

视线速度投影对本地集团质量的影响

David Benisty¹ David Mota²

¹ Leibniz-Institut für Astrophysik Potsdam, An der Sternwarte 16, D-14482 Potsdam, Germany
e-mail: benidav@aip.de

² Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, 0315 Oslo, Norway

ABSTRACT

本地集团 (LG) 的质量, 包括银河系 (MW)、仙女座 (M31) 及其卫星星系, 对于验证星系形成和宇宙学模型至关重要。传统的质量估计依赖于视线速度和简化的流入假设, 由于未观测到的速度分量和各向异性动力学, 容易产生系统偏差。

使用 TNG 宇宙模拟, 我们研究了两种极端情况: 轻微吸入模型——忽略与视线方向垂直的速度; 主要吸积模型——假设完全径向朝向质心 (CoM) 的运动。我们的模拟表明几何校正至关重要: 小流入模型低估了真实质量, 而大流入模型高估了它。

通过对 LG 质心 1 Mpc 范围内的矮星系动力学应用这些经过校准的修正, 我们得出一个改进后的 LG 质量为 $M_{LG} = (2.99 \pm 0.60) \times 10^{12} M_{\odot}$ 。这一发现与 Λ CDM 模型的预测、时间论证和独立的质量估计相一致, 解决了之前的一致性。

我们的分析强调了纠正速度各向异性的重要性, 并提供了用于星系群动力学质量估计的强大框架。

Key words. 局部群组 – virial 定理 – 红移

1. 介绍

由银河系、M31 及其卫星系统主要组成的本星系群的质量是理解星系演化、暗物质分布以及宇宙学模型测试的基本量 van den Bergh (1999)。准确测定这一质量不仅对局部动力学有影响, 还为组尺度上的 CDM 预测提供了关键基准 Λ 。然而, 由于观测限制和理论不确定性, 估计本星系群的质量仍然是一个长期的挑战。

时间论证模型将 LG 视为一个由点状粒子组成的孤立经典双体系统, 在大爆炸开始时它们之间的分离为零。给定 MW-M31 对的当前距离和相对速度, 以及宇宙的年龄, 可以轻松评估它们的总质量。早期的时间论证应用假设了一个纯粹的径向轨道 Li & White (2008); van der Marel et al. (2012), 这主要是由于难以测量任何适当的运动。时间论证经过了不同的修正: 纳入了切向运动 (van der Marel & Guhathakurta 2008; van der Marel et al. 2012)、修改后的重力 (Partridge et al. 2013; McLeod et al. 2017; McLeod & Lahav 2020; Benisty & Capozziello 2023) 以及 MW 从大麦哲伦云 (LMC) 的反冲速度 (Peñarrubia et al. 2016; Benisty et al. 2022; Benisty 2024; Chamberlain et al. 2023), 考虑了过去相

遇的可能性 (Benisty & Davis 2022), 并将时间论证扩展到模拟局部体积中的星系动力学 (Peñarrubia et al. 2014, 2016)。结果与其他质量估算技术进行了比较, 包括数值模拟 (Lemos et al. 2021; Hartl & Strigari 2022, 2025; Sawala et al. 2023b,a; Wempe et al. 2024; Benisty et al. 2024)。

估算群体质量常用的一种工具是维里定理, 它将系统的动能与其引力势能联系起来 (Diaz et al. 2014; Hartl & Strigari 2022)。然而, 在观测研究中, 由于只能获得星系的视向 (LoS) 速度, 这种方法受到了限制, 因为适当的运动——尤其是对于遥远的追踪者来说——往往无法获取或约束不足 (Makarov et al. 2025)。这种对相空间不完全的观察在动力学建模中引入了显著的模糊性, 因为必须从部分数据推断出星系的全部 3D 运动。为了解决这一限制, 通常采用关于速度场的简化假设。其中两个模型是次要流入和主要流入近似 (Karachentsev et al. 2007)。在次要流入模型中, 假定观测到的星系视向速度占其相对于本星系群 (LG) 质心 (CoM) 运动的全部 (Wagner & Benisty 2025)。这种处理方式忽略了

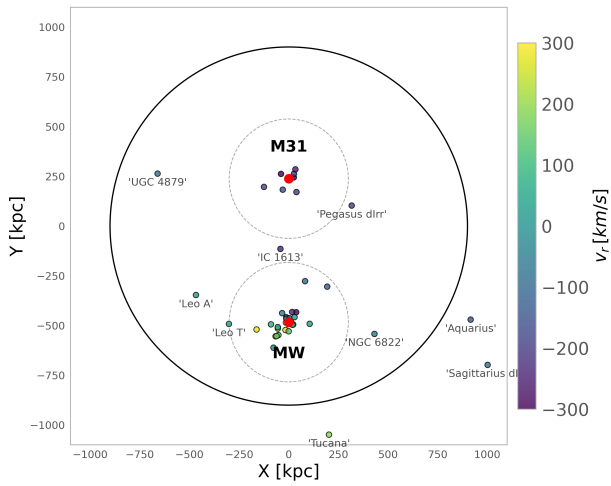


Fig. 1. 本地群矮星系的分布。样本包括 MW 和 M31 的卫星，以及 4 百万公里内的孤立星系，作为 LG 动力学的示踪器。数据来自 (McConnachie & Venn 2020a,b)。

横向速度分量，并且由于忽略未测量方向上的动能而倾向于低估系统的质量。

相比之下，主要的落向模型假设本星系群质心的运动完全是沿着视线方向。在这种情况下，卫星的径向速度是在假设该群体的整体运动只影响视线分量的前提下进行解释的。这种方法可能导致对本星系群质量的高估，因为它可能人为地夸大了推断的速度弥散——特别是如果未束缚追踪者或异常值污染样本的话。解决这些假设引入的偏差对于提高本星系群质量估计的可靠性至关重要。随着像盖亚和哈勃太空望远镜这样的仪器提供的自行测量数据越来越多，以及下一代模拟的出现，为我们提供了改进对群体动力学的理解并评估简化模型有效性的机会。

在这项工作中，我们使用 IllustrisTNG 模拟（参见 Nelson et al. (2015)）套件——作为评估现实条件下维里质量估计器的受控测试平台。我们将这些校准过的估计器应用于围绕本地图星系群质心的速度表面内矮星系的观测运动学数据。通过引入几何校正和模拟告知偏差缓解，我们得到了一个稳健的本地图星系群质量估算值，这一估算是传统维里方法、计时论证法和基于模拟的方法之间的差异一致性的基础。此外，我们测试了来自类似银河系的小型和大型流入模型如何改变维里定理的质量预测，并根据这两个预测找到了一个稳健的维里质量估计值。

本文结构如下：第 2 节介绍了用于估计维里质量的理论基础，并详细说明了不同落基模型背后的假设。第 3 节展示了这些模型在 TNG50 模拟中的实现以及偏差校正的发展。在第 4 节中，我们将方法应用于观测到的本

星系群矮星系数据。第 5 节讨论了结果在更大范围内的星系团动力学和宇宙学预期背景下的意义。

2. 理论

2.1. 相对运动和落向模型

为了研究本星系群内星系对的动力学，我们首先将观测到的速度转换到（质心框架。两星系之间的物理距离 r_{gc} 是由它们在天空中的角距 θ 和与观测者之间的距离 r_g 与 r_c 确定的：

$$r_{gc}^2 = r_g^2 + r_c^2 - 2r_g r_c \cos \theta, \quad (1)$$

其中 r_g 和 r_c 表示星系与观测者的距离（见图 2）。由于观测限制，只能直接测量视线速度分量 v_{Los} ；其他方向的 $v_{\perp}$ 基本上没有被约束。因此，推断相对于本星系群质心的真实径向落向速度需要对未观测到的成分做出假设。下面，我们展示了两极限模型来估算这些落向速度，参考了 Karachentsev & Kashibadze (2006) 和在 (Wagner & Benisty 2025; Benisty et al. 2025) 中的更新解释。

次要的坠落模型对星系和质心进行了对称处理，并假设两者都具有消失的切向速度 $v_{\perp,c} = v_{\perp,g} = 0$ 。估计的径向坠落速度 $v_{r,min}$ 为：

$$v_{r,min} = \frac{v_c r_c + v_g r_g - \cos \theta_{c,g} (v_g r_c + v_c r_g)}{r_{gc}}, \quad (2)$$

其中 v_c 和 v_g 分别是质心和星系的线-of-sight（视线）速度，而 $\theta_{c,g}$ 是中心与星系之间的角距离。此模型假设非径向运动可以忽略不计，这在统计集合中是合理的，但在精细调整的个体系统中可能会失效 (Wagner & Benisty 2025)。相比之下，主要坠落模型通过将星系和质心之间的速度差异投影到它们的分离矢量上采用了一个不对称公式。假设横向运动 $v_t = 0$ 消失，推断出的径向坠落速度为：

$$v_{r,maj} = \frac{v_g - v_c \cos \theta_{c,g}}{r_g - r_c \cos \theta_{c,g}} r_{gc}, \quad (3)$$

该模型强调了连接星系与质心直线上的相对速度分量，隐含地忽略了任何垂直贡献。两种坠落模型均假定星系作为 LG 质量分布的等质量示踪物。它们不同的假设界定了可能的径向速度范围，提供了上限和下限，当结合维里定理估算时，有助于限制 LG 的总质量。

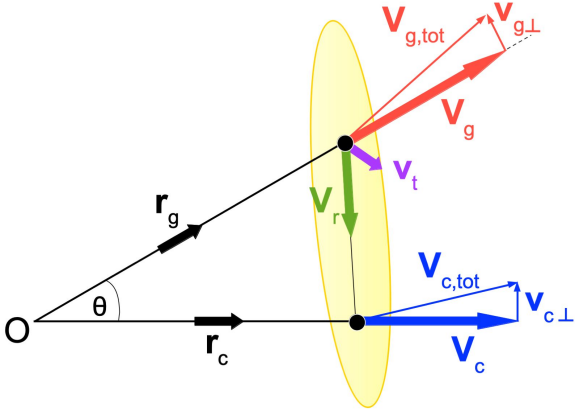


Fig. 2. 两个星系的相对运动。位置向量 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ (距离观察者分别为 $\mathbf{r}_g$ 和 $\mathbf{r}_c$) 形成一个角度 θ 。速度向量 $\mathbf{v}_1$ 和 $\mathbf{v}_2$ 包括径向和切向分量, 尽管只有它们的视向投影可以直接观测到。

2.2. 位能定理

唯象定理提供了一种强大的工具, 可以使用运动学示踪器 (Limber & Mathews 1960; Bahcall & Tremaine 1981; Heisler et al. 1985; An & Evans 2011; Tully 2015; Benisty et al. 2024) 来估算系统的引力质量。考虑一个由 N 个测试粒子 (例如卫星星系或晕星) 组成的系统, 其位置为 $\mathbf{r}_i$, 速度为 $\mathbf{v}_i$, 绕着由未见的质量分布 $\rho(\mathbf{r})$ 产生的引力势 $\phi(\mathbf{r})$ 运行。观测限制通常会将测量限制在投影位置和线-of-sight (LoS) 速度上, 从而需要简化后的质量估算器。virial 定理:

$$2\langle K \rangle + \langle U_G \rangle = 0, \quad (4)$$

给出:

$$M = \frac{f_{VT}}{G} \frac{\sum_i v_i^2}{\sum_i R_i^{-1}} = f_{VT} \frac{\sigma_v^2 r_G}{G}, \quad (5)$$

其中 f_{VT} 涵盖了对示踪几何和势的假设, σ_v 是一维速度弥散度, 而 r_G 表示从 3D 导出的一个特征引力半径。

应用维里定理到观测数据需要仔细考虑投影效应。当只有线-of-sight 速度和投影距离可用时, 三维估计器通过引入几何校正来适应。对于具有各向同性速度且有足够示踪物的球对称系统, 维里质量变为:

$$M = \frac{3\pi}{2} \frac{\sigma_{v,los}^2 R_G}{G}, \quad (6)$$

其中 R_G 是投影引力半径, $\sigma_{v,los}$ 是线-of-sight 速度的弥散。这用投影 R_G 和径向速度弥散替换了三维 r_G 。

LG 偏离了这一理想化场景。受 MW 和 M31 主导, 其双星质量分布和各向异性示踪种群排除了使用标准球

形校正的可能性。此外, 有限数量的示踪物及其在两个中心 (而不是单一晕) 周围的非对称分布违反了投影维里公式背后的假设。为此, 复制 LG 独特配置的宇宙学模拟校准了因子 f_{VT} , 以考虑其非平凡几何和动力学相互作用。因此, 维里质量估计结合观测到的速度和距离与模拟得出的调整来减轻偏差。为了评估暗物质在星系群中的作用, 我们将这些系统建模为由一个或两个巨型星系 (质量 M_1, M_2) 主导, 并有 N 个远程示踪星系, 平均质量为 m 。忽略示踪物之间的自引力, 引力势能主要由巨型星系决定:

$$\langle U_G \rangle = -G \left(\frac{M_1}{r_{1G}} + \frac{M_2}{r_{2G}} \right). \quad (7)$$

这里, r_{1G} 和 r_{2G} 是与示踪物到 M_1 和 M_2 的平均距离成反比的比例长度, 定义为:

$$r_G = N / \sum_i \frac{1}{r_{i0}}, \quad (8)$$

其中, r_{i0} 表示第 i 个示踪物到巨型星系质心的距离。应用维里定理 (公式 5) 进行修改如下:

$$\frac{1}{r_G} = \frac{\gamma}{r_{1G}} + \frac{1-\gamma}{r_{2G}} \quad (9)$$

其中, $\gamma = M_{MW}/M_{Tot}$ 是质量比, $M = M_1 + M_2$ 是总质量。通过采用从观测中推断出的质量比 γ (例如, MW-M31 的 $\gamma = 0.7$), 可以从 σ_v 和示踪物的空间分布确定总质量。

3. N 体模拟

本工作中分析的宇宙磁流体力学模拟来自 IllustrisTNG 项目 (Vogelsberger et al. 2014; Nelson et al. 2015), 具体是 TNG-50 运行。该模拟在一个边长为 51.7 Mpc 的周期性立方体内建模了一个 Λ CDM 宇宙, 并具有足够解析星系尺度动力学的分辨率。该模拟采用了与 Planck 2018 结果一致的宇宙学参数 (Aghanim et al. 2020)。为了识别类似本星系群的系统, 我们使用零速度面标准从 TNG-50 中选择孤立星系对 (Sandage 1986)。对于总质量为 M 的晕对, 回转半径 r_{ta} 定义为内向特殊速度与哈勃膨胀相平衡的边界。此半径通过以下方式计算:

$$r_{ta} = \left(\frac{GM}{t_U^2} \right)^{1/3}, \quad (10)$$

其中 t_U 是宇宙的年龄。如果在 r_{ta} 范围内没有其他具有 $M > 10^{10} M_\odot$ 的暗晕, 则将这些对分类为孤立。这确保

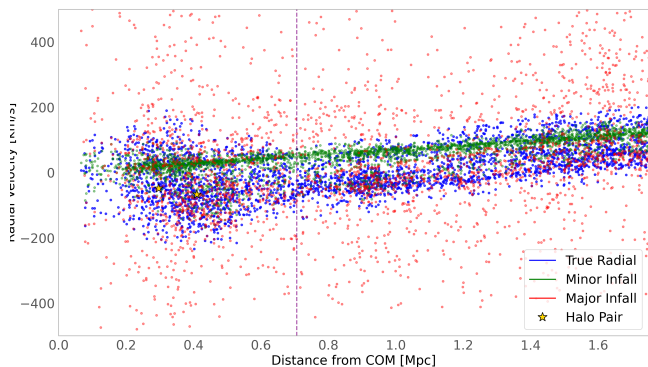


Fig. 3. 孤立星系对在 TNG-50 中的径向速度分布。相对于质心的速度显示出各向异性动力学：次要流入运动（蓝色）表现出抑制的弥散，而主要流入速度（红色）反映了轨道动力学。距离已被归一化为成对分离。

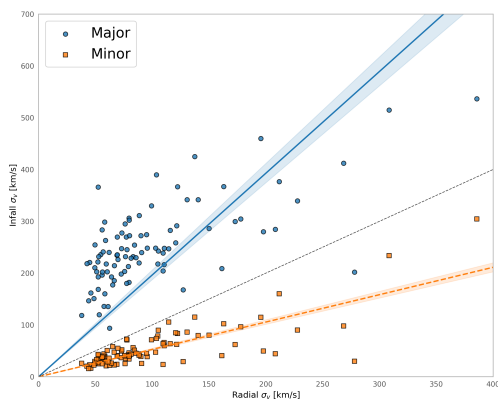


Fig. 4. 基于次要和主要落潮模型的成对周围束缚次晕的速度弥散与真实的径向速度。

了类似于 LG 的动力学隔离，在那里 MW 和 M31 主导局部质量分布。候选配对通过质量比 $\gamma \in [0.5, 1.2]$ 和分离距离 $r \in [0.5, 1.2] \text{ Mpc}$ 进一步筛选，模仿 MW-M31 配置。对于每个选定的配对，我们将自身转换为一个位于最轻星系（类似于 MW）中的观察者，并进入该配对的质心，考虑来自类似 MW 的暗晕的小量和大量流入。

图 3 比较了由次要和主要流入模型预测的径向速度分布与一对代表性样本的真实速度。虽然两个模型都无法再现朝向质心的确切径向速度，但它们产生了不同的分布：次要流入模型表现出更窄的散布，而主要流入模型相对于真实速度则预测出更宽的分布。为了量化这些差异，图 4 显示了两个模型中束缚次晕的速度弥散度分布。次要流入模型系统地低估了速度弥散度（偏低），而主要流入模型则高估了它（偏高）。这两种相反偏差表明真实质量位于由两种模型推导出的估计值之间。

速度各向异性——轨道运动偏离各向同性的偏差——需要一个几何校正因子 f_{VT} ，以使 VT 预测与观测结果相吻合。将 VT 应用于已知回合半径内包含质量的

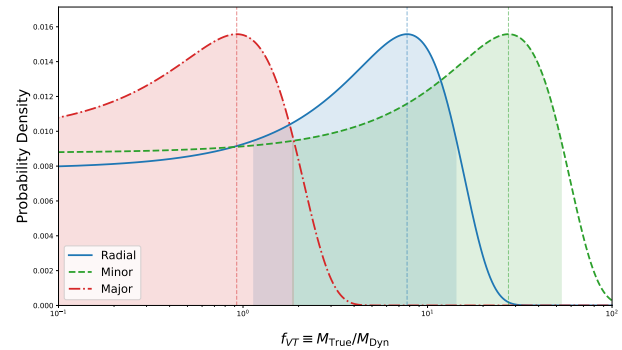


Fig. 5. 维里定理修正因子 $f_{VT} \equiv M_{\text{True}}/M_{\text{Dyn}}$ 的概率密度分布，其中 $M_{\text{Dyn}} \equiv \sigma_v^2 r_G / G$ 是使用 TNG50 模拟校准的。曲线对应于三种动力学模型：径向（未校正的速度色散）、次要入侵和主要入侵。峰值反映了从模拟集中得出的最佳修正因子，宽度表示速度各向异性建模中的不确定性。

矮星系，我们计算每个流入场景下的 f_{VT} 。主要流入模型的高估色散 σ_v 需要一个校正值 $f_{VT, \text{Maj}} = 0.7$ 来匹配真实质量 M_{True} 。相反，次要流入模型的低估色散需要一个显著更大的校正值 $f_{VT, \text{Min}} = 16.8$ 。这种鲜明对比突显了未经过校正的次要模型与观测结果之间的不一致，而主要模型则更符合预期。这两种校正都与孤立晕的解析模型一致，强调了质量估计对速度各向异性的敏感性。

4. LG 矮星系数据

我们分析了围绕 LG 半径为 3 Mpc 范围内的矮星系，整合了从 McConnachie (2012); McConnachie & Venn (2020a,b); Tully et al. (2023)¹ 汇编的综合数据集。为了确定 LG 的质量中心，我们采用了来自 van der Marel et al. (2012) 的银河和 M31 之间的观测距离和径向速度。

$$r_0 = 0.77 \pm 0.04 \text{ Mpc}, \quad v_{\text{rad}} = -109.3 \pm 4.4 \text{ km/s}. \quad (11)$$

质心假定位于连接 MW 和 M31 的直线上，其精确位置由质量比 $M_{\text{MW}}/M_{\text{LG}}$ 设定。根据 Diaz et al. (2014)，我们采用 $\gamma = 0.7$ ，这与最近关于 LG 的动力学研究一致。图 (6) 说明了样本中星系的径向速度—距离关系。上图显示的是相对于 MW 的视向速度，这些速度显著偏离线性哈勃流，反映出 LG 引力影响的结果。在使用次要和主要落潮模型将速度转换到 LG 质心坐标系（下图）后，分布与落潮模型的预期更加一致，尤其是在约 1 Mpc 的回合半径内。在这个区域内，出现了两个主导群体：MW(蓝色) 和 M31(红色) 的束缚卫星。超过回合半径之后，星系

¹ <https://www.cadc-ccda.hia-ihh.nrc-cnrc.gc.ca/en/community/nearby/>

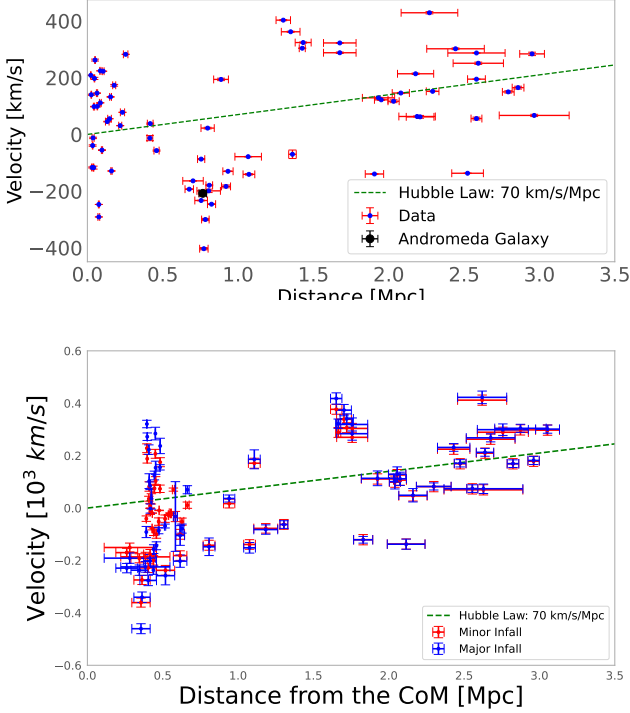


Fig. 6. 上界 视速度与距离银河系的距离。附近星系（黑色点）显示出偏离哈勃定律（绿色虚线）的现象。下界：径向速度与质心的距离。速度被转换到质心框架中使用 $\gamma = 0.7$ 。受限区域 (< 1 Mpc) 包含银河系（蓝色）和 M31（红色）的卫星。

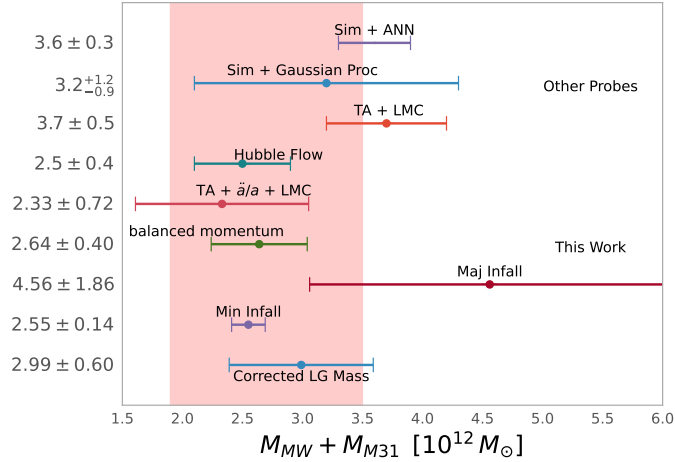


Fig. 7. 各种方法对 LG 总质量的估计。较低的部分代表了基于各向异性流入分析的新估计：考虑到投影效应的修正后的 LG 质量 ($2.99 \pm 0.60 \times 10^{12} M_{\odot}$)、次要流入方向 ($2.55 \pm 0.14 \times 10^{12} M_{\odot}$) 和主要流入方向 ($4.56 \pm 1.86 \times 10^{12} M_{\odot}$)。这些后面是平衡动量法和带有 $\ddot{a}/a$ 及 LMC 校正的修订时间论据。较高部分包括替代探测方法，如哈勃流、使用高斯过程的时间论据以及人工神经网络。红色阴影带突出了范围 $[1.9 - 3.5] \times 10^{12} M_{\odot}$ ，这与多种独立分析一致。其他探测数据来自 (Diaz et al. 2014; Peñarrubia et al. 2014; Benisty et al. 2022; Benisty 2024; McLeod et al. 2017; Sawala et al. 2023b,a)。

过渡到哈勃流区域，突显了引力塌缩与宇宙膨胀之间的平衡。

为了估计 LG 的动态质量，我们检查了沿主要吸积轴的星系速度弥散。对于次要吸积，其特征是垂直运动受到抑制，我们测量到的速度弥散为 133.44 ± 29.76 km/s。对于主轴吸积，由轨道流主导，弥散增加至 178.67 ± 36.21 km/s。采用一个引力半径 $r_G = 210 \pm 10$ kpc，我们应用维里定理来推断包含的动态质量。使用次要吸积速度弥散，维里质量为：

$$M_{\text{Min}} = (2.55 \pm 0.14) \times 10^{12} M_{\odot}, \quad (12)$$

而主要吸积分析则得出：

$$M_{\text{Maj}} = (4.56 \pm 1.86) \times 10^{12} M_{\odot}. \quad (13)$$

这些估计值与各向异性吸积模型一致，在该模型中，投影效应和示踪污染会根据观测吸积的角度偏倚推断出的质量。使用模拟探测到的校正因子，LG 质量被边际化为：

$$M_{\text{LG}} = (2.99 \pm 0.60) \times 10^{12} M_{\odot}, \quad (14)$$

这也与通过 (Karachentsev et al. 2009) 的速度表面估计得出的最大转向半径的理论预期一致。

由 Diaz et al. (2014) 得出的 $M_{\text{LG}} = (2.5 \pm 0.4) \times 10^{12} M_{\odot}$ 的块块质量估计值与我们较小天体落入模型的预测 ($M_{\text{Min}} = 2.55 \times 10^{12} M_{\odot}$) 非常吻合。虽然 Diaz et al. (2014) 没有明确用“较小天体落入”来界定他们的分析，但他们通过将视线速度投影到单个星系和本星系群质心连接轴上的方法——这是较小天体落入近似的一个标志。这种方法通过排除与质心-星系线垂直的未观测速度分量而系统地低估了总质量。相比之下，我们的主要天体落入模型，在假设相对于质心为纯粹径向运动的情况下解释视线速度，得出的质量显著更大 ($M_{\text{Maj}} = 4.56 \times 10^{12} M_{\odot}$)。通过对 TNG50 模拟进行校准，我们将这两个极端整合成一个统一的质量估计值 ($M_{\text{LG}} = 2.99 \times 10^{12} M_{\odot}$)，解决了先前的不一致，并强调了在动力学研究中对速度投影修正的关键作用。

5. 讨论与结论

通过对宇宙学模拟中的 LG 质量预算进行分析，我们检验了基于次要和主要流入模型的 VT 估计器的有效性。这些模型反映了矮星系速度分布中不同的几何各向异性：次要流入模型抑制类似于短轴动力学的垂直运动，由于未完全采样速度弥散，系统地低估总质量 $M \sim 2.5 \times 10^{12} M_{\odot}$ 。相反，主要流入模型结合了与长轴对齐的更广

泛的速度分布，通过包括未束缚追踪器而高估质量 $M \sim 5 \times 10^{12} M_{\odot}$ 。为了解决这些偏差，我们推导了几何校正因子，将速度弥散调整到匹配真实的包围质量。我们的基准估计值 $M_{\text{LG}} = 3 \times 10^{12} M_{\odot}$ 位于两种极端之间，与独立方法一致，并解决了传统基于 VT 的方法中的内在紧张。

参考质量也与银河系 – M31 轨道的 TA 相符，得出 $M \sim 2.5\text{--}3.2 \times 10^{12} M_{\odot}$ (van der Marel et al. 2012; Garrison-Kimmel et al. 2014; Partridge et al. 2013; Benisty 2024), 同时也与哈勃流拟合 Karachentsev et al. (2009); Peñarrubia et al. (2014) 和投影质量方法一致，后者给出 $(2.34 \pm 0.41) \times 10^{12} M_{\odot}$ (Makarov et al. 2025)。尽管后者给出了一个略低的质量估计偏差 $\sim 2 \times 10^{12} M_{\odot}$ ，但它在不确定度范围内仍然与我们的结果一致。更广泛的 LG 质量估计景观也集中在 $3 \times 10^{12} M_{\odot}$ 附近，MW 和 M31 旋转曲线研究 (Wang et al. 2020; Bobylev & Bajkova 2023) 表明总质量范围为 $[2.8\text{--}3.3] \times 10^{12} M_{\odot}$ 。MW ($[0.9\text{--}1.3] \times 10^{12} M_{\odot}$ Wang et al. (2020)) 和 M31 ($[1.0\text{--}2.0] \times 10^{12} M_{\odot}$ Sawala et al. (2023b)) 的独立质量估计也支持总质量范围为 $[1.9\text{--}3.5] \times 10^{12} M_{\odot}$ ，如图 7 所示。剩余的散点可能是由于系统性误差导致的，包括不完整的示踪样本、非平衡动力学以及 LG 不对称的质量分布，这些都影响了晕质量估计因子。

未来进展将需要像盖亚和 JWST 这样的任务提供的精确自行，改进对局部体积潮汐场的建模，以及明确包含附近星系群的模拟。我们的发现强调了在应用维里定理时进行几何校正的必要性，并为研究超越本星系群的各向异性系统提供了框架。本星系群的总质量被稳健地限制在 $3 \times 10^{12} M_{\odot}$ ，这个值调和了方法学上的分歧，与 Λ CDM 预测相符，并巩固了本星系群作为测试星系形成和暗物质模型在星系团尺度上作用的基石地位。

Acknowledgements. DB 获得了 Minerva Stiftung Gesellschaft für die Forschung mbH 的 Minerva 奖学金支持。DFM 感谢挪威研究委员会的支持以及由 UNINETT Sigma2 提供的资源。UNINETT Sigma2 是挪威高性能计算和数据存储的国家基础设施。

References

Aghanim, N. et al. 2020, *Astron. Astrophys.*, 641, A6, [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)]

An, J. H. & Evans, N. W. 2011, *MNRAS*, 413, 1744

Bahcall, J. N. & Tremaine, S. 1981, *ApJ*, 244, 805

Benisty, D. 2024, *Astron. Astrophys.*, 689, L1

Benisty, D. & Capozziello, S. 2023, *Phys. Dark Univ.*, 39, 101175

Benisty, D., Chaichian, M. M., & Tureanu, A. 2024, *Phys. Lett. B*, 858, 139033

Benisty, D. & Davis, A.-C. 2022, *Phys. Rev. D*, 105, 024052

Benisty, D., Libeskind, N. I., & Hoffman, Y. 2025, To be Published

Benisty, D., Vasiliev, E., Evans, N. W., et al. 2022, *ApJ*, 928, L5

Bobylev, V. V. & Bajkova, A. T. 2023, *Publications of the Pulkovo Observatory*, 228, 57

Chamberlain, K., Price-Whelan, A. M., Besla, G., et al. 2023, *Astrophys. J.*, 942, 18

Diaz, J. D., Koposov, S. E., Irwin, M., Belokurov, V., & Evans, N. W. 2014, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 443, 1688

Garrison-Kimmel, S., Boylan-Kolchin, M., Bullock, J. S., & Kirby, E. N. 2014, *MNRAS*, 444, 222

Hartl, O. V. & Strigari, L. E. 2022, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 511, 6193

Hartl, O. V. & Strigari, L. E. 2025, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 539, 160

Heisler, J., Tremaine, S., & Bahcall, J. N. 1985, *ApJ*, 298, 8

Karachentsev, I. D. & Kashibadze, O. G. 2006, *Astrophysics*, 49, 3

Karachentsev, I. D., Kashibadze, O. G., Makarov, D. I., & Tully, R. B. 2009, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 393, 1265

Karachentsev, I. D. et al. 2007, *Astron. J.*, 133, 504

Lemos, P., Jeffrey, N., Whiteway, L., et al. 2021, *Phys. Rev. D*, 103, 023009

Li, Y.-S. & White, S. D. M. 2008, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 384, 1459

Limber, D. N. & Mathews, W. G. 1960, *ApJ*, 132, 286

Makarov, D., Makarov, D., Kozyrev, K., & Libeskind, N. 2025, *arXiv e-prints*, arXiv:2503.12612

McConnachie, A. W. 2012, *AJ*, 144, 4

McConnachie, A. W. & Venn, K. A. 2020a, *AJ*, 160, 124

McConnachie, A. W. & Venn, K. A. 2020b, *Research Notes of the American Astronomical Society*, 4, 229

McLeod, M. & Lahav, O. 2020, *JCAP*, 09, 056

McLeod, M., Libeskind, N., Lahav, O., & Hoffman, Y. 2017, *JCAP*, 12, 034

Nelson, D., Pillepich, A., Genel, S., et al. 2015, *Astronomy and Computing*, 13, 12

Partridge, C., Lahav, O., & Hoffman, Y. 2013, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 436, 45

Peñarrubia, J., Gómez, F. A., Besla, G., Erkal, D., & Ma, Y.-Z. 2016, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 456, L54

Peñarrubia, J., Ma, Y.-Z., Walker, M. G., & McConnachie, A. 2014, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 443, 2204

Sandage, A. 1986, *ApJ*, 307, 1

Sawala, T., Peñarrubia, J., Liao, S., & Johansson, P. H. 2023a, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 526, L77

Sawala, T., Teeriaho, M., & Johansson, P. H. 2023b, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 521, 4863

Tully, R. B. 2015, *AJ*, 149, 54

Tully, R. B. et al. 2023, *Astrophys. J.*, 944, 94

van den Bergh, S. 1999, *A&A Rev.*, 9, 273

van der Marel, R. P., Fardal, M., Besla, G., et al. 2012, *Astrophys. J.*, 753, 8

van der Marel, R. P. & Guhathakurta, P. 2008, *Astrophys. J.*, 678, 187

Vogelsberger, M., Genel, S., Springel, V., et al. 2014, *Nature*, 509, 177

Wagner, J. & Benisty, D. 2025 [arXiv:2501.13149]

Wang, W., Han, J., Cautun, M., Li, Z., & Ishigaki, M. N. 2020, *Sci. China Phys. Mech. Astron.*, 63, 109801

Wempe, E., Lavaux, G., White, S. D. M., et al. 2024, *Astron. Astrophys.*, 691, A348