

可调拓扑超导性通过完全补偿铁磁体实现

Yu-Xuan Li, Yicheng Liu, and Cheng-Cheng Liu*

Centre for Quantum Physics, Key Laboratory of Advanced Optoelectronic Quantum Architecture and Measurement (MOE),
School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

我们提出了一种基于完全补偿的铁磁体 (fFIM) 的平台, 以实现和控制跨越多维度的拓扑超导性和马约拉纳束缚态。通过对称性分析和微观建模, 我们证明了基于 fFIM 的异质结构能够承载: (i) 一维纳米线末端局部化的马约拉纳零模式, (ii) 沿二维边界分布的手征马约拉纳边缘状态, 以及 (iii) 高阶拓扑相中的可调马约拉纳角落模式。fFIM 的独特性质使得电场能够驱动拓扑超导性相变, 并且可以通过调整尼尔矢量的方向来控制马约拉纳模态的空间分布, 而无需外部磁场。至关重要, 在基于 fFIM 的异质结构中不存在净磁化率, 这保留了超导性, 从而避免了磁化系统中通常存在的可调性和超导相干性之间的权衡。我们的结果确立了基于 fFIM 的异质结构作为可调拓扑超导性的多功能平台。

介绍。— 超导性和磁性之间的相互作用已成为稳定马约拉纳束缚态 (MBS) 的关键机制, 从而为拓扑系统中的非阿贝尔量子操作提供了稳健的平台 [1–23]。尽管本征拓扑超导体 (TSCs) 仍然难以捉摸, 但工程异质结构——特别是二维 (2D) Rashba 系统和一维 (1D) 纳米线——已经提供了一条实现有效 TSC 的有希望的道路 [9–13]。高阶拓扑的最新进展扩展了理论领域, 提供了在具有降低维度边界上的马约拉纳零模 (MZMs), 如角落或边缘定位于新途径 [24–31]。然而, 大多数实现从根本上依赖于磁化或磁场以诱导所需的自旋劈裂。相关联的剩余磁场和脱配不可避免地削弱了超导性和拓扑间隙的稳定性 [32]。

交替磁体最近作为一类由对称性强制补偿的磁性材料出现 [33, 34]。同时, 全补偿反铁磁体 (fFIMs)——一种具有消失净磁化强度且由填充强制补偿的磁性材料的独特类别——因其可调的自旋分裂带而最近引起了越来越多的兴趣 [35–43], 为自旋电子学和拓扑应用提供了前景。值得注意的是, 可调自旋极化与零净磁化的共存不仅满足实现拓扑超导的基本要求 [2–5], 还使得可以对拓扑相变进行全电控制。这些特性确立了 fFIMs 作为迈向无磁场拓扑量子器件的有前途且可扩展途径。

在此工作中, 我们证明了基于 fFIMs 的异质结构提供了一个多功能平台, 可以通过电场和 Néel 矢量实现可调谐的拓扑超导体 (TSC), 而无需净磁化。该方案消除了对外部磁场或磁掺杂的需求。通过进行详细分析, 我们识别出三种不同的 TSC 相: (i) 承载马约拉纳零模 (MZMs) 的一维 (1D) TSCs, (ii) 具有马约拉纳边缘态 (MESs) 的二维 (2D) 手性 TSCs, 以及 (iii) 特

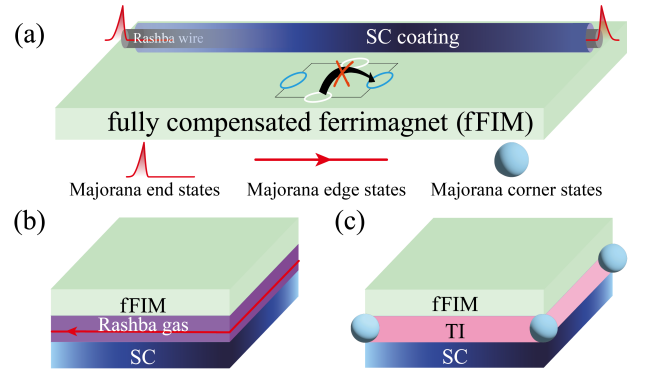


图 1. 可调拓扑超导性的提案通过电场可控自旋带分裂的本征 fFIM 实现。(a) 一根带有 fFIM 和超导体 (SC) 的一维半导体纳米线承载马约拉纳端态。(b) fFIM—Rashba 电子气—SC 异质结承载手性马约拉纳边缘态。(c) 在一个被 fFIM 和 SC 夹在中间的拓扑绝缘体 (TI) 中出现马约拉纳角落模式。

征为马约拉纳角落模式 (MCMs) 的高阶 TSCs。该系统提供双重控制, 其中电场普遍诱导拓扑相变, 而 Néel 矢量的方向则决定高阶 TSC 中 MCMs 的空间分布, 并确定 2D 常规 TSC 相中的 MESs 的手性。这种结合了电场和 Néel 矢量的控制——在不引入净磁化的情况下实现——克服了传统基于磁体方法的关键挑战, 并为可扩展马约拉纳器件提供了一条有希望的发展途径。

具有可控自旋带分裂的内在 fFIMs 的有效模型。— 我们首先推导了一个有效的模型来描述 fFIMs 中的电场可调自旋分裂。我们采用具有 d -波晶体势的格点哈密顿量, 该哈密顿量取自参考文献 [35, 44], 形式为 $H(\mathbf{k}) = 2t_0(\cos k_x + \cos k_y) + V_1(\cos k_x - \cos k_y)\tau_z + J_0\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{n}}\tau_z + V_0\tau_z - \mu$, 其中 t_0 是最近邻跃迁, μ 是化学势, 而 $s_i(\tau_j)$ 表示自旋 (次晶格) 空间中的泡利矩阵。奈尔

矢量, 由单位矢量 $\hat{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ 表示, 在实验上是可调的 [45–50]。第二项表示动量依赖的晶格势, 第三项考虑不同子晶格上的相反磁矩, 第四项引入了电场可控的子晶格阶跃势, 这对于内在 fFIMs 打破磁性子晶格的等价性是关键, 而对于对称性强制补偿的磁体 (如交替磁体 [35]) 则是不允许的。导出了一个低能模型 (见补充材料 (SM) [44])

$$\mathcal{H}^{\text{eff}}(\mathbf{k}) = 2t_0(\cos k_x + \cos k_y) - \mu + (V_0 + V_1(\cos k_x - \cos k_y))\mathbf{s} \cdot \hat{n}, \quad (1)$$

通过 V_0 捕捉费米面的电场可调自旋劈裂。费米表面从 C_4 -对称的 d -波分裂在 $V_0 = 0$ 转变为 C_4 -破缺的 s -波分裂在有限的 V_0 [44]。因此, $\mathcal{H}^{\text{eff}}(\mathbf{k})$ 中的第三项准确描述了 fFIM 带的分裂, 支撑了我们后续的分析。

一维可调 TSCs 中的纳米线 MZMs。— 我们首先考虑一个由 s 波超导体近邻耦合的 1D 半导体纳米线, 并将其置于 fFIM 衬底上, 如图 1(a) 所示。为了准确描述该系统的特征, 我们采用了一个简化的 Bogoliubov-de Gennes (BdG) 哈密顿量, 其中尼尔矢量沿 z 方向排列

$$H_{\text{BdG}}^{\text{1D}}(k) = (V_0 + V_1 \cos k) s_z \gamma_z + \lambda_R \sin k s_y \gamma_z + \Delta_0 s_y \gamma_y - \mu \gamma_z, \quad (2)$$

其中 γ_i 是 Nambu 空间中的泡利矩阵。第一项源自 fFIM 衬底, 其中 V_0 可以通过电学调控来调制从 d -波到 s -波 [35, 44] 的能带分裂, λ_R 是 Rashba 自旋轨道耦合 (SOC) 的强度。而 Δ_0 表示近邻诱导的超导配对。哈密顿量 $H_{\text{BdG}}^{\text{1D}}(k)$ 具有粒子空穴对称性 (PHS) $\mathcal{P} = \gamma_x \mathcal{K}$ (其中 $\mathcal{K}$ 表示复共轭), 并且关键的是, 它允许一个纯粹实数的矩阵表示 [12, 44, 51]。现实条件暗示了一个有效的时间反演对称性 $\tilde{T} = \mathcal{K}$ 和 $\tilde{T}^2 = 1$, 与 $\mathcal{P}$ 结合生成一个手征算符 $\mathcal{C} = \gamma_x$ 。该系统属于 BDI 类别, 特征是一个 $\mathbb{Z}$ 拓扑不变量, 由绕数 w [12] 决定。拓扑相图通过计算绕数 w 作为 V_0 和 V_1 的函数来系统地绘制, 如图 2(b) 所示。非零的 w 表明拓扑非平凡相, 通过体边界对应关系表现出零能量端态, 这一点在图 2(d) 的实空间谱中得到了清楚的展示。相应的波函数如图 2(d) 的插图所示, 在线段两端呈指数局域化, 为 TSC 中的马约拉纳零能模提供了直接证据。值得注意的是, 平凡到拓扑的相变可以通过对 V_0 进行静电门控完全控制, 这为实现 [44] 的马约拉纳零模提供了高度可调的平台。

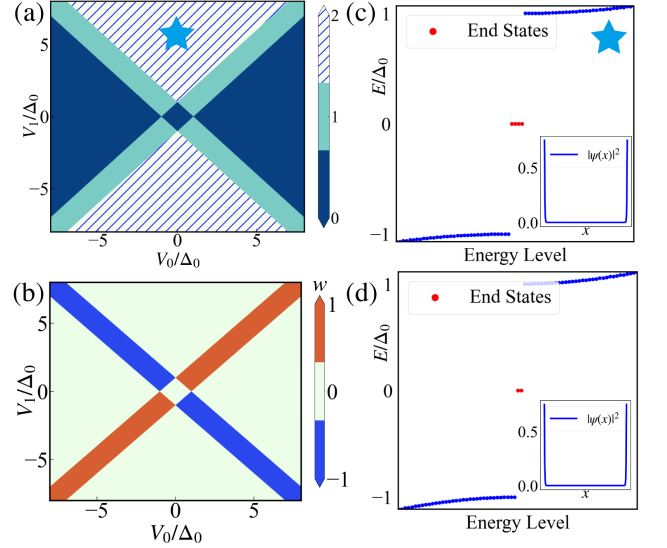


图 2. 一维拓扑超导体中的拓扑相图。(a) 在 (V_0, V_1) 平面上计算的拓扑不变量 $\nu^+ + \nu^-$ 。(b) 同一参数空间中绕数 w 的演化。(c) 具有四个零模态的谱; 插图显示了线端处局域化的波函数。(d) 具有两个零模态的谱; 插图证实了终端状态的局域化。取 $\lambda_R = 1$ 。

为了研究电场调谐拓扑态的可能性, 我们证明了, 在零化学势 ($\mu = 0$) 下, 我们的最小模型可以精确映射到 Kitaev 链上 [52]。在这种情况下, 方程 (2) 中的哈密顿量由于守恒量 $\Pi = s_x \gamma_x$ 而分解为两个解耦的部分, 该守恒量与哈密顿量 [44] 对易。因此, 哈密顿量分离为 $H = H^+ \oplus H^-$, 其中每个子空间 ($\Pi = \pm 1$) 由一个有效哈密顿量

$$\tilde{H}^{\pm}(k) = (V_0 + V_1 \cos k \pm \Delta_0) \eta_z \mp \lambda_R \sin k \eta_y. \quad (3)$$

描述。值得注意的是, 每个子空间哈密顿量简化为一维 Kitaev 链, 在 Majorana 基中表示为

$$\mathcal{A}^{\pm}(k) = \begin{pmatrix} 0 & \zeta^{\pm}(k) \\ -\zeta^{\pm*}(k) & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中 $\zeta^{\pm}(k) = (V_0 + V_1 \cos k \pm \Delta_0) \mp i \lambda \sin k$ 。条件 $\det \mathcal{A}^{\pm}(k) = 0$ 定义了拓扑相边界。 $\mathbb{Z}_2$ 拓扑不变量由 Pfaffian 表示为 $(-1)^{\nu^{\pm}} = \text{sgn}[\text{Pf}(\mathcal{A}^{\pm}(0))] \cdot \text{sgn}[\text{Pf}(\mathcal{A}^{\pm}(\pi))]$, 其中 $\nu^{\pm} = 0(1)$ 表示拓扑平凡 (非平凡) 相。通过对 $\mathbb{Z}_2$ 不变量 $\nu^{\pm}$ 在 (V_0, V_1) 平面上的评估, 我们通过 $\nu_{\text{tot}} = \nu^+ + \nu^-$ 绘制了复合相图 [图 2(a)]。具有 $\nu_{\text{tot}} = 2$ 的区域容纳一组零能量状态, 其波函数呈指数局域化 [图 2(c)]。引入有限化学势会在同一端的

两个 MZMs 之间诱导杂化, 导致能量分裂 δE , 这标志着向平凡相转变的信号 [44]。这一结论还通过计算绕数 $\mu \neq 0$ [图 2(b)] 得到了进一步支持, 该计算排除了在 $\nu_{\text{tot}} = 2$ 区间内存在零模的可能性。

值得注意的是, 拓扑相变不仅限于电场操控; 它也可以通过重新定向尼尔矢量来驱动, 这显著地改变了对称性和能带拓扑 [53, 54]。我们发现当尼尔矢量沿 x 轴对齐时, 可调的 MZMs 持续存在, 而沿 y 轴对齐则将系统推向一个拓扑平凡相 [44]。这种双重可控性——由电场和尼尔矢量方向共同实现——有利于工程设计和控制 TSCs。基于完整 fFIM 哈密顿量 $H(\mathbf{k})$ 的全面分析, 呈现在 SM 中 [44], 进一步证实了这些发现。

二维可调 TSCs 具有手性马约拉纳边缘态——我们继续研究一种由 fFIM 层、Rashba 电子气和 s -波超导体组成的二维异质结构, 该结构在其边界上支持稳健的手性 MESs, 如图 1(b) 所示。我们首先考虑沿 z 方向的 Néel 矢量 ($\theta = 0$), 并构造一个最小模型来描述二维 TSC。

$$H_{\text{BdG}}^{\text{2D}}(\mathbf{k}) = (V_0 + V_1(\cos k_x - \cos k_y))s_z\gamma_z + \lambda_R(\sin k_x s_y\gamma_z - \sin k_y s_x) + \Delta_0 s_y\gamma_y - \mu\gamma_z, \quad (5)$$

其中第一项来自 fFIM 层, 第二项源自电子气中的 Rashba 自旋轨道耦合, 而 Δ_0 则源于邻近诱导的超导电性。

具有 PHS 的系统 $\mathcal{P} = \tau_x \mathcal{K}$ 属于 D 类, 其特征是由 $\mathbb{Z}$ 值陈数 C 决定的, 这决定了手性 MEMs [51] 的出现。为了澄清系统的拓扑性质, 我们首先考虑 $\mu = 0$ 。计算出的陈数 C 在 (V_0, Δ_0) 平面上给出了一个具有量化值 $C \in [-2, 2]$ 的相图, 如图 3(a) 所示。在圆柱几何中 (沿 x 方向开放, 在 y 方向上周期性), 边缘态谱直接对应于陈数 C 。对于 $C = 1$, 非简并 MEM 在 $k_y = 0$ 出现 [图 3(c) 插图], 而对于 $C = 2$, 双简并 MEM 在 $k_y = 0$ [44] 出现。体边界对应关系通过 Wilson 环路计算进一步得到确认 [图 3(c)], 强化了边缘状态的拓扑性质。令人惊讶的是, 在陈数消失的阴影区域 [图 3(a)], 无间隙边缘模式在 $k_y = 0$ 和 $k_y = \pi$ 处持续存在 [图 3(b) 内嵌图]。这一现象可以通过威尔逊循环来解释, 它揭示了占据带的相反非平凡缠绕, 这解释了尽管净陈数为零, 但仍存在两个反向传播的手性模式的原因。为了进一步阐明阴影区域中尽管陈数消失仍存在 MEMs 的现象, 我们引入了一个基于对称性的分解。由于守

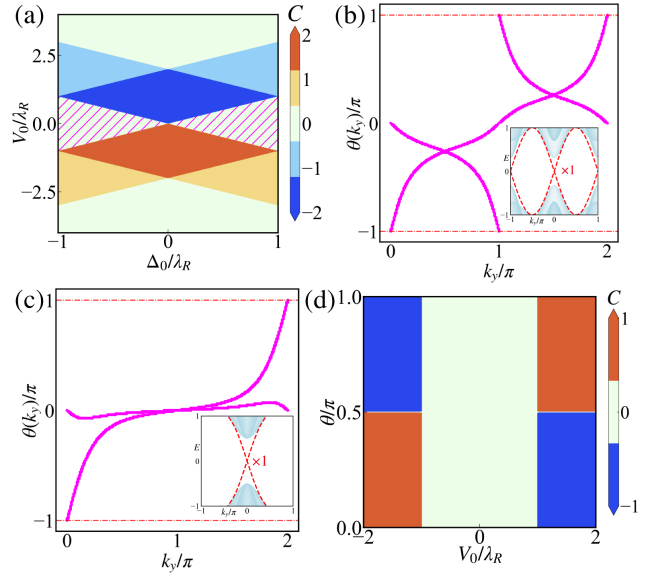


图 3. 二维拓扑超导体中的拓扑相图。(a) Chern 数 (C) 在 (Δ_0, V_0) 平面中的演化。(b) 计算 (a) 中阴影区域的威尔逊环谱, 插图显示了圆柱几何下的边缘态。(c) 绘制 Chern 数为 $C = 1$ 区域的威尔逊环, 对应的边缘态显示在插图中。(d) 通过 fFIM 中的 Néel 矢量和电场调节二维拓扑超导体的手性。

恒量 $\Pi = s_x\gamma_x$, 哈密顿量可以被块对角化为两个解耦部分, 每个部分具有不同的拓扑性质 [详情见补充材料 [44]]。每个扇区对应一个手性 $p \pm ip$ -波超导体, 配对振幅 Δ_0 的符号相反。有效模型表明, 每个扇区的陈数在大小上相等但在符号上相反, $C^+ = -C^-$, 从而导致总的 $C = 0$ 为零。在一个有限化学势 ($\mu \neq 0$) 下, 块对角结构被解除, 导致不同扇区间杂化以及相图的轻微修改。在相同动量下的 MEMs 表现出强烈的能级排斥和能量分裂, 而在不同动量下的 MESs 则保持其拓扑保护 [44]。

基于先前通过尼尔矢量对一维系统中的拓扑相控制的分析, 我们将这种方法扩展到操纵二维系统中的 MEMs。我们关注具有单个手性 MEM 的 $C = 1$ 相。为了探索相图, 我们在 fFIM 中计算了作为尼尔矢极角 (θ) 和电场 (V_0) 函数的陈数, 如图 3(d) 所示。当尼尔矢量位于 x - y 平面 ($\theta = \pi/2$) 内时, 系统保持拓扑平凡。值得注意的是, 引入面外分量 ($\theta \neq 0$) 将系统驱动到一个拓扑相位, 该相位承载手性 MEMs。这些边界态的手性可以通过极角 θ 和栅电压 V_0 进行调节。这种可调性提供了一种可控机制来操纵边缘模式的手性, 这对于潜在的量子计算应用高度相关 [3]。这些结

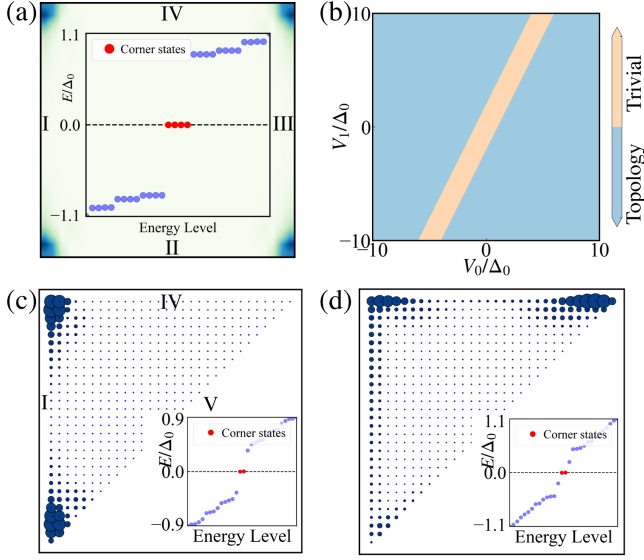


图 4. 相图及高阶 TSC 中的 MCM 演化。(a) 每个角落定位一个 MZM, 光谱 (插图) 显示零能本征值。(b) 在 (V_0, V_1) 参数空间中的相图。(c) 等腰三角形结构的能量光谱 (插图), 包含两个 MCM 及其波函数密度分布, 沿着 x 方向的尼尔矢量。(d) 类似于 (c), 对于沿着 y 方向的尼尔矢量。参数: $t_0 = 1.0, m_0 = 1.0, \lambda = 1.0, V_0 = 0.5, V_1 = 0.5, \Delta_0 = 0.2$ 。

果来自最小模型, 并且与完整模型的结果一致, 详见补充材料 [44]。

更高阶的 TSC 及其可调谐的马约拉纳角态。— 奈尔矢量不仅支配一级拓扑态, 还在控制高阶拓扑相中起着关键作用 [53, 54]。我们构建了一个夹层结构, 如图 1(c) 所示, 并开发了最小模型

$$H_{\text{BaG}}(\mathbf{k}) = M(\mathbf{k})\sigma_z\gamma_z + \lambda(\sin k_x s_y \sigma_x \gamma_z - \sin k_y s_x \sigma_x) + (V_0 + V_1(\cos k_x - \cos k_y)) \mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{n}}\gamma_{z(0)} + \Delta(\mathbf{k})s_y\gamma_y. \quad (6)$$

第一行代表具有非平凡的 $\mathbb{Z}_2$ 不变量的拓扑绝缘体, 第二行包含 fFIM, 第三行解释超导近邻效应。为了说明, 我们考虑 $\mu = 0$ 和沿 x 轴的 Néel 矢量 ($\theta = \pi/2, \varphi = 0$)。通过配对和 fFIM, 系统转变为高阶拓扑超导体 (HOTSC) 相, 其特征是角局部化 MZMs, 如图 4(a) 所示。

MCM 的出现可以通过边缘理论来理解。我们推导了所有边缘 ($\ell = \text{I—IV}$) 的低能哈密顿量, 得到紧凑

形式 [44]

$$H^{\text{edge}}(\ell) = -iA(\ell)\eta_z\kappa_0\partial_\ell - M(\ell)\eta_y\kappa_y + \mathcal{V}(\ell)\eta_y\kappa_0. \quad (7)$$

使用量 $\kappa_y = \pm 1$, 边哈密顿量 $H^{\text{edge}}(\ell)$ 可以被块对角化为 $H = H^+ \oplus H^-$, 每个子空间由一个有效的狄拉克哈密顿量支配: $H^\pm = iA(\ell)\eta_z\partial_\ell + \tilde{M}^\pm(\ell)\eta_y$. 这里, 在边缘 I – IV 上的狄拉克质量 $\tilde{M}^\pm(\ell)$ 形式如下 $\tilde{M}^\pm = \{\mp\Delta_0, \mp\Delta_0 \mp (V_0 - V_1|m|/t_0), \pm\Delta_0, \pm\Delta_0 \pm (V_0 - V_1|m|/t_0)\}$. MCMs 出现在狄拉克质量在相邻边缘的 H^+ 或 H^- 子空间中符号变化的畴壁处。在图 4(a) 的情况下, 一个面向 x 的尼尔矢量在边 II 和 IV 上诱导质量项, 在 H^+ 和 H^- 子空间中都产生符号反转。由此产生的质量畴壁出现在两个区域的不同角落, 每个区域结合一个局部化的 MZM [44]。基于我们的边缘理论, 我们分析了狄拉克质量符号对参数 (V_0, V_1) 的依赖性, 并展示了图 4(b) 中的相图。我们的结果表明电场可以有效控制 MCMs 的生成和湮灭。

为了探索通过尼尔矢量调节 MCMs 的可调性, 我们考虑了一个等腰直角三角形几何结构。图 4(c,d) 展示了在两个正交尼尔矢量配置下 (方位角为 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = \pi/2$) MCMs 的空间重新分布情况。在图 4(c) 中, 对于 $\varphi = 0$, MCMs 定位于边 I 的末端。相比之下, 在图 4(d) 中, 对于 $\varphi = \pi/2$, MCMs 移动到边 IV 的末端。这种对 MCM 位置的可控切换表明尼尔矢量是一种有效操纵 MCMs 的手段。所观察到的 MCMs 的可调性可以通过边缘理论自然理解。对于三角结构, 每个区域的边缘哈密顿量由 $H^\pm = iA(\ell)\eta_z\partial_\ell + \tilde{M}^\pm(\ell)\eta_y$ 给出, 具有依赖于边界的狄拉克质量 $\tilde{M}^\pm(\ell = \text{I, IV, V}) = \{\pm\Delta_0 \pm V_0 + V_1|m|/t_0, \pm\Delta_0 \mp V_0 + V_1|m|/t_0, \pm\Delta_0 \pm V_0\}$ 。当尼尔矢量沿 x 轴 ($\varphi = 0$) 对齐时, 在角落 I – IV 和 I – V 发生质量符号反转, 形成绑定 MCMs 的畴壁。将尼尔矢量旋转到 y 轴 ($\varphi = \pi/2$) 消除了 I – V 畴壁, 并在角落 IV – V 生成一个新的畴壁, 导致 MCMs 的移动。

除了电场和 Néel 矢量的调节之外, 非零化学势还通过耦合两个子空间 $H^\pm$ 影响 MCMs 的形成。当来自 H^+ 和 H^- 的 MZMs 出现在不同的角落时, MCMs 仍然保持稳定; 然而, 当它们在同一个角落合并时会发生杂化, 导致能量分裂, 类似于在一维情况下观察到的能量级排斥 [44]。

结论与讨论。— 总结来说, 我们证明了基于 fFIM

的异质结构为 TSC 提供了一个可调平台, 提供了电和尼尔矢量控制。电场作为拓扑相变的主要驱动力, 使得在 fFIM 层内实现能带分裂而不需外部磁场。此外, 尼尔矢量的方向起着关键作用, 实现了 (i) 对 2D TSC 中 MEMs 的手性确定性控制以及 (ii) HOTSC 相中 MCM 的空间操控。这种双重控制机制——电场调控体拓扑性质而尼尔矢量调制边界态——解决了在磁化系统中平衡可调性和超导完整性的挑战。无需外部磁场且能通过电压重新配置系统的功能使得基于 fFIM 的异质结构成为非阿贝尔量子器件的候选者。受 fFIMs 中电场可调自旋分裂的启发, 我们的提议虽然集中在具有 d 波晶格势的 fFIM 上, 但也适用于其他动量依赖晶格势的 fFIM, 如 g 波和 i 波 [35, 54]。

实验检测马约拉纳模态可以通过针对不同拓扑相位定制的维度特定探针实现。在 1D TSC 和 2D HOTSC 中, 扫描隧道显微镜预计将揭示由于局部 MZMs [55–58] 的共振安德烈反射而在 $2e^2/h$ 处出现的量子化零偏压电导峰。在二维手性 TSC 相位中, MES 可以通过展示半量化热霍尔电导率 [59, 60] 的热传输测量或通过观察相移接头中的 4π -周期约瑟夫森效应 [22, 61] 来识别。这些互补的光谱和输运特征将为马约拉纳模态的存在提供证据。

致谢。——作者感谢段金艺、白玲和曾传长的有益讨论。本工作得到国家自然科学基金委创新研究群体科学基金 (资助号 12321004)、国家自然科学基金 (资助号 12374055) 以及国家重点研发计划 (资助号 2020YFA0308800) 的支持。

* ccliu@bit.edu.cn

- [1] M. Z. Hasan and C. L. Kane, *Colloquium: Topological insulators*, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
- [2] X.-L. Qi and S.-C. Zhang, Topological insulators and superconductors, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1057 (2011).
- [3] J. Alicea, New directions in the pursuit of Majorana fermions in solid state systems, *Rep. Prog. Phys.* **75**, 076501 (2012).
- [4] T. D. Stanescu and S. Tewari, Majorana fermions in semiconductor nanowires: Fundamentals, modeling, and experiment, *J. Phys.: Condens. Matter* **25**, 233201 (2013).
- [5] M. Sato and Y. Ando, Topological superconductors: A review, *Rep. Prog. Phys.* **80**, 076501 (2017).
- [6] L. Fu and C. L. Kane, Superconducting proximity effect and Majorana fermions at the surface of a topological insulator, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 096407 (2008).
- [7] J. Alicea, Majorana fermions in a tunable semiconductor device, *Phys. Rev. B* **81**, 125318 (2010).
- [8] J. Linder, Y. Tanaka, T. Yokoyama, A. Sudbø, and N. Nagaosa, Unconventional Superconductivity on a Topological Insulator, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 067001 (2010).
- [9] J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. Tewari, and S. Das Sarma, Generic New Platform for Topological Quantum Computation Using Semiconductor Heterostructures, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 040502 (2010).
- [10] Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Helical liquids and Majorana bound states in quantum wires, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010).
- [11] R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Majorana Fermions and a Topological Phase Transition in Semiconductor-Superconductor Heterostructures, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 077001 (2010).
- [12] S. Tewari and J. D. Sau, Topological invariants for spin-orbit coupled superconductor nanowires, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 150408 (2012).
- [13] S. Nakosai, Y. Tanaka, and N. Nagaosa, Topological superconductivity in bilayer Rashba system, *Physical Review Letters* **108**, 147003 (2012).
- [14] X.-L. Qi, T. L. Hughes, and S.-C. Zhang, Chiral topological superconductor from the quantum Hall state, *Phys. Rev. B* **82**, 184516 (2010).
- [15] J. Alicea, Y. Oreg, G. Refael, F. von Oppen, and M. P. A. Fisher, Non-Abelian statistics and topological quantum information processing in 1D wire networks, *Nat. Phys.* **7**, 412 (2011).
- [16] A. C. Potter and P. A. Lee, Majorana end states in multi-band microstructures with Rashba spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **83**, 094525 (2011).
- [17] F. Liu, C.-C. Liu, K. Wu, F. Yang, and Y. Yao, $d + id'$ chiral superconductivity in bilayer silicene, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 066804 (2013).
- [18] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A. H. MacDonald, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor, *Science* **346**, 602 (2014).
- [19] S. Jeon, Y. Xie, J. Li, Z. Wang, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, Distinguishing a Majorana zero mode using

- spin-resolved measurements, *Science* **358**, 772 (2017).
- [20] F. Pientka, A. Keselman, E. Berg, A. Yacoby, A. Stern, and B. I. Halperin, Topological superconductivity in a planar Josephson junction, *Phys. Rev. X* **7**, 021032 (2017).
- [21] L. Savary, J. Ruhman, J. W. F. Venderbos, L. Fu, and P. A. Lee, Superconductivity in three-dimensional spin-orbit coupled semimetals, *Phys. Rev. B* **96**, 214514 (2017).
- [22] A. Fornieri, A. M. Whiticar, F. Setiawan, E. Portolés, A. C. C. Drachmann, A. Keselman, S. Gronin, C. Thomas, T. Wang, R. Kallaher, G. C. Gardner, E. Berg, M. J. Manfra, A. Stern, C. M. Marcus, and F. Nichele, Evidence of topological superconductivity in planar Josephson junctions, *Nature* **569**, 89 (2019).
- [23] Z. Ning, D.-S. Ma, J. Zeng, D.-H. Xu, and R. Wang, Flexible control of chiral superconductivity in optically driven nodal point superconductors with antiferromagnetism, *Phys. Rev. Lett.* **133**, 246606 (2024).
- [24] F. Zhang, C. L. Kane, and E. J. Mele, Surface state magnetization and chiral edge states on topological insulators, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 046404 (2013).
- [25] J. Langbehn, Y. Peng, L. Trifunovic, F. von Oppen, and P. W. Brouwer, Reflection-symmetric second-order topological insulators and superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 246401 (2017).
- [26] W. A. Benalcazar, B. A. Bernevig, and T. L. Hughes, Electric multipole moments, topological multipole moment pumping, and chiral hinge states in crystalline insulators, *Phys. Rev. B* **96**, 245115 (2017).
- [27] Z. Song, Z. Fang, and C. Fang, $(d-2)$ -dimensional edge states of rotation symmetry protected topological states, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 246402 (2017).
- [28] E. Khalaf, Higher-order topological insulators and superconductors protected by inversion symmetry, *Phys. Rev. B* **97**, 205136 (2018).
- [29] D. Zhu, Z.-Y. Zhuang, Z. Wu, and Z. Yan, Topological superconductivity in two-dimensional altermagnetic metals, *Phys. Rev. B* **108**, 184505 (2023).
- [30] S. A. A. Ghorashi, T. L. Hughes, and J. Cano, Altermagnetic routes to Majorana modes in zero net magnetization, *Phys. Rev. Lett.* **133**, 106601 (2024).
- [31] X.-H. Pan, L. Chen, D. E. Liu, F.-C. Zhang, and X. Liu, Majorana zero modes induced by the meissner effect at small magnetic field, *Phys. Rev. Lett.* **132**, 036602 (2024).
- [32] A. I. Buzdin, Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
- [33] L. Šmejkal, J. Sinova, and T. Jungwirth, Beyond Conventional Ferromagnetism and Antiferromagnetism: A Phase with Nonrelativistic Spin and Crystal Rotation Symmetry, *Phys. Rev. X* **12**, 031042 (2022).
- [34] L. Bai, W. Feng, S. Liu, L. Šmejkal, Y. Mokrousov, and Y. Yao, Altermagnetism: Exploring New Frontiers in Magnetism and Spintronics, *Adv. Funct. Mater.* **34**, 2409327 (2024).
- [35] Y. Liu, S.-D. Guo, Y. Li, and C.-C. Liu, Two-dimensional fully compensated ferrimagnetism, *Phys. Rev. Lett.* **134**, 116703 (2025).
- [36] S. Semboshi, R. Y. Umetsu, Y. Kawahito, and H. Akai, A new type of half-metallic fully compensated ferrimagnet, *Sci. Rep.* **12**, 10687 (2022).
- [37] T. Kawamura, K. Yoshimi, K. Hashimoto, A. Kobayashi, and T. Misawa, Compensated ferrimagnets with colossal spin splitting in organic compounds, *Phys. Rev. Lett.* **132**, 156502 (2024).
- [38] L.-D. Yuan, A. B. Georgescu, and J. M. Rondinelli, Nonrelativistic spin splitting at the brillouin zone center in compensated magnets, *Phys. Rev. Lett.* **133**, 216701 (2024).
- [39] S. Wurmehl, H. C. Kandpal, G. H. Fecher, and C. Felser, Valence electron rules for prediction of half-metallic compensated-ferrimagnetic behaviour of Heusler compounds with complete spin polarization, *J. Phys.: Condens. Matter* **18**, 6171 (2006).
- [40] X. Hu, Half-metallic antiferromagnet as a prospective material for spintronics, *Adv. Mater.* **24**, 294 (2012).
- [41] H. van Leuken and R. A. de Groot, Half-metallic antiferromagnets, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1171 (1995).
- [42] I. Mazin (The PRX Editors), Editorial: Altermagnetism—a new punch line of fundamental magnetism, *Phys. Rev. X* **12**, 040002 (2022).
- [43] P.-J. Guo, X.-Y. Hou, Z.-F. Gao, H.-C. Yang, W. Ji, and Z.-Y. Lu, Luttinger compensated bipolarized magnetic semiconductor, (2025), [arXiv:2502.18136 \[cond-mat.mtrl-sci\]](https://arxiv.org/abs/2502.18136).
- [44] See Supplemental Material for more details on (I) presenting a minimal two-band model capturing fFIM band splitting characteristics, (II) develops dimensionally reduced (1D/2D) models of topological superconducting phases with invariant calculations, (III) validates the effective model through full fFIM Hamiltonian, (IV) generalizes edge theory for arbitrary Néel vector orientations

- and anisotropic responses, which includes Refs. [2, 3, 12, 35, 51–53].
- [45] M. Meinert, D. Graulich, and T. Matalla-Wagner, Electrical Switching of Antiferromagnetic Mn₂Au and the Role of Thermal Activation, *Phys. Rev. Applied* **9**, 064040 (2018).
 - [46] J. Godinho, H. Reichlová, D. Kriegner, V. Novák, K. Olejník, Z. Kašpar, Z. Šobán, P. Wadley, R. P. Campion, R. M. Otxoa, P. E. Roy, J. Železný, T. Jungwirth, and J. Wunderlich, Electrically induced and detected Néel vector reversal in a collinear antiferromagnet, *Nat. Commun.* **9**, 4686 (2018).
 - [47] S. Yu. Bodnar, L. Šmejkal, I. Turek, T. Jungwirth, O. Gomonay, J. Sinova, A. A. Sapozhnik, H.-J. Elmers, M. Kläui, and M. Jourdan, Writing and reading antiferromagnetic Mn₂Au by Néel spin-orbit torques and large anisotropic magnetoresistance, *Nat. Commun.* **9**, 348 (2018).
 - [48] V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, Antiferromagnetic spintronics, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 015005 (2018).
 - [49] A. Mahmood, W. Echtenkamp, M. Street, J.-L. Wang, S. Cao, T. Komesu, P. A. Dowben, P. Buragohain, H. Lu, A. Gruverman, A. Parthasarathy, S. Rakheja, and C. Binek, Voltage controlled Néel vector rotation in zero magnetic field, *Nat. Commun.* **12**, 1674 (2021).
 - [50] P. Zhang, C.-T. Chou, H. Yun, B. C. McGoldrick, J. T. Hou, K. A. Mkhoyan, and L. Liu, Control of Néel Vector with Spin-Orbit Torques in an Antiferromagnetic Insulator with Tilted Easy Plane, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 017203 (2022).
 - [51] A. P. Schnyder, S. Ryu, A. Furusaki, and A. W. W. Ludwig, Classification of topological insulators and superconductors in three spatial dimensions, *Phys. Rev. B* **78**, 195125 (2008).
 - [52] A. Y. Kitaev, Unpaired Majorana fermions in quantum wires, *Phys.-Usp.* **44**, 131 (2001).
 - [53] Y.-X. Li and C.-C. Liu, Majorana corner modes and tunable patterns in an altermagnet heterostructure, *Phys. Rev. B* **108**, 205410 (2023).
 - [54] Y.-X. Li, Y. Liu, and C.-C. Liu, Creation and manipulation of higher-order topological states by altermagnets, *Physical Review B* **109**, L201109 (2024).
 - [55] K. T. Law, P. A. Lee, and T. K. Ng, Majorana fermion induced resonant andreev reflection, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 237001 (2009).
 - [56] M. Wimmer, A. R. Akhmerov, J. P. Dahlhaus, and C. W. J. Beenakker, Quantum point contact as a probe of a topological superconductor, *New J. Phys.* **13**, 053016 (2011).
 - [57] A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman, Zero-bias peaks and splitting in an Al-InAs nanowire topological superconductor as a signature of Majorana fermions, *Nat. Phys.* **8**, 887 (2012).
 - [58] B. Jäck, Y. Xie, J. Li, S. Jeon, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, Observation of a Majorana zero mode in a topologically protected edge channel, *Science* **364**, 1255 (2019).
 - [59] S. Jezouin, F. D. Parmentier, A. Anthore, U. Gennser, A. Cavanna, Y. Jin, and F. Pierre, Quantum limit of heat flow across a single electronic channel, *Science* **342**, 601 (2013).
 - [60] M. Banerjee, M. Heiblum, V. Umansky, D. E. Feldman, Y. Oreg, and A. Stern, Observation of half-integer thermal Hall conductance, *Nature* **559**, 205 (2018).
 - [61] L. Fu and C. L. Kane, Josephson current and noise at a superconductor/quantum-spin-hall-insulator/superconductor junction, *Phys. Rev. B* **79**, 161408 (2009).