# 铜酸盐欠掺杂中的量子临界性演化

Changshuai Lan<sup>1</sup>, Chengyu Yan<sup>1,3,\*</sup>, Yihang Li<sup>1</sup>, Qiao Chen<sup>1</sup>, Huai Guan<sup>1</sup>, Xinming Zhao<sup>1</sup>, Dong Wu<sup>2</sup>, Butian Zhang<sup>1</sup>, Youwei Zhang<sup>1</sup>, and Shun Wang<sup>1,3,\*</sup>

<sup>1</sup>Ministry of Education Key Laboratory of Fundamental Physical Quantities Measurement and Hubei Key Laboratory of Gravitation and Quantum Physics, National Precise Gravity Measurement Facility and School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China

- <sup>2</sup>Beijing Academy of Quantum Information Sciences, Beijing 100193, P. R. China
- <sup>3</sup>Institute for Quantum Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China
- \*corresponding author(s): Chengyu Yan(chengyu\_yan@hust.edu.cn), Shun Wang(shun@hust.edu.cn)

#### **ABSTRACT**

量子临界性,其系统中的静态和动态信息本质上编码在特征长度尺度中,作为监测量子相变的最敏感和通用探针之一。即使是同一凝聚态系统中,也广泛观察到了性质截然不同的量子临界行为。这种差异归因于样品特异性,但尚未进行系统性的研究。在这里,我们报告了欠掺杂 Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub> 薄片中超导-绝缘体转变中由单参数驱动的三阶段量子临界性演变。这一演变始于超导相和反铁磁相边界处出现单一量子临界点,然后在中等掺杂水平下演变为异常量子格里菲斯奇异性,并最终被深度超导区域中的量子格里菲斯奇异性取代。一个结合了反铁磁关联发展的水坑模型可以捕捉这种演变。这些结果提供了一个新的方面来审视先前看似特定于样品的量子临界行为,并为进一步探索强相关系统中复杂的量子临界性奠定了基础;同时,它们还揭示了铜酸盐中超导性和反铁磁性之间详细相互作用的细节。

量子临界性,与空间相关长度  $\xi_l \propto |\delta|^{-\nu}$  和时间相关长度  $\xi_\tau \propto |\delta|^{-\nu}$  的发散有关,作为通用探针用于表征非常规超导电性  $^{1-4}$ 、重费米子  $^{5,6}$ 、复杂磁性  $^7$  和拓扑态  $^{8,9}$  等各种凝聚态系统中的量子相变。最近,一系列关于量子临界性的研究甚至展示了对从核子  $^{10}$  到宇宙  $^{11,12}$  的物理机制一致性具有卓越见解。

系统接近量子临界点的方式细节以及由 Harris 准则决定的量子临界点稳定性,考虑了淬火无序之后,量子临界行为可能会表现出相当非平凡的  $^{13,14}$ 。如果满足 Harris 准则 dv>2,其中 v 是关联长度指数而 d 是维度,则预期会出现单一量子临界点(QCP)。QCP 是在量子相变过程中对外部控制参数固定的临界点  $^{2,15-17}$ 。如果违反了 Harris 准则 dv<2,将发生量子 Griffiths 奇异性(QGS)。QGS 的主要实验特征是变化的临界点和临界指数的发散  $^{18-21}$ 。进一步地,如果 QGS 补充以不同相互作用或关联状态之间的竞争,例如自旋轨道耦合与超导配对之间的竞争,异常量子 Griffiths 奇异性(AQGS)可能会出现。AQGS 的特征是临界指数的发散以及非单调相边界  $^{22,23}$ 。目前人们认为 QGS 和 AQGS 的核心机制可以互相转换  $^{23}$ ,一个具有单调相边界而另一个则具有非单调相边界。对 AQGS 的理解仍处于初级阶段。然而,观察到偏离标准 QCP 的行为本身已经构成了对量子临界性理解的一次飞跃。

然而,仍有一些基本问题需要解决。由于无序和量子涨落对量子临界性有深远影响,在同一凝聚态系统中使用不同方法制备或甚至相同实验方法 <sup>2,24-26</sup> 下,临界指数存在较大变化始终受到关注。更重要的是,同一体系中的样品之间的量子临界性行为也可能不同,例如在氧化铟薄膜 <sup>15,27</sup> 和石墨烯上的锡纳米岛阵列 <sup>28,29</sup> 中独立观察到了 QCP和 QGS 行为。某种意义上,同一样品中多种量子临界性的共存尚未得到确证,并且单独通过参数空间的连续调制来区分不同的量子临界性行为也没有确立。目前尚不确定上述量子临界性的差异是样本特有还是更广泛的遍历演化过程的一部分,该过程中涉及了多重量子临界行为。为了解决量子临界性中的这一基本难题,非常希望能够在单一系统中展示多种类型的量子临界的共存,并通过一个控制旋钮实现这些量子临界行为之间的连续过渡。同时,量子临界性的演化自然会监测控制参数对无序主导的局部动力学同步的影响,在 QGS 或 AQGS<sup>30</sup> 情况下由与无序相关的

局部时态相关长度捕捉到全局动力学中嵌入在系统整体的全球时态相关长度内,在  $QCP^{31}$  情况下。这一同步过程在整个物理学的不同分支都具有普遍兴趣,并可能揭示超出标准相变框架的新阶段动力学  $^{30,31}$ 。此外,如果确实可以驱动量子临界性的演化,则量子临界性可被实现为一种通用探针,在广泛的参数空间中扫描系统的基态。在本工作中,我们使用高温超导体  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}(BSCCO)$  作为模型系统来演示由掺杂水平驱动的不同量子临界的过渡。结合二维铜酸盐中的增强的量子涨落、不同相关状态之间的复杂竞争,特别是超导性和反铁磁性之间的竞争,以及在广泛的范围内调节无序强度和分布的能力,我们在欠掺杂 BSCCO 中揭示了随着掺杂水平增加的量子临界性的演化。 QCP 出现在超导相和反铁磁相边界之间,然后在中等掺杂水平上演变为 AQGS,并最终在深超导域内被 QGS取代。提出了一种结合反铁磁相关性发展的水坑模型来捕捉观察结果。因此,我们的工作强调了由单一控制参数驱动的多阶段演化量子临界性的可能性,并开启了一个新的探索强关联系统复杂量子临界的旅程。此外,本工作中观测到的 AQGS和 QCP不仅提供了一种敏感的探针来确定超导域中反铁磁相关性出现的掺杂范围,而且还揭示了超导性和反铁磁之间的详细相互作用。上述两点对于识别铜酸盐从母体反铁磁绝缘体发生超导性的机制至关重要。

## 调制和表征样品

无序的强度和分布是决定不同量子临界行为的主要因素之一  $^{13,32,33}$ 。通过调节掺杂水平来诱导无序是一种成熟的技术,方法是采用真空退火处理  $^{2,34}$ 。在这项工作中,BSCCO 薄片在或高于  $^{300}$ K 的温度下进行了真空退火。我们可以利用  $^{30}$ B 中面上由无序引起的可逆超导行为来量化掺杂水平  $^{34,35}$ 。从图  $^{30}$ B 中描绘的非单调 RT 曲线,我们可以得出两个临界温度。一个是平凡的临界温度  $^{30}$ B  $^{30}$ B

超导体-绝缘体转变(SIT)作为量子临界性的一个范例,可以在整个掺杂范围内被观察到。图 1(c)-(e) 显示了在三个不同掺杂水平下的外加磁场中温度依赖电阻的典型行为,分别是 p=0.073 (QGS)、p=0.055 (AQGS) 和 p=0.0525 (QCP)。所有三种情况下的温度依赖电阻曲线在定性上是相似的。首先, $T_c$  和重新进入超导性的电阻峰值随着磁场强度增加向较低温度移动,这是涡旋动力学  $^{34}$  的结果。更重要的是,一旦磁场超过一个特定掺杂水平的值,电阻就会随温度降低而升高,这表明  $SIT^{15,16,32,33}$  的发生。此后,我们将关注在相对较低温度(低于掺杂依赖的  $T_c$ )下的磁阻(简称为 RH),以突出 SIT 中出现的不同量子临界行为,并揭示这些行为之间的转变。

## 量子临界性的演化

AQGS 在 0.055 内已被监控。图 <math>3 显示了在 p = 0.055 的典型结果(其他掺杂水平下的 AQGS 数据可以在补充信息的第 4 节中找到)。此处,RH 曲线在给定磁场下两个相邻温度交叉点如图 3(a) 及其插图所示。为了确定是否存在量子临界行为,我们采用分析具有变化临界点 18-20,22,29 的数据的标准协议。我们将数据分成一系

列小的温度窗口,然后在每个窗口内进行标度有限大小系统(FSS)分析。在每个窗口中,可以识别出一个交叉点 $B_c$ ,并且经过缩放后 RH 数据会在该 $B_c$  附近坍塌。图 3(b) 表明, $B_c$  最初通过降低温度而增加,然后在最低温度范围内逐渐下降。关键指数 zv 遵循  $zv \propto (B-B_c^*)^{-0.6}$ ,在如图 3(c) 所示的  $B_c$  减少段中。非单调  $B_c-T$  相边界和标度指数-0.6 与近期研究报道的 AQGS 特性吻合良好。建议由于强自旋轨道耦合加上淬灭无序抑制了超导性,导致了AQGS<sup>22,23</sup>。然而,欠掺杂的 BSCCO 并不以能够抑制超导性的强自旋轨道耦合而闻名 38。相反,我们认为在低掺杂区域中超导性和反铁磁性之间的竞争自然会抑制低温下的超导性 39,这可能会导致在存在淬灭无序的情况下出现AQGS。这一论断将在讨论部分得到论证。

进一步增加掺杂水平(0.06 < p < 0.09),QGS 似乎占据了主导地位。图 4 显示了在 p = 0.073 时的典型结果(其他掺杂水平下的 QGS 数据可以在补充信息的第 4 节中找到)。RH 数据与 AQGS 在变化交叉点方面类似。通过提取交叉点  $B_c$  并进行尺度不变性分析,可以获得更多见解。随着温度降低到我们研究中的最低可用温度, $B_c$  急剧上升,并且非常类似于 BSCCO<sup>34</sup> 中的涡旋熔化场的趋势,如图 4(b)所示。很明显,zv 在零温度下发散,并遵循激活型标度  $zv \propto (B_c^* - B)^{-v\psi}$ 。 $v\psi$ =0.6,表示二维无穷随机性,在广泛的二维超导系统 <sup>30</sup> 中普遍观察到 QGS。因此,在这个区域内我们已经识别了 QGS 的两个主要特征:变化的量子临界点和 zv 的发散。必须强调的是,由于低温恒温器的基础温度限制,我们不能直接排除非单调  $B_c$ ,即 AQGS 的标志可能在极低温度下出现的可能性。换句话说,在QGS 与 AQGS 之间的精确掺杂水平边界可能需要更先进的测量。然而,由于深超导相中反铁磁涨落消失,高掺杂水平下 QGS 应该取代 AQGS。

# 讨论

反铁磁关联在超导液滴中的发展可以定性地解释量子临界性随掺杂水平的变化。

水坑模型是一种理解铜酸盐中局部微观结构对全局性质影响的范式  $^{2,40-42}$ 。它表明,空位和氧浓度将系统分割成具有不同  $T_c$  的超导水坑。这些超导水坑被大小各异的非超导区域包围。非超导区域的尺寸和空间分布可以通过调整超导水坑之间的约瑟夫森耦合来调节全局超导性  $^{43}$ 。此外,非超导区域的本质,即是否为平凡的正常状态核心或某种局部短程波动或短程有序,为解释铜酸盐中的广泛现象增添了更多内涵。然后我们可以将水坑模型的一般思想及其从文献中推断出的非超导区域特征应用于不同的掺杂范围。

QGS 相( $0.06 ):在欠掺杂侧的深超导相中。非超导相主要由平凡的正常状态核心构成,这些核心作为量子相变 <math>^{13,14}$  中的淬火无序因素存在,并将系统分解为超导液滴。这些超导液滴通过约瑟夫森耦合  $^{43}$  相互连接,在低温下表现出全局相位相干,如图 5 的蓝色区域所示。增加磁场会减弱约瑟夫森耦合,并诱导出涡旋玻璃态(图 5 中的紫色区域)。因此,全局超导性不再存在,而有序的超导相则限制在未连接的超导液滴内。每个超导液滴在其临界点附近决定了量子相变,导致了不同的临界点。因此,在这一区域内出现了 QGS。由于涡旋玻璃在此区域对 SIT 起到了核心作用,难怪相边界, $B_{c}$ -T 曲线在图 4(b) 中模拟了涡旋熔化场曲线。同样的图片已在广泛材料中成功实现,以解释 QGS<sup>18-21</sup> 的发生。

AQGS 相  $(0.055 : 在降低掺杂水平后,主要图像仍然存在,这是导致动态临界指数发散的原因。然而,需要额外的控制参数来生成非单调的 <math>B_c$ -T 相边界,这使得 AQGS 与 QGS 区别开来。在之前对无序金属薄膜和界面超导体的研究中,自旋轨道耦合可以通过抑制超导性  $^{22,23}$  来导致非单调的相边界。另一方面,欠掺杂的 BSCCO 并不具备显著的自旋轨道耦合  $^{38}$ 。相反,大量的 ARPES  $^{44}$ 、磁阻  $^{45}$  和中子散射  $^{46}$  测量表明,在铜酸盐低掺杂水平下的非超导区域内出现了局域反铁磁涨落或局部 AFM 秩序。局部 AFM 成分可能会抑制超导性,类似于在反铁磁超导体如  $^{46}$  HoNi<sub>2</sub> $^{29}$  中发生的情况。更有趣的是,在反铁磁超导体中非单调的  $^{46}$  是不 相界实际上表现为再人超导行为  $^{39}$ ,这也在我们的实验中得到体现,如图  $^{46}$  所示。将非超导特性插入相变过程中可以看到,增加磁场会驱动一个量子相变,从具有全局超导性的有序相转变到由局部反铁磁区域构成的无序相,如图  $^{46}$  中的绿色区域所示。非超导区域的类似水坑状分布导致动力学临界指数发散,同时非超导区域的局域尺度 AFM 特性导致了非单调的  $^{46}$  形,在这一区间内可以观察到 AQGS。反铁磁涨落会随着掺杂水平增加而自然减弱,进入深超导区,因此 QGS 可以在该区域内取代 AQGS。

QCP 区域(p=0.0525): 在超导相与反铁磁相之间的边界,在一定的磁场下,长程反铁磁序最终稳定下来。磁场驱动了一个从长程超导序到长程反铁磁序的量子相变,这个全局相变由一个单独的 QCP 主导,如图 5 中的橙色区域所示。这一结果与之前的报道一致,即在单层 BSCCO<sup>2</sup> 中,在极低掺杂水平下观察到了 QCP 行为。至于图 2 (c) 中分段线性动态临界指数,它源于热涨落和无序之间的竞争  $^{28,37}$ 。在相对较高的温度下,热涨落占主导地位,导致了 zv>1。淬火无序在低温时影响更大,导致了 zv<1。

除了研究量子临界性本身,我们还可以利用量子临界行为来绘制欠掺杂 BSCCO 的相图,作为磁场和掺杂水平的函数,如图 5 所示。量子相变发生在零温度  $^{31,47}$ 。因此,为了正确地绘制相图,我们必须从有限温度测量的  $B_c$  中提取出零温度下量子临界性的特征磁场  $B_c^*$ 。在量子临界点的情况下,这是相当直接的,因为临界点与温度无关。在QGS 和 AQGS 的情况下, $B_c^*$  在临界指数 zv 的 FSS 缩放分析中被包围,见图 3(c) 和图 4(c) 中的虚线,自然对应于无穷随机量子临界点  $^{18-22}$ ,因此标记了相边界。值得注意的是,从图 5 中提取的  $B_c^*$ (圆圈标记)与通过 RH 振荡测量在 0K 下获得的涡旋熔化场(菱形标记) $^{34}$  非常一致,突显了涡旋玻璃状态在 QGS 中的核心作用。从图 5 中可以看出,在反铁磁关联可忽略不计的 QGS 区域, $B_c^*$  相对缓慢地减少,但在 AQGS 区域一旦激活反铁磁关联,则会迅速下降,并最终随着 QCP 区域长程反铁磁序的确立而接近零。

相图扩展了传统观点,即单一量子临界点主导超导性和其他关联态  $^{2,17,48}$  之间的相互作用,通过识别来自微观结构的其他量子临界行为  $^{22,28,37,49}$  。

特别是,它揭示了反铁磁微观结构的关键作用,包括局部反铁磁涨落或短程反铁磁序,在连接超导和反铁磁方面的作用,并指定了 SC-AFM 共存区的掺杂范围应为 0.0525 ,在此范围内发生 QCP 和 AQGS。

由于缺乏极低温数据,我们不能排除邻近 p=0.06 处的 QGS 实际上可能是 AQGS 的可能性,因此共存区的上限可能被低估了。关于 AFM 微观结构的额外见解,以及最近对自旋纹理  $^{50}$ 、电荷有序绝缘体  $^{42}$  和棋盘状岛  $^{51}$  的研究表明,微观结构在高- $T_c$  超导体的全局超导性形成中具有深远影响。

综上所述,我们观察到量子临界性从 QCP 演化至 AQGS,并最终随着欠掺杂 BSCCO 中掺杂水平的增加而结束为 QGS。这种演化可以通过考虑反铁磁关联出现的超导池模型来定性地捕捉到。随着量子临界性的演变,我们可以绘制出 0K 下欠掺杂 BSCCO 的磁场-掺杂水平相图。该相图突出了反铁磁性和超导电性相互竞争的掺杂范围应该是 0.0525 ,并表明反铁磁性通过正常区域内的局部反铁磁涨落表现出来,这些正常区域将稀有的超导池分隔开。因此,我们的结果阐明了相关系统中的量子临界性和铜酸盐中超导配对机制。

### 方法

**单晶生长**。高质量 BSCCO 单晶的生长方法是浮区光学图像炉法。将  $Bi_2O_3$ 、 $SrCO_3$ 、 $CaCO_3$  和 CuO(名义化学比为 Bi:Sr:Ca:Cu=2:2:1:2)粉末充分混合、研磨并在 820°C 下加热 50 小时,期间进行中间研磨。在 70 MPa 的压力下,将加热后的粉末压制成喂料棒。然后,在流动氧气中,将该棒在 850°°C 下退火 24 小时。送料杆在浮动区炉中以约 0.8 毫米/小时的送料速度,在混合气体流  $[O_2(20\%)+Ar$  (80%)] 下熔化。

**设备制造与测量**。BSCCO 碎片(30-50 nm)通过机械剥离并干燥转移到预先图案化的电极(Ti 15nm/Au 35nm)上,在一个充满的手套箱中( $N_2$ , $H_2$ O <0.01 ppm, $O_2$  <0.01 ppm)。样品立即被加载到高真空低温恒温器中,通常在剥离后 30 分钟内进行,以防止无意中的氧气释放过程。为了在不同的掺杂水平下进行 4 探针测量,我们重复了一个真空退火测量协议: 首先,在高真空条件下,BSCCO 样品保持在或高于 300 K 的温度一段时间。氧气自然从样品中释放出来,这调节了掺杂水平。这个过程被称为真空退火。然后,系统冷却到基底温度,并以 4 探针配置进行详细测量(激励电流为  $10\mu$ A)。氧气释放速率在温度降至 200 K 以下时显著降低。我们通过频繁监测正常状态电阻,确保了感兴趣的温度范围内(<100 K)掺杂水平几乎保持不变。典型样品的掺杂水平与真空退火时间的关系总结如图 1 所示。有必要强调的是,掺杂水平与退火时间之间的关系因样品而异。

### References

- 1. Fernandes, R. M. et al. Iron pnictides and chalcogenides: a newăparadigm for superconductivity. Nature 601, 35–44, DOI: 10.1038/s41586-021-04073-2 (2022).
- 2. Yu, Y. et al. High-temperature superconductivity in monolayer  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$ . Nature 575, 156–163, DOI: 10.1038/s41586-019-1718-x (2019).
- **3.** Michon, B. *et al.* Thermodynamic signatures of quantum criticality in cuprate superconductors. *Nature* **567**, 218–222, DOI: 10.1038/s41586-019-0932-x (2019).
- Song, T. et al. Unconventional superconducting quantum criticality in monolayer WTe<sub>2</sub>. Nat. Phys. 20, 269–274,
  DOI: 10.1038/s41567-023-02291-1 (2024).
- 5. Gegenwart, P., Si, Q. & Steglich, F. Quantum criticality in heavy-fermion metals. *Nat. Phys.* 4, 186–197, DOI: 10.1038/nphys892 (2008).
- **6.** Wetli, C. et al. Time-resolved collapse and revival of the Kondo state near a quantum phase transition. Nat. Phys. **14**, 1103–1107, DOI: 10.1038/s41567-018-0228-3 (2018).
- 7. Rowley, S. E. et al. Ferroelectric quantum criticality. Nat. Phys. 10, 367–372, DOI: 10.1038/nphys2924 (2014).
- **8.** Ghiotto, A. *et al.* Quantum criticality in twisted transition metal dichalcogenides. *Nature* **597**, 345–349, DOI: 10.1038/s41586-021-03815-6 (2021).
- **9.** Li, Q. et al. Tunable quantum criticalities in an isospin extended Hubbard model simulator. Nature **609**, 479–484, DOI: 10.1038/s41586-022-05106-0 (2022).
- 10. Cejnar, P., Jolie, J. & Casten, R. F. Quantum phase transitions in the shapes of atomic nuclei. Rev. Mod. Phys. 82, 2155–2212, DOI: 10.1103/RevModPhys.82.2155 (2010).
- Alford, M. G., Schmitt, A., Rajagopal, K. & Schäfer, T. Color superconductivity in dense quark matter. Rev. Mod. Phys. 80, 1455–1515, DOI: 10.1103/RevModPhys.80.1455 (2008).
- 12. Phillips, P. W., Hussey, N. E. & Abbamonte, P. Stranger than metals. *Science* 377, eabh4273, DOI: 10.1126/science.abh4273 (2022).
- 13. Harris, A. B. Effect of random defects on the critical behaviour of Ising models. J. Phys. C: Solid State Phys. 7, 1671, DOI: 10.1088/0022-3719/7/9/009 (1974).
- 14. Vojta, T. & Hoyos, J. A. Criticality and quenched disorder: Harris criterion versus rare regions. *Phys. Rev. Lett.* 112, 075702, DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.075702 (2014).
- 15. Hebard, A. F. & Paalanen, M. A. Magnetic-field-tuned superconductor-insulator transition in two-dimensional films. *Phys. Rev. Lett.* 65, 927–930, DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.927 (1990).
- 16. Liu, Y. et al. Scaling of the insulator-to-superconductor transition in ultrathin amorphous Bi films. Phys. Rev. Lett. 67, 2068–2071, DOI: 10.1103/PhysRevLett.67.2068 (1991).
- 17. Bollinger, A. T. *et al.* Superconductor insulator transition in  $La_{2-x}Sr_xCu_2O_4$  at the pair quantum resistance. Nature 472, 458–460, DOI: 10.1038/nature09998 (2011).
- 18. Xing, Y. et al. Quantum Griffiths singularity of superconductor-metal transition in Ga thin films. Science 350, 542–545, DOI: 10.1126/science.aaa7154 (2015).
- 19. Saito, Y., Nojima, T. & Iwasa, Y. Quantum phase transitions in highly crystalline two-dimensional superconductors. *Nat. Commun.* 9, 778, DOI: 10.1038/s41467-018-03275-z (2018).

- **20.** Liu, Y. *et al.* Observation of in-plane quantum Griffiths singularity in two-dimensional crystalline superconductors. *Phys. Rev. Lett.* **127**, 137001, DOI: 10.1103/PhysRevLett.127.137001 (2021).
- 21. Zhao, Q. et al. Isotropic quantum Griffiths singularity in Nd<sub>0.8</sub>Sr<sub>0.2</sub>NiO<sub>2</sub> infinite-layer superconducting thin films. Phys. Rev. Lett. 133, 036003, DOI: 10.1103/PhysRevLett.133.036003 (2024).
- 22. Liu, Y. et al. Anomalous quantum Griffiths singularity in ultrathin crystalline lead films. Nat. Commun. 10, 3633, DOI: 10.1038/s41467-019-11607-w (2019).
- **23.** Wang, B. *et al.* Effectively tuning the quantum griffiths phase by controllable quantum fluctuations. *Sci. Adv.* **10**, eadp1402, DOI: 10.1126/sciadv.adp1402 (2024).
- 24. Wang, T. et al. Universal relation between doping content and normal-state resistance in gate voltage tuned ultrathin Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+x</sub> flakes. Phys. Rev. B 106, 104509, DOI: 10.1103/PhysRevB.106.104509 (2022).
- 25. Markovi, N., Christiansen, C. & Goldman, A. M. Thickness-magnetic field phase diagram at the superconductor-insulator transition in 2D. *Phys. Rev. Lett.* 81, 5217–5220, DOI: 10.1103/PhysRevLett.81.5217 (1998).
- **26.** Zeng, S. W. *et al.* Two-dimensional superconductor-insulator quantum phase transitions in an electron-doped cuprate. *Phys. Rev. B* **92**, 020503, DOI: 10.1103/PhysRevB.92.020503 (2015).
- 27. Lewellyn, N. A. *et al.* Infinite-randomness fixed point of the quantum superconductor-metal transitions in amorphous thin films. *Phys. Rev. B* 99, 054515, DOI: 10.1103/PhysRevB.99.054515 (2019).
- 28. Sun, Y. et al. Double quantum criticality in superconducting tin arrays-graphene hybrid. Nat. Commun. 9, 2159, DOI: 10.1038/s41467-018-04606-w (2018).
- 29. Chen, F. et al. Quantum Griffiths singularity in ordered artificial superconducting-islands-array on graphene. Nano Lett. 24, 2444–2450, DOI: 10.1021/acs.nanolett.3c03870 (2024).
- **30.** Wang, Z., Liu, Y., Ji, C. & Wang, J. Quantum phase transitions in two-dimensional superconductors: a review on recent experimental progress. *Reports on Prog. Phys.* **87**, 014502, DOI: 10.1088/1361-6633/ad14f3 (2023).
- **31.** Vojta, M. Quantum phase transitions. *Reports on Prog. Phys.* **66**, 2069, DOI: 10.1088/0034-4885/66/12/R01 (2003).
- **32.** Lin, Y.-H., Nelson, J. & Goldman, A. M. Suppression of the berezinskii-kosterlitz-thouless transition in 2d superconductors by macroscopic quantum tunneling. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 017002, DOI: 10.1103/PhysRevLett. 109.017002 (2012).
- **33.** Lin, Y.-H. & Goldman, A. M. Magnetic-field-tuned quantum phase transition in the insulating regime of ultrathin amorphous bi films. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 127003, DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.127003 (2011).
- **34.** Lan, C. *et al.* Vortex-driven periodic and aperiodic magnetoresistance oscillations in cuprates. *Phys. Rev. B* **109**, 115133, DOI: 10.1103/PhysRevB.109.115133 (2024).
- **35.** Zhao, Y. *et al.* Normal-state reentrant behavior in superconducting Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8</sub>\ Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>10</sub> intergrowth single crystals. *Phys. Rev. B* **51**, 3134–3139, DOI: 10.1103/PhysRevB.51.3134 (1995).
- **36.** Liao, M. et al. Superconductor insulator transitions in exfoliated  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$  flakes. Nano Lett. **18**, 5660–5665, DOI: 10.1021/acs.nanolett.8b02183 (2018).
- **37.** Biscaras, J. *et al.* Multiple quantum criticality in a two-dimensional superconductor. *Nat. Mater.* **12**, 542–548, DOI: 10.1038/nmat3624 (2013).
- 38. Jiang, K., Wu, X., Hu, J. & Wang, Z. Nodeless high-T<sub>c</sub> superconductivity in the highly overdoped CuO<sub>2</sub> monolayer. Phys. Rev. Lett. 121, 227002, DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.227002 (2018).

- **39.** Eisaki, H. *et al.* Competition between magnetism and superconductivity in rare-earth nickel boride carbides. *Phys. Rev. B* **50**, 647–650, DOI: 10.1103/PhysRevB.50.647 (1994).
- **40.** Fratini, M. *et al.* Scale-free structural organization of oxygen interstitials in la2cuo4+y. *Nature* **466**, 841–844, DOI: 10.1038/nature09260 (2010).
- **41.** Wang, S. et al. Oscillating paramagnetic meissner effect and berezinskii-kosterlitz-thouless transition in underdoped bi<sub>2</sub>sr<sub>2</sub>cacu<sub>2</sub>o<sub>8+δ</sub>. Natl. Sci. Rev. **11**, nwad249, DOI: 10.1093/nsr/nwad249 (2023).
- **42.** Cai, P. *et al.* Visualizing the evolution from the Mott insulator to a charge-ordered insulator in lightly doped cuprates. *Nat. Phys.* **12**, 1047–1051, DOI: 10.1038/nphys3840 (2016).
- **43.** Spivak, B., Oreto, P. & Kivelson, S. A. Theory of quantum metal to superconductor transitions in highly conducting systems. *Phys. Rev. B* **77**, 214523, DOI: 10.1103/PhysRevB.77.214523 (2008).
- **44.** Kurokawa, K. et al. Unveiling phase diagram of the lightly doped high- $T_c$  cuprate superconductors with disorder removed. Nat. Commun. **14**, 4064, DOI: 10.1038/s41467-023-39457-7 (2023).
- **45.** Lavrov, A. N., Kozeeva, L. P., Trunin, M. R. & Zverev, V. N. Competition and coexistence of antiferromagnetism and superconductivity in  $R\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$  (R = Lu, Y) single crystals. *Phys. Rev. B* **79**, 214523, DOI: 10.1103/PhysRevB.79.214523 (2009).
- **46.** Chang, J. *et al.* Tuning competing orders in La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>CuO<sub>4</sub> cuprate superconductors by the application of an external magnetic field. *Phys. Rev. B* **78**, 104525, DOI: 10.1103/PhysRevB.78.104525 (2008).
- 47. Sondhi, S. L., Girvin, S. M., Carini, J. P. & Shahar, D. Continuous quantum phase transitions. *Rev. Mod. Phys.* 69, 315–333, DOI: 10.1103/RevModPhys.69.315 (1997).
- 48. Seidler, G. T., Rosenbaum, T. F. & Veal, B. W. Two-dimensional superconductor-insulator transition in bulk single-crystal YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.38</sub>. Phys. Rev. B 45, 10162–10164, DOI: 10.1103/PhysRevB.45.10162 (1992).
- 49. Shi, X., Lin, P. V., Sasagawa, T., Dobrosavljevi, V. & Popovi, D. Two-stage magnetic-field-tuned superconductor
  insulator transition in underdoped La<sub>2-x</sub>Sr<sub>x</sub>Cu<sub>2</sub>O<sub>4</sub>. Nat. Phys. 10, 437–443, DOI: 10.1038/nphys2961 (2014).
- **50.** Wang, Z. *et al.* Topological spin texture in the pseudogap phase of a high- $T_c$  superconductor. *Nature* **615**, 405–410, DOI: 10.1038/s41586-023-05731-3 (2023).
- **51.** Ye, S. et al. The emergence of global phase coherence from local pairing in underdoped cuprates. Nat. Phys. **19**, 1301-1307, DOI: 10.1038/s41567-023-02100-9 (2023).

#### 致谢

我们感谢 X. Liu 的有益讨论。我们感谢国家自然科学基金委员会(12204184, 12074134)以及中央高校基本科研业务费专项资金(YCJJ20242113)的支持。

#### 作者贡献

C. L.、C. Y. 和 S. W. 设计了实验。C. L. 制备了样品。C. L. 和 C.Y. 进行了实验,得到了 Y. L.、Q. C.、H. G. 和 X.Z. 的技术支持。C. L. 和 Y. L. 完成了比例分析。D. W. 生长了单晶。B.Z. 和 Y.Z. 对单晶进行了光谱表征。C.L.、C.Y. 和 S. W. 分析了数据并撰写了手稿。C.Y. 和 S. W. 监督了项目。所有作者讨论了结果并对手稿做出了贡献。

#### 利益冲突

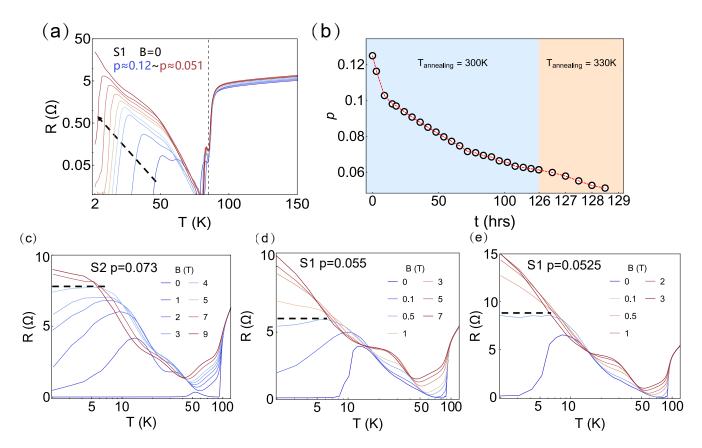
作者声明没有竞争利益。

# 数据可用性

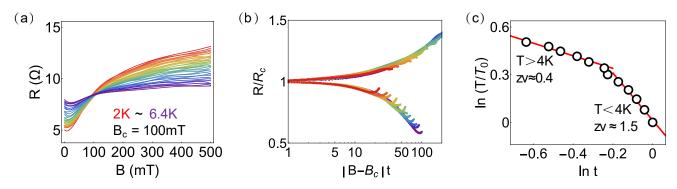
支持本研究发现的数据可在合理请求的情况下从通讯作者处获得。

# 代码可用性

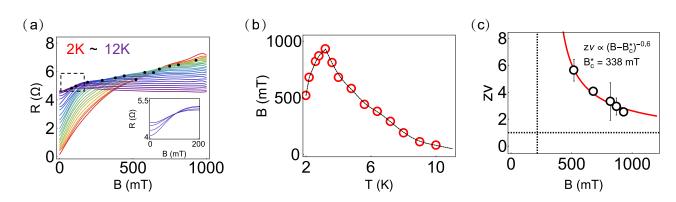
支持本研究发现的代码可在合理请求下由通讯作者提供。



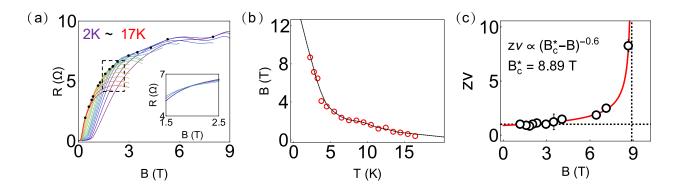
**Figure 1.** 真空退火器件的特征。(a) 不同掺杂水平下的温度依赖电阻。虚线黑色线条指引的是不敏感于掺杂水平的临界温度  $T_c$ 。(b) 掺杂水平作为退火时间函数的变化。当掺杂水平接近 p=0.06 时,在 300 K 的退火温度下氧释放速率显著降低,因此将退火温度增加到 330 K 以加速释放过程从而获得更低的掺杂水平。(c)-(e) 分别在存在垂直外场的情况下,p=0.073、p=0.055 和 p=0.0525 的温度依赖电阻。虚线黑色线条暗示了超导体-绝缘体转变的开始。



**Figure 2.** BSCCO 中 p=0.0525 时 QCP 的特征。(a) 温度从 2K 增加到 6.4 K, 步长为 0.4K 的磁电阻。(b) 磁阻数据 的标度分析。(c) 标度参数 t 随温度的变化。 $T_0=2$ K 是 QCP 分析的最低温度。



**Figure 3.** AQGS 在 BSCCO 中于 p = 0.055 时的情况。(a) 温度从 2 K 增加到 8 K,步长为 0.4 K,然后从 8 K 增加 到 12 K,步长为 0.5 K 的磁阻变化。黑色圆圈标记了相邻温度下每两条曲线的交叉点。插图显示了典型交点附近的 数据显示(从 9 K 到 10.5 K,步长为 0.5)的放大视图,在主图中用虚线框标注。关于 AQGS 有限尺寸标度分析的 详细内容可以在补充信息的第 2 节找到。(b) 交叉点  $B_c$  随温度的变化情况。黑色曲线引导了  $B_c$  在零温下的趋势。(c) 动力学指数 zv 随磁场的变化关系。红色曲线展示了激活标度定律  $zv \propto (B-B_c^*)^{-0.6}$  的拟合结果。水平虚线是 zv = 1,而垂直虚线标记了提取出的  $B_c^*$ 。



**Figure 4.** QGS 在 BSCCO 中 p = 0.073。(a) 随着温度从 2 K 增加到 17 K (每次增加 1 K) 的磁电阻变化。黑色 圆圈标记相邻温度下每两条曲线的交叉点。插图显示了典型交叉点附近的数据放大视图(从 8 K 到 10 K,每次增加 0.5 步),并在主图中用虚线框标出。有关 QGS 的有限尺寸标度分析的详细信息,请参阅补充信息部分的第 2 节。(b) 交叉点  $B_c$  随温度的变化。黑色曲线指导了  $B_c$  的趋势。(c) 动力学指数 zv 作为磁场的函数。红色曲线显示基于激活标度定律的拟合结果。水平虚线表示 zv=1,垂直虚线标记提取出的  $B_c^*$ 。

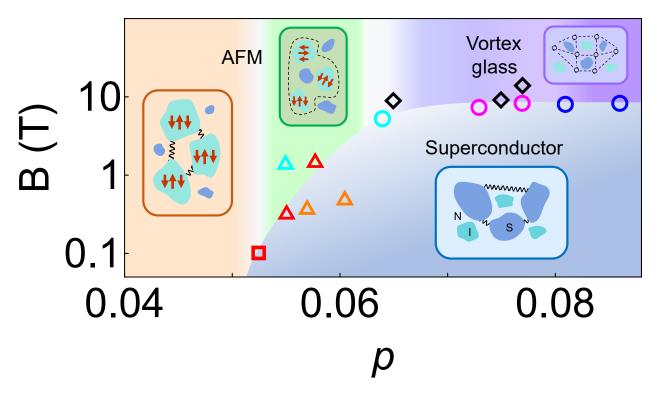


Figure 5. 磁场掺杂相图展示了量子临界性的演化。蓝色区域是超导体,紫色区域是涡旋玻璃,绿色区域是有局域反铁磁序的绝缘体,橙色区域则是有长程反铁磁相相干的绝缘体。相边界由不同量子临界性的  $B_c^*$  决定。圆标记表示 QGS 的  $B_c^*$ 。三角标记表示 AQGS 的  $B_c^*$ 。QGS 和 AQGS 的  $B_c^*$ 是通过 FSS 缩放分析提取的。正方形标记表示 QCP 的  $B_c$ 。相同颜色代码的点来自同一个样本。黑色菱形标记代表前人工作中的 0 K 涡旋熔化场  $^{34}$ 。插图展示了对量子临界性有贡献的不同相。带有 S 标记的蓝色小水坑表示超导体。带有 I 标记的青色小水坑描绘的是绝缘体。带有箭头的黑色圆圈显示涡旋。红色箭头意味着反铁磁序。淬火无序将系统分解为约瑟夫森耦合的超导小水坑,这些小水坑在零磁场下表现出全局超导性。增加垂直于平面的磁场会驱动从这个全局超导相到各种其他相的量子相变。在高掺杂水平下,在全局超导相和涡旋玻璃相之间发生 QGS。在中等掺杂水平下,AQGS 发生在全球超导相与由具有局部反铁磁涨落的正常区域分隔开的未耦合超导小水坑之间。局部反铁磁涨落导致磁场-温度相边界的非单调性。在低掺杂水平下,在全局超导相和全局反铁磁相之间发生 QCP。