_s. \quad (19)$$

此外, 由于星系调查通常统计观测流量超过指定阈值 F_* 的星系, 因此可以根据此定义星系的数量密度为

$$\hat{\mathcal{N}}_s(z, F > F_*) = \int_{L_s(z, F)}^{\infty} dL \hat{n}_s(z, L), \quad (20)$$

其中, L_s 由源光度给出,

$$L_s = 4\pi F \hat{d}_o^2(1 + z)^4 = 4\pi F \tilde{d}_o^2 a^2(\tilde{\eta})(1 + \tilde{z})^4. \quad (21)$$

使用方程 (21) 中给出的源光度表达式, 可以推导出每红移间隔和单位立体角内的星系数量计数波动为,

$$\Delta_{\mathcal{N}}(z_s, \hat{n}) = \Delta_n^\delta - 2x(z)\Delta_n^x - f_{evo}(z)\Delta_n^{evo}, \quad (22)$$

其中, $x(z) = \frac{\partial \ln \mathcal{N}_s}{\partial \ln L}$ 是星等分布指数, $f_{evo} = -\frac{\partial \ln \mathcal{N}_s}{\partial \ln(1+z_s)}$ 是演化偏差, 并且,

$$\Delta_n^\delta = b(z)\delta_{mc} + 2\frac{\delta\lambda_s}{\lambda_s} + 2\delta_{r,s} + \frac{d\delta\lambda_s}{d\lambda_s} + 3\mathcal{H}_s v_s + \delta\omega_s \quad (23)$$

$$\Delta_n^x = \delta\omega_s + \frac{\delta\lambda_s}{\lambda_s} + \delta_{r,s} \quad (24)$$

$$\Delta_n^{evo} = \mathcal{H}_s v_s - \delta\omega_s. \quad (25)$$

这里, δ_{mc} 表示共动冷暗物质波动, 它与共动星系数量计数波动 δ_{nc} 通过随红移 [37] 变化的偏差因子 $b(z)$ 线性相关,

$$\delta_{nc} = b(z)\delta_{mc} \quad (26)$$

方程 22 的详细推导见参考文献 [31]。在计算 $\Delta_{\mathcal{N}}(z_s, \hat{n})$ 时, 我们可以对 $b(z)$, $x(z)$ 和 f_{evo} 采用不同的模型。

3 次视界扰动对数量计数偶极子的影响

Planck 观测提供了 CMB 偶极子幅度的高度精确测量, 确定为 [38],

$$D_1^{\text{CMB}} = (1.23357 \pm 0.00036) \times 10^{-3}. \quad (27)$$

。此次测量在宇宙学中是一个重要的参考，因为它有助于确定我们的太阳系相对于 CMB 的移动速度。这也允许我们将其他宇宙数据集中的偶极子模式进行比较，例如类星体分布和射电源。如果我们假设观察到的偶极子纯粹是动力学起源（即由于太阳系相对于宇宙静止框架 (CRF) 的运动），我们得到以下的速度和方向：

$$v_{\odot} = (369.82 \pm 0.11) \text{ km s}^{-1}, \quad (l, b) = (264.021^{\circ} \pm 0.011^{\circ}, 48.253^{\circ} \pm 0.005^{\circ}). \quad (28)$$

。如引言中所述，在星系调查中看到的偶极子幅度大于预期的动力学效应 [9–14, 39, 40]。在低色散区间， $0.8 < W1 - W2 < 1.1$ ，类星体 CatWISE2020 目录中的偶极振幅和方向被发现为 [33]，

$$d_N = 0.016 \pm 0.002, \quad (l, b) = (283^{\circ} \pm 11^{\circ}, 29^{\circ} \pm 8^{\circ}), \quad (29)$$

，这比从 CMB 观测预测的偶极子显著更大，并且大致与 CMB 偶极子的方向对齐（ $\sim 2\sigma$ 不确定性）。对于高色散区间， $1.1 < W1 - W2 < 1.4$ ，偶极子的振幅和方向被发现为，

$$d_N = 0.030 \pm 0.003, \quad (l, b) = (194^{\circ} \pm 7^{\circ}, 19^{\circ} \pm 4^{\circ}), \quad (30)$$

这大致指向银河中心的相反方向，并对应于更高红移源（ $z > 1$ ）。在这项工作中我们不考虑此类源。

如果在低色散区间观察到的偶极子数量变化完全是由我们相对于 CMB 的运动引起的，那么估计的太阳速度是

$$v_{\odot} \approx 900 \pm 113 \text{ km/s}, \quad (31)$$

这与 CMB 偶极子速度相差约 4.7σ 。

在之前的研究 [31] 中，已经证明绝热超视域模式不会显著影响在星系数量统计中观察到的偶极子各向异性。然而，随着这些模式重新进入视界，在宇宙时间尺度上，它们开始与物质相互作用，并可能影响大规模结构的分布。在这项工作中，我们调查了这种模式的影响，这些模式最初在 CMB 脱耦时是超视域的，但现在略微次视域，对在红移 $z \sim 1$ 处观察到的数量统计波动的影响。

我们考虑范围在 $(4 \times 10^{-3} \geq k \geq 10^{-4}) \text{ Mpc}^{-1}$ 内的具有 k 的模式，这些模式满足 $k\eta_{\text{dec}} \ll 1$ 而 $k\eta_0 > k\lambda_s \gg 1$ 。这些略小于视界尺度的模式的振幅由 CMB 数据严格限定为 $\Phi_i < 10^{-4}$ [41]。大于 $5 \times 10^{-3} \text{ Mpc}^{-1}$ 的模式主要贡献于聚类偶极子 [14]。这种方法使我们能够将观测到的数量计数中的偶极子解释为源于动势偶极子（归因于我们的局部运动）和原初次视界波动产生的固有偶极子成分，即

$$d_N^{\text{obs}} = d_N^{\text{kin}} + d_N^{\text{int}}. \quad (32)$$

因此，为了说明数量计数中观测到的偶极子，源自原初次视界波动的固有偶极子的振幅应该大约为

$$d_N^{\text{int}} \simeq 0.009 \pm 0.002. \quad (33)$$

这里，我们假设观测到的偶极子方向与 CMB 偶极子的方向一致，精确度达到 $\sim 2\sigma$ 级别。

对于单个亚视界模式，其中 $kr > 1$ ，宇宙扰动可以表示为球谐函数 Y_{lm} 和球贝塞尔函数 j_l 的级数展开。假设亚视界模式与数目计数双极对齐，我们可以将 (r, k) 写为，

$$(r, k) = \Phi(k) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = \sum_{l=0}^{\infty} \Phi_l(k) i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos \theta), \quad (34)$$

其中 $\Phi(k)$ 是扰动的傅里叶分量。类似的展开可以应用于等曲率、密度和速度扰动。这种表示使我们能够分析各个模式对大尺度各向异性贡献，特别是在偶极子测量的背景下。在绝热初始条件下， Φ_l 的时间演化由傅里叶空间中的宇宙学扰动线性方程控制，表达为

$$\Phi'' + 3\mathcal{H}(1 + c_s^2)\Phi' + (\mathcal{H}^2(1 + 3c_s^2) + \mathcal{H}')\Phi + c_s^2 k^2 \Phi = 0, \quad (35)$$

其中哈勃参数由以下给出，

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 a \sqrt{\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{m,0} a^{-3} + \Omega_{r,0} a^{-4}}, \quad (36)$$

辐射+物质宇宙中的声速， c_s^2 ，是，

$$c_s^2 \equiv \frac{4}{9} \frac{\rho_r}{\rho_m + 4\rho_r/3}. \quad (37)$$

我们取各种宇宙学参数的最佳拟合值 [42] 并数值求解方程 35，在辐射为主导的时代设定条件以准确追踪扰动从早期到现在的演化。此外，我们还纳入了宇宙学常数 Λ 的影响，这导致了由于宇宙加速膨胀而在红移 $z < 1$ 处扰动的进一步衰减。图 1 展示了 Φ 的时间演化，显示了冷暗物质和暗能量对扰动动力学的影响。

3.1 数量计数双极子

为了分析数量计数偶极子，我们关注方程 34 对数量计数偶极子 (22) 的偶极子贡献 ($\ell = 1$)。在这种情况下，曲率扰动 (r, k) 变为

$$(r, k) = \Phi_1(k) 3i j_1(kr) \cos \theta, \quad (38)$$

其中 $j_1(kr)$ 是一阶球贝塞尔函数，而 $\cos \theta$ 考虑了偶极模式的角度依赖性。我们将计数波动 22 类似地展开为，

$$\Delta_n^X = D_1^X \cos \theta, \quad (39)$$

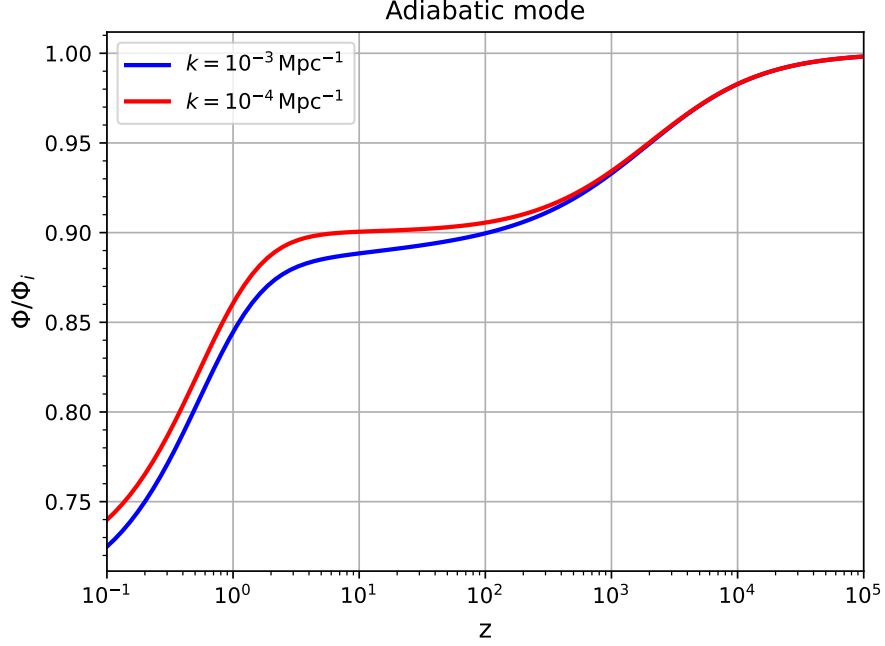


图 1: 转移函数作为红移的函数 Φ , 归一化为初始曲率扰动 Φ_i 。到红移 $z \sim 0.1$ 时, 初始扰动衰减到了其原始值的大约 25%, 突显了宇宙膨胀和暗能量的影响。

其中 $X = (x, \delta, \text{evo})$ 。使用此展开, 我们数值分析了方程 22 中数计二极管的不同贡献如何依赖于纯绝热模式下的波数 k , 在红移 $z = 1$ 处。与之前假设偏置因子 ($b = 1$) 为常数的 [31] 研究不同, 我们引入了依赖于红移的星系偏置, 由 [43] 给出

$$b(z) = 0.5z^2 + 0.53z + 1.54. \quad (40)$$

此方法提供了更精细的星系聚类表示及其对特定红移处二极管各向异性的影响。计算出的贡献作为 k 的函数绘制出来, 显示在图 2a 中。

在红移 $z = 1$ 和给定的 k 模式范围内, 图 2a 显示数计偶极子的主要贡献来自 D_1^δ 项。相比之下, 其他项如 D_1^x 和 D_1^{evo} 的贡献显著较小, 并且对总偶极子幅度的影响可以忽略不计。然而, 要精确确定该偶极子, 则需要详细了解源的红移演化和亮度分布, 这两者目前仍然不确定。在图 2b 我们也绘制了作为 z 函数的 D_1^δ , 对于几个 k 模式, 这表明给定 k 范围内 D_1^δ 在 $z < 1$ 处达到峰值。由于类星体数量计数在 $z \sim 1$ [31, 33] 附近达到峰值, 因此可以合理地推断, 在这个红移下, 总数量计数的内在偶极子主要由 D_1^δ 决定。

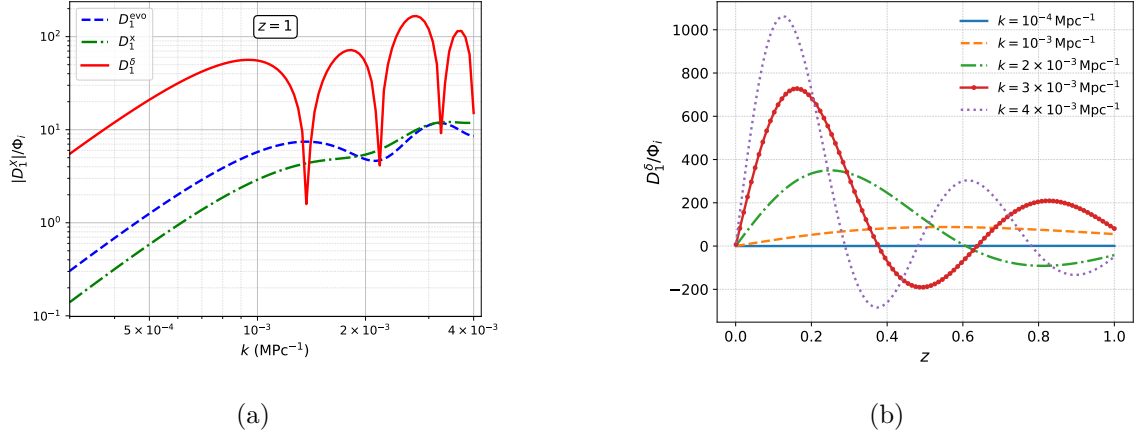


图 2: (a) 方程 22 中各项对红移 $z = 1$ 处、波数 k 在范围 $(10^{-4}, 4 \times 10^{-3}) \text{Mpc}^{-1}$ 内的数量计数偶极子的贡献。(b) D_1^{δ} 对数量计数偶极子作为 z 函数的贡献。

对于给定的 k 模式，总数计中的内在偶极子由下式给出，

$$d_{\mathcal{N}}^{\text{int}}(k) \approx \frac{1}{\int_0^{z_s} \mathcal{N}_s(z) r(z)^2 \frac{d\lambda}{dz} dz} \int_0^{z_s} D_1^{\delta}(z, k) \mathcal{N}_s(z) r(z)^2 \frac{d\lambda}{dz} dz. \quad (41)$$

为了计算共动数密度 $\mathcal{N}_s(z)$ ，我们采用了归一化的红移分布函数 $P(z)$ ，该函数拟合了 CatWISE 类星体样本，如 [31] 中所述，

$$P(z) = \left(\frac{0.3}{\sqrt{2\pi\Delta_1^2}} \right) \exp\left(-\frac{\log^2[z/0.3]}{2\Delta_1^2}\right) + \left(\frac{0.83}{\sqrt{2\pi\Delta_2^2}} \right) \exp\left(-\frac{\log^2[z]}{2\Delta_2^2}\right), \quad (42)$$

其中 $\Delta_1 = 0.37$ 和 $\Delta_2 = 0.42$ 。这个样本在 $z = 1$ 处达到峰值。为了计算 $d_{\mathcal{N}}^{\text{int}}(k)$ ，我们考虑直到 $z = 1$ 的来源，因为我们只考虑较低颜色区间 ($z \lesssim 1$) 中的来源 [33]。我们数值评估了在范围为 $(10^{-4}, 4 \times 10^{-3}) \text{Mpc}^{-1}$ 的 $d_{\mathcal{N}}^{\text{int}}(k)$ 对于 k 。初始曲率扰动取为 $\Phi_i = 5 \times 10^{-5}$ ，与 CMB 观测 [41] 一致。结果波动 $d_{\mathcal{N}}^{\text{int}}(k)$ 随着 k 的变化如图所示。3。我们发现，具有波数 $k = 0.003 \text{Mpc}^{-1}$ 的单模波动可以产生幅度为 $\sim 6 \times 10^{-3}$ 的固有偶极子，这仅略小于从 CatWISE2020 目录中的类星体分布中观测到的所需的偶极矩大小。它几乎在一分之内一致。为了评估一系列模式的累积贡献，我们计算了固有偶极子振幅的方差，定义为

$$\langle (d_{\mathcal{N}}^{\text{int}})^2 \rangle = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} (d_{\mathcal{N}}^{\text{int}}(k))^2 \frac{dk}{k}. \quad (43)$$

这个量捕获了选定范围内所有贡献模式的非相干叠加，并提供了预期偶极矩幅度的一个度量。通过执行等式的数值积分。(43) 在给定的 k 范围内，我们发现固有偶极子的均方根振

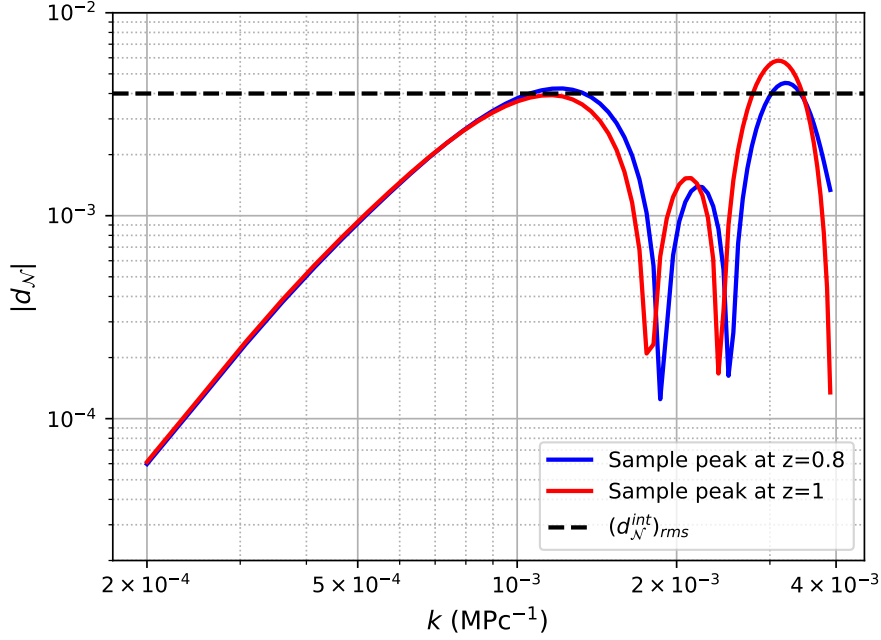


图 3: 源数目统计中固有的偶极子, 对于红移高达 $z = 1$ 的源, 作为波数 k 的函数显示, 样本的红移分布峰值位于 $z = 1$ 和 $z = 0.8$ 。

幅是

$$(d_N^{int})_{rms} \sim 4 \times 10^{-3}. \quad (44)$$

。这比我们为单一模式获得的最大值略小。如果在某些 k 值范围内模式相干叠加, 则偶极子值可能会增强。然而, 在本文中, 我们不考虑这种可能性。

我们还发现, 由于 $k < 10^{-4} \text{ Mpc}^{-1}$ 模式超出视界且增长受到抑制, 它们对偶极振幅的贡献可以忽略不计。此外, 减少 k 范围的上限会导致 rms 偶极振幅下降。这表明所选范围上端附近的模式主导了观测到的偶极子。这突显了略低于视界波动在塑造类星体分布的大尺度各向异性中的重要作用。

4 哈勃张力

在上一节中, 我们探讨了略低于视界尺度的偶极扰动如何影响星系分布中的各向异性。同样重要的是原始曲率波动对局部推断出的哈勃常数值的影响。虽然超出视界尺度扰动的偶极分量对哈勃参数 [31] 引入可忽略的各向异性, 单极分量对应于大尺度涨落可以导致其

局部测量值的系统性偏移。相比之下，低于视界模式 ($k \geq H_0$) 贡献微不足道，因为它们的小尺度非均匀性和速度场在大的宇宙体积上平均化。

我们考虑原初曲率扰动的单极分量，如方程 34 所示，包含一个相位因子 ω ，

$$\Phi(r, k) = \Phi_k j_0(kr) \sin \omega, \quad (45)$$

其中 Φ_k 表示超视界模式的原初振幅。该模式的时间演化由方程 35 决定。为了分析这个超视界模式对宇宙膨胀的影响，我们考察其对光度距离和红移的影响。光度距离由以下给出，

$$d_L = \hat{d}_o(1+z)^2, \quad (46)$$

其中 $\hat{d}_o$ 是角直径距离。遵循 [31] 中讨论的协变形式主义，光度距离的波动变为，

$$\frac{\delta d_L}{d_L} = \delta_{r,s} + \delta\omega_s + \frac{\delta\lambda_s}{\lambda_s}. \quad (47)$$

另外，由方程 (19)，红移的波动由以下给出，

$$\frac{\delta z}{z} = -\mathcal{H}_s\left(\frac{1}{z} + z\right)\delta\lambda_s. \quad (48)$$

在低红移时，哈勃常数的波动，源于光度距离和红移的波动，可以表示为，

$$\frac{\delta H_0}{H_0} \approx \frac{\delta z}{z} - \frac{\delta d_L}{d_L}. \quad (49)$$

使用方程 45、47 和 48，哈勃常数的波动可以表示为，

$$\frac{\delta H_0}{H_0} = \Phi_k \sin \omega F(z, k). \quad (50)$$

我们对指定值的 Φ_k 和相位 ω 作为红移 z 的函数数值求解方程 (50)，并发现得到的单极贡献到 $\delta H_0/H_0$ 在整个超视界区域内的所有波数 k 中几乎保持不变 ($F(z, k) \sim F(z)$)。

哈勃常数的局部测量，特别是基于造父变星校准的 Ia 型超新星 [44] 的测量，主要依赖于低红移源 ($z \lesssim 0.01$)，因此对可能导致推断出的 H_0 值产生偏差的扰动非常敏感。根据 Ref. [45]，局部观测的哈勃常数在 $z = 0.0017$ 是 $H_0^{\text{obs}} = 73.5 \pm 1.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ，而根据普朗克数据，在 ΛCDM 模型下推断的全局值是 $H_0 = 67.36 \pm 0.54 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [42]。这种差异对应于一个分数差 $\delta H_0/H_0 \simeq 0.0911$ ，反映出局部和全局哈勃常数估计之间的 $\sim 9\%$ 张力。

为了说明这一超额，我们在等式 50 中设 $\delta H_0/H_0 = 0.0911$ 并在 $z=0.0017$ 处评估函数 $F(z)$ 。我们发现所需的原初模式振幅和相位因子的乘积是 $\Phi_k \sin \omega = -1.1 \times 10^{-4}$ 。假设初

始相位等于 $3\pi/2$ ，这意味着单一超视界绝热曲率扰动，其振幅为 $\Phi_k = 1.1 \times 10^{-4}$ ，足以产生观测到的哈勃参数增强。

为了进一步约束 Φ_k 和 ω 的值，我们施加了从 CMB 观测中导出的界限，遵循 Ref. [46] 中提出的分析。这些限制限定了原初超视界模式振幅 Φ_k 和相位 ω 的可能值，确保扰动与 CMB 中观测到的温度各向异性保持一致。这些界限由

$$(k r_{dec})^2 |\Phi_k(z_{dec}) \sin \omega| \leq 5.8 \mathcal{Q} \quad (51)$$

$$(k r_{dec})^3 |\Phi_k(z_{dec}) \cos \omega| \leq 32 \mathcal{O}, \quad (52)$$

给出，其中 $\mathcal{Q}$ 和 $\mathcal{O}$ 分别是 CMB 四极矩和八极矩测量均方根值的 3 倍，并且在脱耦时， $\Phi_k(z_{dec}) = 0.937 \Phi_k$ [46]。我们使用最新的普朗克值 [42] 的 $\mathcal{Q} \leq 1.69 \times 10^{-5}$ 和 $\mathcal{O} \leq 2.44 \times 10^{-5}$ 。为了考虑到哈勃常数观测增强的影响，我们的模型中要求乘积 $\Phi_k \sin \omega$ 为负。因此我们将相位限制在范围 $\pi < \omega < 2\pi$ 内。由于 CMB 四极矩提供的约束比八极矩更严格，我们在分析参数空间时只考虑四极矩约束。相应的上限 $|\Phi_k \sin \omega|$ ，由 CMB 四极约束 [46] 导出，在图 4 中以蓝色阴影区域表示。为了进行比较，我们还包含了来自 Ref. [45] 的约束条件，该约束旨在解释在 Hubble 常数 $z = 0.0017$ 处观察到的过剩现象。

如图 4 所示，即使单一的超视界模式具有波数 $k \lesssim 0.3 H_0$ ，也可以产生局部测量哈勃常数所需的增强。这可能为观测到的哈勃张力提供一个可行的解决方案。

5 结论

在这项研究中，我们调查了宇宙学原理的小幅度违反对大距离尺度上类星体数量计数中的偶极子各向异性和局部哈勃常数确定的影响。这通过考虑单一足够长波长的模型来实现。我们也考虑了几种扰动模式的情况，所有这些模式都被假定在超过某个波长时相互关联。本文中我们假设它们仅以指向同一方向的方式相关联。除了这种推广外，我们还假设它们的行为与 Λ CDM 模型中的绝热模式相同。具体来说，我们考虑了原初超视界和略微亚视界的模式对宇宙学可观测的单极子和偶极子效应的影响量。一般来说，这些模式可能也在一定波长范围内共同作用。这类推广将留待未来的研究。

对于偶极子分析，我们关注波数范围为 k 的模式 ($10^{-4} - 4 \times 10^{-3}$) Mpc^{-1} ，这对应于与 CATWISE2020 类星样本相关的红移下略低于视界的比例尺在色散区间 $0.8 < W1 - W2 < 1.1$ 。我们发现单一模式 $k = 0.003 \text{Mpc}^{-1}$ 可以几乎解释观察到的偶极子。我们的结果与 [31] 的早期分析一致，区别在于我们对 Eq. 41 在红移至 $z_s = 1$ 处的源进行积分，并纳入了一个依赖于红移的星系偏差 $b(z)$ ，而他们的分析假设了恒定偏差 $b = 1$ 。具体来说，我们使用了 $b(z) = 0.5z^2 + 0.53z + 1.54$ ，它甚至在低红移处 ($z \lesssim 1$) 也超过了一。这使得估计的偶极子

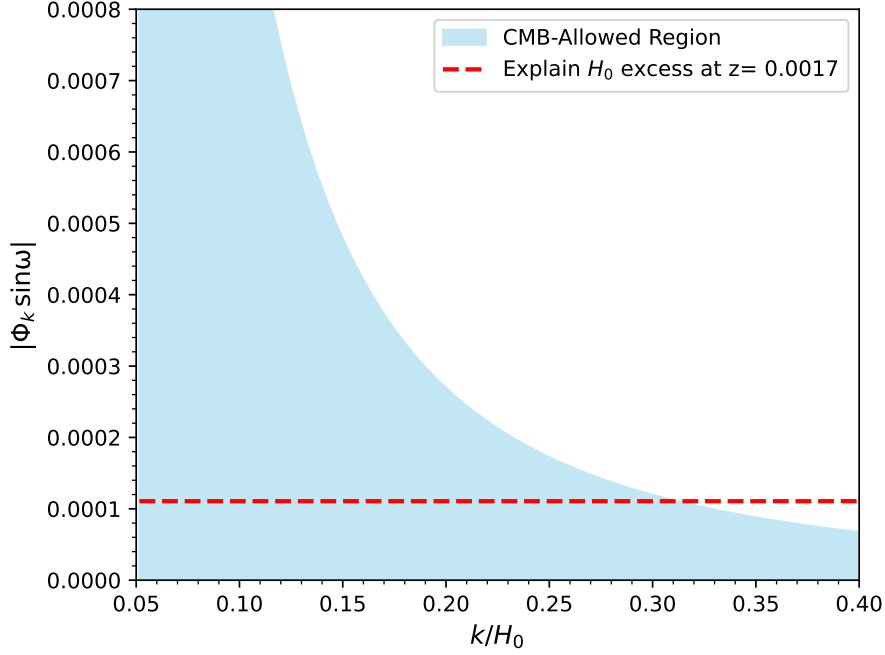


图 4: $|\Phi_k \sin \omega|$ 与观测到的哈勃张力中的 k/H_0 的关系图。水平虚线满足 $z=0.0017$ 时的 H_0 超额。蓝色阴影区域表示满足 CMB 四极矩约束的参数空间区域。

振幅相对于他们的发现增加了 2 到 3 个数量级。我们还评估了许多模式的综合贡献，假设它们都指向同一方向但不相干地相加。通过计算总源数波动的均方根偶极子振幅，我们证明了这些长波长曲率扰动的不相干叠加对观测到的星系分布中的偶极子各向异性做出了显著贡献。此外，由于初始曲率扰动对于略低于视界尺度的模式被设定为与 CMB 约束 [41] 一致，我们的结果并不与观测到的 CMB 各向异性相冲突。

此外，我们已经证明了一个波数为 $k \lesssim 0.3H_0$ 的单一超视界绝热模式，与 CMB 四极矩约束一致，可以引起局部膨胀率的单极涨落。通过评估在 $z = 0.0017$ 处的 Hubble 参数的单极贡献，在那里使用造父变星校准的超新星数据进行校准，我们发现一个幅度为 $\Phi_k \sim 1.1 \times 10^{-4}$ 且相位为 $\omega \sim 1.5\pi$ 的模式可以解释观测到的相对于全局 Λ CDM 值在 H_0 中的 $\sim 9\%$ 超额。所得的组合 $\Phi_k \sin \omega$ 完全处于最新 Planck 对 CMB 四极矩约束所允许的参数空间内。

这些发现共同建立了一个框架，在这个框架中，星系分布中的偶极各向异性和哈勃常数的偏移可能源自大距离尺度上对宇宙学原理的小量违背。我们的结果强调了在解释宇宙学参数测量时考虑大规模波动统计影响的重要性。

致谢

GK 感谢维洛尔技术学院通过其种子基金 (编号 SG20230035) 提供的财政支持, 年份为 2023。

参考文献

- [1] R.M. Wald, *Asymptotic behavior of homogeneous cosmological models in the presence of a positive cosmological constant*, *Phys. Rev. D* **28** (1983) 2118.
- [2] A. Kogut, C. Lineweaver, G.F. Smoot et al., *Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers first-year sky maps*, *The Astrophysical Journal* **419** (1993) 1 [astro-ph/9312056].
- [3] G. Hinshaw, J. Weiland, R. Hill et al., *Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Data Processing, Sky Maps, and Basic Results*, *Astrophys. J., Suppl. Ser.* **180** (2009) 225 [0803.0732].
- [4] D.J. Fixsen, E.S. Cheng, J.M. Gales, J.C. Mather, R.A. Shafer and E.L. Wright, *The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set*, *The Astrophysical Journal* **473** (1996) 576 [astro-ph/9605054].
- [5] N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud et al., *Planck 2013 results. XXVII. Doppler boosting of the CMB: Eppure si muove*, *Astron. Astrophys.* **571** (2014) A27.
- [6] P. Collaboration et al., *Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck*, *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A1 [1807.06205].
- [7] P. Collaboration et al., *Planck 2018 results. VII. Isotropy and statistics of the CMB*, *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A7.
- [8] G.F.R. Ellis and J.E. Baldwin, *On the expected anisotropy of radio source counts*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **206** (1984) 377.
- [9] A.K. Singal, *LARGE PECULIAR MOTION OF THE SOLAR SYSTEM FROM THE DIPOLE ANISOTROPY IN SKY BRIGHTNESS DUE TO DISTANT RADIO SOURCES*, *The Astrophysical Journal* **742** (2011) L23 [1110.6260].

- [10] C. Gibelyou and D. Huterer, *Dipoles in the sky*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **427** (2012) 1994 [1205.6476].
- [11] Rubart and Schwarz, *Cosmic radio dipole from nvss and wenss*, *A&A* **555** (2013) A117 [1301.5559].
- [12] P. Tiwari, R. Kothari, A. Naskar, S. Nadkarni-Ghosh and P. Jain, *Dipole anisotropy in sky brightness and source count distribution in radio nvss data*, *Astroparticle Physics* **61** (2015) 1.
- [13] C.A. Bengaly, R. Maartens and M.G. Santos, *Probing the cosmological principle in the counts of radio galaxies at different frequencies*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2018** (2018) 031.
- [14] N.J. Secrest, S. von Hausegger, M. Rameez, R. Mohayaee, S. Sarkar and J. Colin, *A test of the cosmological principle with quasars*, *The Astrophysical Journal Letters* **908** (2021) L51.
- [15] N.J. Secrest, S. von Hausegger, M. Rameez, R. Mohayaee and S. Sarkar, *A challenge to the standard cosmological model*, *The Astrophysical Journal Letters* **937** (2022) L31.
- [16] P. Jain and J. Ralston, *Anisotropy in the propagation of radio polarizations from cosmologically distant galaxies*, *Modern Physics Letters A - MOD PHYS LETT A* **14** (1999) 417.
- [17] D. Hutsemékers, *Evidence for very large-scale coherent orientations of quasar polarization vectors*, *A&A* **332** (1998) 410.
- [18] Hutsemékers and Lamy, *Confirmation of the existence of coherent orientations of quasar polarization vectors on cosmological scales**, *A&A* **367** (2001) 381.
- [19] P. Tiwari and P. Jain, *Polarization alignment in jvas/class flat spectrum radio surveys*, *International Journal of Modern Physics D* **22** (2013) 1350089 [1201.5180].
- [20] V. Pelgrims and D. Hutsemékers, *Polarization alignments of quasars from the JVAS/CLASS 8.4-GHz surveys*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **450** (2015) 4161 [<https://academic.oup.com/mnras/article-pdf/450/4/4161/5836517/stv917.pdf>].

- [21] P. Tiwari and P. Jain, *Extracting the spectral index of the intergalactic magnetic field from radio polarizations*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **460** (2016) 2698 [1505.00779].
- [22] A.R. Taylor and P. Jagannathan, *Alignments of radio galaxies in deep radio imaging of ELAIS N1*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* **459** (2016) L36 [1603.02418].
- [23] M. Panwar, Prabhakar, P.K. Sandhu, Y. Wadadekar and P. Jain, *Alignment of radio galaxy axes using FIRST catalogue*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **499** (2020) 1226 [2006.09779].
- [24] A. De Oliveira-Costa, M. Tegmark, M. Zaldarriaga and A. Hamilton, *Significance of the largest scale cmb fluctuations in wmap*, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 063516.
- [25] D.J. Schwarz, G.D. Starkman, D. Huterer and C.J. Copi, *Is the low- ℓ microwave background cosmic?*, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 221301.
- [26] H.K. Eriksen, F.K. Hansen, A.J. Banday, K.M. Górski and P.B. Lilje, *Asymmetries in the cosmic microwave background anisotropy field*, *The Astrophysical Journal* **605** (2004) 14.
- [27] A. Kashlinsky, F. Atrio-Barandela, D. Kocevski and H. Ebeling, *A measurement of large-scale peculiar velocities of clusters of galaxies: Results and cosmological implications*, *The Astrophysical Journal* **686** (2008) L49.
- [28] O. Luongo, M. Muccino, E.O. Colgáin, M.M. Sheikh-Jabbari and L. Yin, *Larger H_0 values in the cmb dipole direction*, *Phys. Rev. D* **105** (2022) 103510.
- [29] P.K. Aluri, P. Cea, P. Chingangbam, M.-C. Chu, R.G. Clowes, D. Hutsemékers et al., *Is the observable universe consistent with the cosmological principle?*, *Classical and Quantum Gravity* **40** (2023) 094001.
- [30] K.K. Das, K. Sankharva and P. Jain, *Explaining excess dipole in nvss data using superhorizon perturbation*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2021** (2021) 035.

- [31] G. Domènech, R. Mohayaee, S.P. Patil and S. Sarkar, *Galaxy number-count dipole and superhorizon fluctuations*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2022** (2022) 019.
- [32] P. Tiwari, R. Kothari and P. Jain, *Superhorizon perturbations: A possible explanation of the hubble – lemaître tension and the large-scale anisotropy of the universe*, *The Astrophysical Journal Letters* **924** (2022) L36.
- [33] M. Panwar, P. Jain and A. Omar, *Colour dependence of dipole in catwise2020 data*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* **535** (2024) L63
[<https://academic.oup.com/mnrasl/article-pdf/535/1/L63/59746890/slae093.pdf>].
- [34] L. Verde, T. Treu and A.G. Riess, *Tensions between the early and late universe*, *Nature Astronomy* **3** (2019) 891.
- [35] G.F.R. Ellis, *Republication of: Relativistic cosmology, General Relativity and Gravitation* **41** (2009) 581.
- [36] M. KASAI and M. SASAKI, *The number count — redshift relation in a perturbed friedmann universe*, *Modern Physics Letters A* **02** (1987) 727
[<https://doi.org/10.1142/S0217732387000902>].
- [37] R. Durrer, *The Cosmic Microwave Background*, Cambridge University Press, 2 ed. (2020).
- [38] Planck Collaboration, Aghanim, N., Akrami, Y., Arroja, F., Ashdown, M., Aumont, J. et al., *Planck 2018 results - i. overview and the cosmological legacy of planck*, *A&A* **641** (2020) A1.
- [39] A. Baleisis, O. Lahav, A.J. Loan and J.V. Wall, *Searching for large-scale structure in deep radio surveys*, *MNRAS* **297** (1998) 545 [[astro-ph/9709205](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9709205)].
- [40] C. Blake and J. Wall, *A velocity dipole in the distribution of radio galaxies*, *Nature* **416** (2002) 150.
- [41] Planck Collaboration, Akrami, Y., Arroja, F., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C. et al., *Planck 2018 results - x. constraints on inflation*, *A&A* **641** (2020) A10.

- [42] Planck Collaboration, Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C. et al., *Planck 2018 results - vi. cosmological parameters*, *Astronomy and Astrophysics* **641** (2020) A6.
- [43] P. Tiwari, G.-B. Zhao and A. Nusser, *The clustering properties of agns/quasars in catwise2020 catalog*, *The Astrophysical Journal* **943** (2023) 116.
- [44] A.G. Riess, W. Yuan, L.M. Macri, D. Scolnic, D. Brout, S. Casertano et al., *A comprehensive measurement of the local value of the hubble constant with 1 km/(s mpc) uncertainty from the hubble space telescope and the sh0es team*, *The Astrophysical Journal Letters* **934** (2022) L7.
- [45] M.J. Reid, D.W. Pesce and A.G. Riess, *An improved distance to ngc 4258 and its implications for the hubble constant*, *The Astrophysical Journal Letters* **886** (2019) L27.
- [46] A.L. Erickcek, S.M. Carroll and M. Kamionkowski, *Superhorizon perturbations and the cosmic microwave background*, *Phys. Rev. D* **78** (2008) 083012.