

半导体中掺杂共振负 U 中心的超导电性

Serguei N. Burmistrov and Leonid B. Dubovskii

Moscow Institute of Physics and Technology,

141700 Dolgoprudny, Russia

and

Kurchatov Institute, 123182 Moscow, Russia

我们研究了通过掺入共振负 U 中心对半导体超导转变温度的影响。电子在 U 中心的吸引力导致转变温度增强。相反，传导电子沿 U 中心的共振散射及其杂化结果是降低转变温度。当共振宽度与 U 中心的能量级同量级时，对超导转变温度的影响最大。在缺乏电子-声子耦合且 U 中心浓度足够低的情况下，即使存在 U 中心处电子间的吸引力，超导转变也完全不存在。

I. 介绍

到目前为止，已经引起了显著的关注来研究具有 U 中心电子之间局部共振相互作用的半导体系统中的超导电性。最有趣的是当占据 U 中心的电子之间的相互作用相当于它们之间的吸引力的情况。在这种情况下，我们可以预期，在导带中去定位状态和在 U 中心处的共振准局域状态之间的电子配对涨落应有利于超导性的存在并提高超导转变温度。这种配对涨落源于传导电子与 U 中心处的共振电子态的杂化。请注意，电子态的杂化会产生一些局域态的有限宽度 Γ 。

具有负能量 U 相互作用的局部共振状态（对于相反自旋的电子）是由安德森引入的 [1]。负 U 中心的起源被认为是某种内部自由度、化学键 [2]、适当的电子-声子耦合区域 [3]、二价波动分子 [4] 以及 Jahn-Teller 中心的存在 [5] 的表现。根据作者 [6, 7] 的说法，有理由假设与超导半导体 PbTe 中的 In 或 Tl 掺杂剂相关的负 U 中心存在。因此，掺杂的半导体 $\text{PbTe}_{1-x}\text{Tl}_x$ 可以代表这样一个系统，在该系统中，超导性存在与其在 U 中心处共振杂质态的存在相关。超导性在半导体化合物 GeTe [8] 和 SnTe [9] 中被观察到。

超导转变温度的异常行为已在一系列部分以 Ca 或 Ba 替代 SrTiO_3 的混钡-锶 $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$ 和钙-锶 $\text{Ca}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$ 钛酸盐陶瓷样品中被观察到。显著结果 [10, 11] 是，对于小于 10^{20}cm^{-3} 的电子浓度，转变温度得到了增强。在较高的载流子浓度下，转变温度迅速下降。超导转变温度 T_c 在约 10^{20}cm^{-3} [12–14] 的载流子密度处达到峰值 0.45 K。超导电性在掺杂的 SrTiO_3 中的有趣问题可以在最近的一些综述中找到 [15, 16]。电子-声子耦合对 Nb 掺杂的 SrTiO_3 超导电性的影响在 [17] 中进行了讨论。

如下面将展示的，局部共振状态与电子-电子吸引具有双重效应于超导转变温度 T_c 。局域态中的电子间的吸

引力促进了超导转变温度的增长。相反，传导电子的共振散射由于它们与局域态的杂化导致转变温度下降。本工作的目的是分析掺杂半导体中超导转变温度随局部共振 U 中心浓度变化的行为。

II. 具有共振 U 中心的超导体

我们通过使用增强的 BCS 哈密顿量来检验该问题，此哈密顿量包含了描述共振局域态以及传导电子与局域电子态之间跃迁的项：

$$\begin{aligned} H = & \sum_{\mathbf{p}} \xi_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}\alpha}^+ a_{\mathbf{p}\alpha} - g \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'\uparrow}^+ a_{-\mathbf{p}'\downarrow}^+ a_{-\mathbf{p}\downarrow} a_{\mathbf{p}\uparrow} \\ & + E_0 \sum_m b_{m\alpha}^+ b_{m\alpha} + U \sum_m n_{m\uparrow} n_{m\downarrow} \\ & + \sum_{\mathbf{p}, m} (V_{\mathbf{p}, m} a_{\mathbf{p}\alpha}^+ b_{m\alpha} + V_{m, \mathbf{p}} b_{m\alpha}^+ a_{\mathbf{p}\alpha}). \end{aligned} \quad (1)$$

这里， $a_{\mathbf{p}\alpha}^+, a_{\mathbf{p}\alpha}$ 是动量为 $\mathbf{p}$ 且自旋投影为 α 的电子的产生和湮灭算符，而 $\xi_{\mathbf{p}}$ 则是从费米能 μ 取来的动量为 $\mathbf{p}$ 的传导电子的能量。常数 $g > 0$ 表示通过声子在 BCS 模型中传导电子以相反方向有效吸引的量。

指定 U 中心和局域与非局域电子状态耦合参数如下： E_0 是孤立局部 U 中心的能级能量， $n_{m\uparrow} = b_{m\uparrow}^+ b_{m\uparrow}$ 和 $n_{m\downarrow} = b_{m\downarrow}^+ b_{m\downarrow}$ 分别是在编号为 m 的位置上具有向上和向下自旋的局域电子密度算符，而 V 是传导电子与位于该位置的局域电子之间的相互作用振幅。对 m 的求和是在所有被共振中心占据的晶格点上进行的。

为了便于理解，在分析局域态对超导转变温度 T_c 影响时，我们暂时忽略有效的 BCS 相互作用，并在最终答案中恢复它。让我们利用 $\psi^+(\mathbf{r})$ 和 $\psi(\mathbf{r})$ 算子（此后为 $\hbar = 1$ ）

将哈密顿量 H (1) 写成等效形式

$$H = \int \psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}) \left(-\frac{\nabla^2}{2m} - \mu \right) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) d^3r + E_0 \sum_m b_{m\alpha}^{\dagger} b_{m\alpha} + \frac{U}{4} \sum_m b_{m\alpha}^{\dagger} b_{m\beta}^{\dagger} L_{\alpha\beta\gamma\delta} b_{m\delta} b_{m\gamma} + \sum_m \int d^3r \left[V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m) \psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}) b_{m\alpha} + V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m) b_{m\alpha}^{\dagger} \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) \right]. \quad (2)$$

这里自旋算符是反对称的 $L_{\alpha\beta\gamma\delta} = \delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}$ 。为了简化现象的描述,我们将对应的杂化相互作用视为点状的,即 $V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m) = V\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_m)$ 并且因此 $V_{\mathbf{p},m} = V \exp(-i\mathbf{p}\mathbf{R}_m)$ 。此外,我们假设共振中心在半导体基体中随机分布。这使我们采用常规方法 [18] 来处理含有杂质的金属。特别是这种方法 [19] 已被用于分析隧道传导电子进入无序金属-半导体界面负 U 中心对金属-半导体共晶合金 Al-Si、Al-Ge 和 Be-Si 超导性的影响。请注意,这种情况下的杂质对于超导半导体 $\text{PbTe}_{1-x}\text{Tl}_x$ [7] 来说也不是人为的。

哈密顿量 H (1) 中的杂化项描述了传导电子与局部状态的混合,这不仅会导致有效电子-电子吸引力的出现,还会导致其他模糊效应。首先,局域态的宽度以及传导电子色散关系中的阻尼会出现。其次,局域态之间相互作用 U 的重正化也会显现出来。在研究传导电子之间的有效吸引之前,让我们先考虑最后两种效应。

III. 局域态的宽度和传导电子的阻尼

如常,让我们引入传导电子和局域态的温度松原绿函数 [20]。

$$G_{\alpha\beta}(x, x') = -\langle T_{\tau} \psi_{\alpha}(x) \psi_{\beta}^{\dagger}(x') \rangle, \quad x = (\mathbf{r}, \tau); \\ g_{\alpha\beta}(x, x') = -\langle T_{\tau} b_{\alpha}(x) b_{\beta}^{\dagger}(x') \rangle, \quad x = (m, \tau). \quad (3)$$

对应于自由哈密顿量 $H^{(0)}$ 的初始绿函数

$$H^{(0)} = \int \psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}) \left(-\frac{\nabla^2}{2m} - \mu \right) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) d^3r + E_0 \sum_m b_{m\alpha}^{\dagger} b_{m\alpha} \quad (4)$$

可以直接找到。因此,传导电子和局域态的初始格林函数等于

$$G^{(0)} = \frac{1}{i\omega - \xi_{\mathbf{p}}} \quad \text{and} \quad g^{(0)} = \frac{1}{i\omega - E_0} \quad (5)$$

其中奇数马特苏巴拉频率是 $\omega = \pi T(2n + 1), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 和 $\xi_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2m - \mu$ 。

一般情况下,具有共振中心的金属的格林函数应依赖于两个动量,这是由于介质的空间不均匀性造成的。然而,

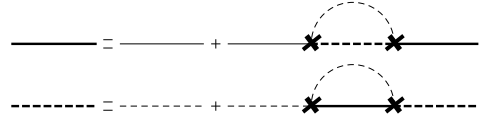


图 1: 实线表示传导电子的格林函数 $G(\mathbf{p}, \omega)$ 。虚线是局域态的格林函数 $g(\omega)$ 。交叉符号表示传导电子在共振 U 中心处的散射。

在对随机分布的共振中心空间配置进行平均后,格林函数在动量上变得对角化。方程的图形表示如下图所示。在图 1 中,传导电子的格林函数用实线表示,而局域态则用虚线表示。传导电子与共振 U 中心的散射用交叉符号表示。因此,重整格林函数的方程如下:

$$G(\mathbf{p}, \omega) = G^{(0)}(\mathbf{p}, \omega) + G^{(0)}(\mathbf{p}, \omega) c V^2 g(\omega) G(\mathbf{p}, \omega), \\ g(\omega) = g^{(0)}(\omega) + g^{(0)}(\omega) V^2 \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} G(\mathbf{p}, \omega) g(\omega) \quad (6)$$

其中 c 是共振 U 中心的浓度。我们从上述两个方程中得到这两个格林函数

$$g(\omega) = \frac{1}{i\omega - E + i\Gamma \text{sgn} \omega}, \\ G(\mathbf{p}, \omega) = \left[i\omega \frac{cV^2 \chi(\omega)}{E^2 + \omega^2 \chi^2(\omega)} + \frac{cV^2 E}{E^2 + \omega^2 \chi^2(\omega)} - \xi_{\mathbf{p}} \right]^{-1}, \\ \chi(\omega) = 1 + \frac{\Gamma}{|\omega|}. \quad (7)$$

这里 $\Gamma = \pi N(0) V^2$ 其中 $N(0)$ 是在固定自旋方向下的费米面电子态密度。量 Γ 是由于杂化过程产生的准局域态的宽度。

电子格林函数在费米面附近具有众所周知的结构

$$G(\mathbf{p}, \omega) = \left[i\omega \left(1 + \frac{1}{2\tau|\omega|} \right) - \xi_{\mathbf{p}} \right]^{-1} \quad (8)$$

其中我们引入了化学势的一个不显著的 $\mu \rightarrow \mu + \delta\mu$ 重正化作为 $\delta\mu = -cV^2 E(E^2 + \Gamma^2)^{-1}$ 。电子态的阻尼幅度等于

$$\frac{1}{2\tau} = cV^2 \frac{\Gamma}{E^2 + \Gamma^2} \quad (9)$$

并且与共振中心的浓度 c 成正比,也与杂化势 V 的四次方成正比,因为 $\Gamma \sim V^2$ 。我们从上述方程 (7)

$$\nu_b(0) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{E^2 + \Gamma^2}. \quad (10)$$

局域态密度 $\nu_b(0)$ 与杂化势 V 一同消失。

IV. 局部相互作用和局域态能量的重整化

让我们从考虑电子在局部状态下的交互效应 U 对能级 E_0 位置的影响开始。用于寻找局域态的格林函数 $g(\omega)$ 的平凡方程如图 2 所示。圆表示局部状态下电子之间的相

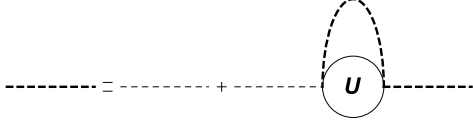


图 2: 虚线标记了被探测的格林函数 $g^{(0)}(\omega)$, 实心虚线表示的是局域态的重正化格林函数 $g(\omega)$ 。空心圆圈表示局部状态中电子之间的相互作用 U 。

互作用 U 。因此, 格林函数 $g(\omega)$ 的方程为

$$g(\omega) = g^{(0)}(\omega) + g^{(0)}(\omega) \Sigma g(\omega),$$

$$\Sigma = UT \sum_{\omega_1} g(\omega_1). \quad (11)$$

解这个方程, 我们得到重整化能量局部状态下的格林函数 $g(\omega)$ 的表达式 (5) 这里

$$E = E_0 + \frac{U}{2}n. \quad (12)$$

其中 n 是共振中心处局域电子的平均密度。

杂化与传导电子的存在, 导致了局域能级的宽度 Γ 的变化, 也将引起同一中心处于局域状态下的电子之间相互作用 U 的变化。对于重正化的顶角, 我们在图 3 中有以下图形方程。在图 3 中, 重整化相互作用 $\Gamma(\Omega)$ 由阴影圆

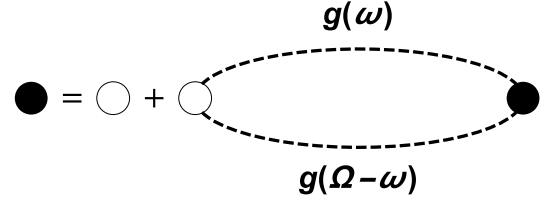


图 3: 格林函数 $g(\omega)$ 和 $g(\Omega - \omega)$ 由虚线指定。空心圆表示在 U 中心处的电子被探测到的相互作用 U 。阴影圆表示在 U 中心处的重整化相互作用 $\Gamma(\Omega)$ 。

表示, 虚线表示重整化的格林函数 $g(\omega)$ 。与该图对应的方程如下:

$$\Gamma(\Omega) = U + U \Pi(\Omega) \Gamma(\Omega),$$

$$\Pi(\Omega) = -\frac{1}{2}T \sum_{\omega} g(\omega) g(\Omega - \omega) \quad (13)$$

其中 Ω 是入射粒子频率的总和。求解这些方程 (13) 并计算 $\Pi(\Omega) = \Pi_1(\Omega) + i\Pi_2(\Omega)$, 我们得到

$$\Pi_1(\Omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(2E - |\Omega|)^2 + 4\Gamma^2} \left[\ln \frac{(|\Omega| - E)^2 + \Gamma^2}{E^2 + \Gamma^2} + \frac{2(|\Omega| - 2E)^2 + 4\Gamma^2}{(|\Omega| - 2E)\Gamma} \arctan \frac{E}{\Gamma} + \frac{4\Gamma}{|\Omega| - 2E} \arctan \frac{E - |\Omega|}{\Gamma} \right],$$

$$\Pi_2(\Omega) = -\frac{\text{sgn } \Omega}{\pi} \frac{2\Gamma}{(|\Omega| - 2E)^2 + 4\Gamma^2} \left[\frac{\Gamma}{|\Omega| - 2E} \ln \frac{(|\Omega| - E)^2 + \Gamma^2}{E^2 + \Gamma^2} + \arctan \frac{E}{\Gamma} - \arctan \frac{E - |\Omega|}{\Gamma} \right]. \quad (14)$$

在计算超导转变温度 T_c 时, 我们将关注总频率为零的情况 $\Omega = 0$ 。代替初始相互作用强度 U , 出现了一个有效的相互作用参数 U_{eff} , 并且等于

$$U_{\text{eff}} = \frac{U}{1 + \frac{U}{\pi E} \arctan \frac{E}{\Gamma}}. \quad (15)$$

V. 传导电子之间的共振吸引

让我们考虑以下过程。一对传导电子与同一个 U 中心碰撞, 进入局域态, 相互作用, 然后再次过渡到传导电

子的非局域态。这样的过程可以与图 4 中的图形关联起来, 表示传导电子之间的有效相互作用。这种有效相互作用完全类似于普通的四费米子相互作用。如往常一样, 通过对 U -中心的随机空间定位进行平均, 我们得到了传导电子之间有效相互作用的关系式

$$\Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}(p_1, p_2, p_3, p_4) = (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$$

$$\times L_{\alpha\beta\gamma\delta} \Gamma(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4), \quad p = (\mathbf{p}, \omega) \quad (16)$$

其中 $L_{\alpha\beta\gamma\delta} = \delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}$ 是与方程 (2) 中相同的反对称自旋算符。如预期的那样, 只有自旋相反的电子相互

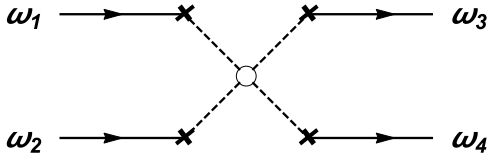


图 4: 实线与传导电子相关。虚线对应于局域态。这里的叉号表示强度为 V 的相互作用。圆圈是共振 U 中心。

作用，并且涡旋 $\Gamma(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$ 由

$$\Gamma(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) = cUV^4 g(\omega_1)g(\omega_2)g(\omega_3)g(\omega_4). \quad (17)$$

给出。让我们处理频率为 $\omega_i = \xi(p_i)$ 的顶点 $\Gamma(p_1, p_2, p_3, p_4)$ ，其中 $(i = 1, 2, 3, 4)$ 。这个顶点在费米面处准粒子-准粒子散射的振幅中起着关键作用。换句话说，我们需要零频率下的顶点 (17)。

$$\Gamma(0) = \Gamma(+0, -0, +0, -0) = \frac{cU}{\pi^2 N^2(0)} \frac{\Gamma^2}{(E^2 + \Gamma^2)^2}. \quad (18)$$

这个振幅 $\Gamma(0)$ 在计算超导转变温度的过程中将会遇到。

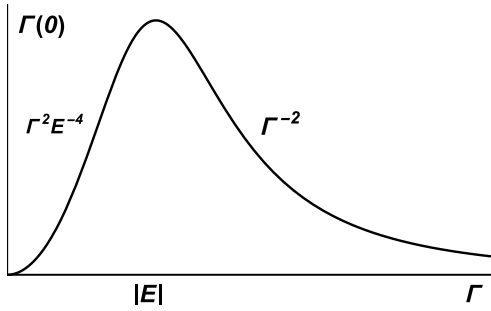


图 5: 振幅 $\Gamma(0)$ 作为局部层级宽度 Γ 的函数与能量 E 。

我们可以从方程 (18) 看出，传导电子之间的有效相互作用符号与相互作用 U 的符号一致。

在图 5 中，我们展示了幅度 $\Gamma(0)$ 作为局部能级宽度的函数与能量 E 的关系。因此，对于小宽度的局部能级以及非常大的宽度，相互作用都很弱。相互作用的最大值出现在 $\Gamma \sim |E|$ 处。这种行为很容易理解。对于大宽度 Γ ，由于在 U 中心的寿命短，位于局域状态的电子没有时间进行相互作用。在小宽度 Γ 的相反极限下，电子主要位于 U 中心并且无法逃离。

VI. 超导转变温度的确定

在前一节中我们已经找到了电子之间有效相互作用的大小。因此，我们可以确定超导转变温度。让我们写出

库珀通道中传导电子顶点的方程。对应图 6 中的图形并确

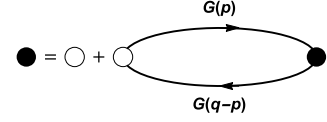


图 6: 顶点 $\Gamma(q, p)$ 在库珀通道中的示意图。实线是格林函数。

定顶点极点的方程具有通常的形式 [20]

$$1 = -T \sum_{\omega} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \Gamma(\Omega - \omega, \omega) G(\mathbf{p}, \omega) G(-\mathbf{p}, \Omega - \omega). \quad (19)$$

这里的温度 Matsubara Green 函数

$$G^{-1}(\mathbf{p}, \omega) = \Sigma'(\omega) + i\Sigma''(\omega) - \xi_{\mathbf{p}} \quad (20)$$

由表达式 (7) 确定。交互作用 $\Gamma(\Omega - \omega, \omega)$ 由方程 (17) 给出，

$$\Gamma(\Omega - \omega, \omega) = cU_{\text{eff}}(\Omega) V^4 g^2(\Omega - \omega) g^2(\omega), \quad (21)$$

c 是 U -中心的浓度。

我们预计温度 T 中的第一个极点出现在总频率 $\Omega = 0$ 为零时。因此，方程 (19) 转换为确定超导转变温度的方程 T_c :

$$1 = -T \sum_{\omega} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} cU_{\text{eff}}(0) V^4 \times g^2(\omega) g^2(-\omega) G(\mathbf{p}, \omega) G(-\mathbf{p}, -\omega). \quad (22)$$

对动量 $\mathbf{p}$ 进行积分得到

$$1 = -cU_{\text{eff}}(0) V^4 N(0) \pi T \sum_{\omega} \frac{g^2(\omega) g^2(-\omega)}{\Sigma''(|\omega|)}. \quad (23)$$

代入来自 (20) 和 (7) 的表达式，我们得到了确定转变温度 T_c 作为 Matsubara 频率 $\omega = \pi T(2n + 1)$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 总和的最终方程：

$$\frac{1}{\lambda_{\text{eff}}} = \pi T \sum_{\omega} \left(\frac{E^2 + \Gamma^2}{E^2 + (|\omega| + \Gamma)^2} \right)^2 \times \left(|\omega| \left[1 + a \frac{E^2 + \Gamma^2}{E^2 + (|\omega| + \Gamma)^2} \left(1 + \frac{1+a}{a} \frac{1}{|\omega|\tilde{\tau}} \right) \right] \right)^{-1}. \quad (24)$$

这里我们表示为

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{eff}} &= \Gamma(0) N(0) = \frac{c|U_{\text{eff}}(0)|}{\pi^2 N(0)} \frac{\Gamma^2}{(E^2 + \Gamma^2)^2}, \\ a &= c \frac{\nu_b(0)}{N(0)} = \frac{c}{\pi N(0)} \frac{\Gamma}{E^2 + \Gamma^2}, \\ \frac{1}{\tilde{\tau}} &= \Gamma \frac{a}{1+a} = \frac{1}{2\tau} \frac{1}{1+a}. \end{aligned} \quad (25)$$

如从 (24) 所见, 频率总和 ω 在大约 $\Omega \sim \max(E, \Gamma)$ 的频率处收敛。通常, 量级 Γ 大约在 0.1 – 1 eV 左右, 因此我们在极限 $\Gamma \gg 2\pi T_c$ 下分析关系 (25)。此时方程 (24) 简化并简化为含有顺磁性杂质的超导体理论中熟知的方程 [21, 22]:

$$\ln \frac{T_{c0}}{T_c} = \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi\tilde{\tau}T_c}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right). \quad (26)$$

这里 $\psi(x)$ 是伽马函数或 digamma 函数的对数导数。因此, 我们有

$$T_{c0} \approx \Omega \exp\left(-\frac{1}{\tilde{\lambda}_{\text{eff}}}\right), \quad \tilde{\lambda}_{\text{eff}} = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{1+a}. \quad (27)$$

与掺杂了顺磁杂质的超导体不同, 在我们的系统中, 描述费米面上传导电子寿命的时间 $\tilde{\tau}$ (25) 起着磁散射时间的作用 (9)。类似于含有顺磁杂质的超导体, 这种阻尼导致超导转变温度降低。为了在缺乏电子-声子耦合的情况下存在超导性, 必须满足条件 $\tilde{\tau}T_{c0} > 1$ 。对于临界温度 T_{c0} 指数中的有效耦合常数的行为已在上一节中进行了分析。

假设系统中存在额外的电子-声子耦合, 则方程 (19) 和 (22) 可以通过将电子-声子耦合增加到共振相互作用来加以推广。因此, 临界温度 T_c 由方程 (26) 决定, 但我们应在公式 (27) 中替换 $\lambda_{\text{eff}} \rightarrow \lambda_{\text{eff}} + \lambda_{\text{e-ph}}$ 。我们假设这里德拜频率 ω_D 与频率 Ω 相当。

值得注意的是, 导数 $dT_c/dc|_{c=0}$ 的符号可以根据电子-声子常数 $\lambda_{\text{e-ph}}$ 和 U 以及 Γ 的大小的组合而为正或为负。换句话说, 将负的 U 中心掺杂到半导体中可能会导致超导转变温度 T_c 增加或减少。类似的结论在 [4, 12–14] 的工作中也被观察到。

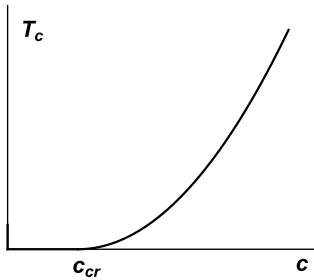


图 7: 临界温度 T_c 与共振 U 中心浓度 c 的行为。

VII. 总结

在图 7 和图 8 中, 我们展示了超导转变温度 T_c 作为 U 中心浓度 c 和相互作用强度 U 的函数的行为, 在系统缺乏电子-声子耦合的情况下。从图中可以看出, 在共振 U 中心的浓度足够大且电子在局域态上的吸引力 U 充分大的情况下, 临界温度 T_c 是非零的。这种行为的原因是杂化同时导致了传导电子之间的吸引以及由于它们过渡到另一个状态而导致的这些电子的阻尼。因此, 库珀对中心电子态的相干性崩溃。

超导转变温度 T_c 的增长应该通过减少阻尼来实现, 即频率 $\tilde{\tau}^{-1}$ 在方程 (25) 中确定。另一方面, 由于电子之

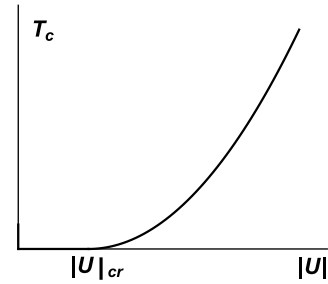


图 8: 临界温度 T_c 与局域态电子之间相互作用的强度 U 的行为。

间的吸引力也与 U 中心浓度和杂化电位 V 成正比, 频率 $\tilde{\tau}^{-1}$ 的降低意味着有效减少传导电子间的吸引力。这使得我们无法增加超导转变的临界温度 T_c 。毫无疑问, 过渡温度的增长源自于共振 U 中心处相互作用强度的增加。

即使在低浓度的 U 中心存在下发生电子-声子耦合时, 超导性仍然得以保持。通过用共振 U 中心掺杂半导体, 可以使临界温度上升或下降。对于电子声子耦合常数 $\lambda_{\text{e-ph}}$ 的小值, 导数 $dT_c/dc|_{c=0} < 0$ 为负, 并且需要 $\lambda_{\text{e-ph}} > (\lambda_{\text{e-ph}})_{\text{min}}$ 才能使导数 $dT_c/dc|_{c=0}$ 变为正。从物理角度来看, 这一事实意味着占据共振 U -中心的传导电子在处于 U -中心时会减弱电子声子吸引。

提高超导转变温度 T_c 的最优化关系是能级宽度 Γ 大约等于能级能量 E 。在弱杂化情况下, 传导电子很少占据共振 U 中心, 而在强杂化情况下, 传导电子停留时间非常短以传递有效的 U 吸引。半导体中存在共振负 U 中心可以显著提高临界温度, 前提是其参数经过特别选择。

- [1] P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett., **34**, 953 (1975).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.34.953>
 [2] M. Kastner, J. Non-Cryst. Solids. **31**, 223 (1978).

- [https://doi.org/10.1016/0022-3093\(78\)90106-0](https://doi.org/10.1016/0022-3093(78)90106-0)
 [3] M. H. Cohen, E. N. Economou, and C. M. Soukoulis, Phys. Rev. B **29**, 4496 (1984).

- <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.29.4496>
- [4] H. B. Schüttler, M. Jarrel, and D. J. Scalapino, Phys. Rev. Lett. **58**, 1147 (1987).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.1147>
- [5] I. B. Bersuker, *The Jahn-Teller effect*, (Cambridge Univ. Press, 2006).
<https://doi.org/10.1017/CB09780511524769>
- [6] Yu. V. Andreev, K. I. Geiman, I. A. Drapkin, A. A. Matveenko, E. A. Mozhaev, and B. Ya. Moizhes, FTP (Sov. Phys. Semiconductors) **9**, 1873 (1975).
- [7] S. N. Lykov, *Low Temperature Specific Heat and Superconductivity of Doped Lead Telluride* (PhD, Leningrad, 1982); *Superconductivity of Semiconductors* (St. Petersburg, "Nauka", 2001). (In Russian)
- [8] R. A. Heim, J. W. Gibson, R. Mazelsky, R. G. Miller, and J. K. Huhm, Phys. Rev. Lett. **12**, 320 (1964).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.12.320>
- [9] R. A. Heim and P. H. E. Meijer, Phys. Rev. **179**, 497 (1969).
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.179.497>
- [10] J. F. Schooley, W. R. Hosler, and M. L. Cohen, Phys. Rev. Lett. **12**, 474 (1964).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.12.474>
- [11] J. F. Schooley, W. R. Hosler, E. Ambler, J. H. Becker, M. L. Cohen, and C. S. Koonce, Phys. Rev. Lett. **14**, 305 (1965).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.14.305>
- [12] J. F. Schooley, H. P. R. Frederikse, W. R. Hosler, and E. R. Pfeiffer, Phys. Rev. **159**, 301 (1967).
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.159.301>
- [13] C. S. Koonce, M. L. Cohen, J. F. Schooley, W. R. Hosler, and E. R. Pfeiffer, Phys. Rev. **163**, 380 (1967).
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.163.380>
- [14] X. Lin, G. Bridoux, A. Gourgout, G. Seyfarth, S. Krämer, M. Nardone, B. Fauqué, and K. Behnia, Phys. Rev. Lett. **112**, 207002 (2014).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.207002>
- [15] M. N. Gastiasoro, J. Ruhman, and R. M. Fernandes, Ann. Phys. **417**, 168107 (2020).
<https://doi.org/10.1016/j.aop.2020.168107>
- [16] C. Collignon, X. Lin, C. W. Rischau, B. Fauqué, and K. Behnia, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **10**, 25 (2019).
<https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031218-013144>
- [17] M. Park and S. Bum Chung, Nanomat. **15**, 137 (2025).
<https://doi.org/10.3390/nano15020137>
- [18] A. A. Abrikosov, L. P. Gor'kov, and I. Ye. Dzyaloshinskii, *Quantum Field Theoretical Methods in Statistical Physics* (Oxford: Pergamon, 1965).
- [19] C. S. Ting, D. N. Talwar, and K. L. Ngai, Phys. Rev. Lett. **45**, 1213 (1980).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.1213>
- [20] E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics, Part II* (Oxford: Pergamon, 1980).
- [21] A. A. Abrikosov and L. P. Gor'kov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39**, 1781 (1960) [Sov. Phys. JETP **12**, 1243 (1961)].
- [22] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, 2nd edn. (CRC Press, 1999) [Benjamin, New York, 1966].
<https://doi.org/10.1201/9780429497032>