重离子碰撞中喷注的量子计算

Wenyang Qian^{1,*}

¹Instituto Galego de Física de Altas Enerxías, Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela 15782, Galicia, Spain

Abstract. 量子计算最近作为一项变革性工具出现,用于研究重离子碰撞 中喷流的实时动力学,提供了模拟非平衡过程和强耦合现象的新方法,这 些对于经典方法来说具有挑战性。这里,我总结了我在长崎举行的 Hard Probes 2024 上的演讲。

1 介绍

重离子碰撞(HIC)代表了实验核物理的前沿领域,在这里,超相对论速度 下的重核碰撞会产生类似于早期宇宙的极端条件。大型强子对撞机(LHC)和相 对论性重离子对撞机(RHIC)等设施为夸克-胶子等离子体(QGP)的形成和演 化提供了一个前所未有的窗口。HIC 实验的最新进展涉及复杂的探测器和高精度 数据采集系统,以捕捉喷射抑制、粒子关联和 QCD 物质内在相变的复杂动力学。

与这些实验进展并行,量子计算(QC)作为一种变革性技术出现,有望解 决模拟此类复杂量子系统固有的计算挑战。经典模拟量子场理论,包括在夸克-胶 子等离子体介质中的喷注动力学,受到希尔伯特空间随系统大小呈指数增长的限 制。通过利用叠加和纠缠原理,量子计算在模拟多体量子系统方面具有潜在优势。 量子信息科学及其相关硬件方面的最新发展推动了高能物理中量子模拟的显著进 步;关于最近进展的综述,请参见参考文献[1-3]。

在此背景下,几个QC框架正在被积极探索。数字量子计算利用由幺正门组成的量子电路,能够实现诸如变分量子本征解算器(VQE)和量子相位估计等算法来近似复杂哈密顿量的谱。另一方面,模拟量子计算则使用工程化的物理系统——如超冷原子或困陷离子——直接模仿目标哈密顿量的动力学。此外,张量网络方法在经典仿真中得到了广泛的应用,作为仿量子多体系统的强大且有前景的框架,例如近似基态和低纠缠区域。这些模拟方法在控制、错误率和可扩展性方面提供了不同的优势和局限,并都旨在本质上捕捉QCD现象的指数级复杂性。

^{*}e-mail: qian.wenyang@usc.es

2 量子计算在重离子碰撞中的应用

QC 技术在重离子碰撞实验中具有良好的应用动机。QC 可以帮助处理实验 数据,特别是在粒子跟踪和喷射聚类等任务中通过将其转换为二次无约束二元优 化(QUBO)问题 [4],并结合量子搜索算法提供理论加速。将量子算法整合到解 决喷射聚类中的应用已经显示出潜力:例如,利用 QUBO 和 Grover 搜索策略可 以改进一个称为冲量的事件形状计算 [5]。量子机器学习的应用也可能扩展传统数 据分析的能力,通过将经典数据编码为量子态来潜在地从高维数据集中提取细微 特征。这包括异常检测等任务,在这些任务中使用参数化量子电路和自编码器标 记重离子碰撞中的不寻常事件。在 LHCb 实验 [6] 的模拟数据中发现了用于 b-喷 射识别的新应用,还有更多研究正在进行中。

在理论方面,量子计算(QC)被广泛应用于高能碰撞(HICs)的不同阶段, 从强子结构到散射过程。例如,量子计算是一种通过直接提取非微扰量如部分子 分布函数和强子张量[7]来确定强子结构的新工具。而传统的格点QCD方法在计 算这些实时关联函数时遇到了困难,将态准备与光前关联函数评估相结合的量子 模拟能够克服这一难题,在简化的(1+1)维场论中使用理想的量子电路和张量网 络进行了概念验证研究[8–10]。进一步的努力被投入到研究分裂函数[11,12]之 中。模拟实时散射过程对于理解喷注演化、重夸克传输以及QGP内的粒子相互 作用至关重要。利用有效理论的框架展示了如何从基本原理出发使用量子计算来 模拟低能动态[13]。量子行走可以被用来高效地模拟部分子淋浴[14]。实时弦断 裂动力学在QED中得到了重新审视和解释,以理解高能现象[15,16]。强子态已 在拥有112个量子比特的大规模量子设备上成功制备并演化[17],这为未来的发 展带来了希望。

3 重离子碰撞中喷流的量子模拟

实验上,可以通过研究从冷核物质到热的夸克-胶子等离子体中的 QCD 喷流 (即在相同碰撞中产生的高能粒子束)的产额和性质来间接提取超相对论高能碰 撞中 QGP 的特性。喷流因其多粒子特性和介质相互作用而成为复杂的对象。HIC 计划的成功依赖于对喷流演化及其由介质引起的修改有一个清晰的把握 [18]。传 统的喷流修改解释允许经典描述。近年来,提出并发展了几种用于研究喷流或一 般硬探针的量子模拟策略:

格点 QFT 继续在哈密顿量形式下提供喷流现象的基本原理描述,得益于 QC。(1+1) 维 QED (施温格模型) 主要用作基准,以及(2+1) 维 SU(2) 模型。 显著的应用包括研究喷流失能 [19]、能量-能量关联函数 [20, 21] 等等。

开放量子系统 是研究非平衡动力学的另一条有前景的研究途径。通过林德布 拉德方程描述夸克胶子等离子体中的硬探针,可以通过追踪环境 [22, 23] 来提取 探针的信息。还提出各种新型量子算法以提高模拟效率。 **光前哈密顿形式主义** 突出地成为直接描述喷流与介质相互作用的主导方法。 在光前面上,使用完整的 (3+1)-维 QCD 哈密顿量来描述探测器的动力学,并结 合用于介质的经典背景场。多年来做出了各种努力,旨在实现大规模 [24-30] 更 高效的模拟,这将在我的演讲中重点讨论。

3.1 光线前沿哈密顿方法

高能部分子在外部背景场(代表介质)中演化的理论公式可以通过非微扰的 光前 (Hamiltonian) 形式很好地描述,这与光前社区已建立的离散化光锥量化 [31] 和基态光前量化方法 [32] 非常接近。在时空图中,我们考虑一个高能喷注(无论 是夸克还是胶子)沿 $x^+ = t + z$ 方向移动,并与背景场(来自高能原子核的冷核物 质或 HIC 产生的稠密介质)发生散射,后者沿 $x^- = t - z$ 方向移动,如图 1(a) 所 示。在这种设置中,喷注被视为完全由 QCD 动力学支配的量子态,而原子核/介 质则通过实时演化的背景场来描述。所考虑过程的拉格朗日量是带有外部背景胶 子场 \mathcal{A}^{μ} 和量子规范场 A^{μ} 的 QCD 拉格朗日量。随后推导出的 LF 哈密顿量 P^- 由 真空中的标准 QCD 哈密顿量 P^-_{QCD} 和时间 (x^+) 依赖的介质相互作用 $V_{\mathcal{A}}(x^+)$ 以及 背景场 \mathcal{A} [33] 组成。

喷流最初是由一个高能夸克/胶子通过以胶子发射和吸收为主导的分支过程 形成,在强子化之前。我们的重点是模拟并研究分支过程与介质相互作用之间的 相互影响,其中产生了多个胶子。作为量子多体状态的喷流的动力学演化由光前 时间 [34] 上的时间演化方程控制,其在任何较晚的光前时间 x^+ 的解是通过时间 有序路径积分获得,并随后近似为一序列幺正演化算子这些本质上汇总了无限多 的量子干涉效应 (见图 1(b))。在每个短的时间步内,哈密顿量被认为是不随时间 变化的,并由 $x_k^+ = k\delta x^+$ 的幺正演化算子 $U_k = U(x_k^+; x_{k+1}^+) = \exp\left[-\frac{i}{2}P^-(x_k^+)\delta x^+\right]$ 描述。此程序使得可以访问量子态信息并计算随后的物理可观测量。

3.2 **量子模拟策略**

基准的经典计算已成功推演至连续统,最高达到了两个 Fock 区段 [34-36]。 由于结果的希尔伯特空间维度随着 Fock 态中粒子的最大数量呈指数级增长,在 超级计算机集群上进行经典计算仍然是非常耗费计算资源的。因此,在量子计算 机上模拟哈密顿演化是自然而理想的。在本节中,我们将讨论在数字量子计算机 上模拟介质中的喷射探测器演化的各个方面,包括希尔伯特空间截断、将物理自 由度映射到量子比特以及状态准备和时间演化的算法。

有限希尔伯特空间输入 对于喷射多体态的量子模拟是第一步。构成喷射希尔伯特空间的 QCD 福克状态使用 q_j 、 \bar{q}_j 和 g_j 来表示夸克、反夸克和胶子单粒子态,下标 j表示不同模式的索引。在单粒子态内,每种模式都由五个量子数标识, { k^+ , k^x , k^y , λ ,c(a)},其中 (k^+ , k^x , k^y)是 LF 动量, λ 是 LF 螺旋度, $c = 1, 2, ..., N_c$



Figure 1. 可扩展量子模拟喷流探测器散射与介质的示意图。a)硬探测器和背景场的时空图。 b)涉及量子推断的幺正时间演化。c)使用量子比特/寄存器编码模式占据的量子比特映射方案。 d)模拟喷流演化的量子电路。

 $(a = 1, 2, ..., N_c^2 - 1)$ 是夸克/反夸克(胶子)的颜色索引。数值上,可以通过谐波 分辨率 K 来施加纵向的最大值,并通过 N_\perp 来施加横向的最大值,而不对 Fock 部 分展开进行截断。引入截止后,任意一个 QCD 福克态被离散化:

 $|q_1, q_2, \dots; \overline{q}_1, \overline{q}_2, \dots; g_1, g_2, \dots\rangle \to |q_1^{\omega_1}, \dots, q_{J_q}^{\omega_{J_q}}; \overline{q}_1^{\overline{\omega}_1}, \dots, \overline{q}_{J_{\overline{q}}}^{\overline{\omega}_{J_{\overline{q}}}}; g_1^{\widetilde{\omega}_1}, \dots, g_{J_a}^{\widetilde{\omega}_{J_g}}\rangle , \quad (1)$

其中具有不同量子数的夸克模式总数用 J_q 表示,反夸克类似地用 J_q 表示,胶子则 用 J_g 表示。这些数字与动量空间截止值的乘积呈多项式增长,由 $K(2N_\perp)^2$ 给出。 变量 $\omega_j, \overline{\omega}_j = 0, 1$ 和 $\widetilde{\omega}_j = 0, 1, 2, \ldots, \widetilde{\omega}_j^{\text{max}}$ 分别代表费米子模式和玻色子模式的占据数。

量子比特编码 指的是从物理状态到多量子比特系统 (自旋链)的状态的映射。 有几种编码策略可供选择并已进行了探索,如基态编码 [25,26,28,29]、直接编码 [27] 和紧凑编码 [37]。在直接编码方案的情况下,量子寄存器的编号方式与单 粒子状态相同,以存储福克态中相应模式的占据情况;参见图 1(c)。重要的是, 与早期的基态编码相比,这种基于二次量化哈密顿量的直接编码是高效的、可扩 展的,并且无需准备经典的泡利字符串。哈密顿量中的费米子和玻色子的创建/湮 灭算符直接映射到电路中的量子门,费米子算符 ($b_{\beta}^{\dagger}, b_{\beta}$)使用 Jordan-Wigner 或 Bravyi-Kitaev 编码在 $N_F = J_q + J_{\bar{q}}$ 个量子位上,而玻色子 ($a_{\beta}^{\dagger}, a_{\beta}$)则使用二进制/ 格雷码/一进制编码在 $N_B = J_q$ 个量子寄存器上。

模拟策略 是量子模拟的关键。在这个设置中,喷注态的制备可以是一个零动量状态,这有助于观察喷注动量展宽,也可以是自由 P_{QCD} 哈密顿量的本征态,这可以被视为一个被服装粒子从 $x^+ = -\infty$ 处传播。各种时间演化技术可用于演化这些状态,并且通常分为 Trotter 方法和后 Trotter 方法。Trotter 方法使用乘积公式将全哈密顿量的指数近似为每个时间步长 t 各个项指数的乘积,其总门代价随精度 ϵ 在第 p 阶上按 $O(t^{1+\frac{1}{p}}\epsilon^{-\frac{1}{p}})$ 缩放。后 Trotter 算法,如截断泰勒级数 [28] 和量子信号处理,可能会被考虑,这些算法通常涉及构建 Block Encoding 子电路,在容错量子计算机上进行大规模模拟时能提高精度。

测量协议 是量子模拟的最后阶段,从中提取关于特定可观测量的信息。这可 以通过各种方法实现,如量子相位估计、经典阴影和 VQE 类型的测量。感兴趣的 喷射可观测量,例如横向动量展宽和胶子数,可以用对角算符 $a_{\beta}^{\dagger}a_{\beta}$ 和 $b_{\beta}^{\dagger}b_{\beta}$ 表示,其 期望值直接从标准测量中提取。由于经典背景场的随机性质(通常采用 McLerran – Venugopalan 模型),需要采样多个场配置来计算物理可观测量的期望平均值/ 偏差,这与在实验室进行高能物理学实验非常相似。用于模拟喷射的量子电路的 完整示意图见图 1(d)。

3.3 近期进展

在本节中,我们简要回顾了使用量子计算技术模拟喷流的最新进展。计算喷 流淬火参数 *q* 的第一种策略是在 2021 年引入,并随后在经典量子仿真器以及现 有的 NISQ 硬件上进行了实验演示 [24, 25]。利用时间依赖哈密顿量形式,模拟结 果不仅与分析性分析吻合良好,而且还超越了 eikonal 极限,达到了有限动能的范 围。后来,更多的原型研究随之展开,并将调查扩展到超过一个福克区段,例如 *|q* >+ *|qg* >用于夸克喷流 [26],以及 *|g* >+ *|gg* >用于胶子喷流 [29]。对于夸克喷流,人 们能够观察到显著的次 eikonal 效应、介质诱导的胶子发射修改以及熵的超线性 指数增长,这些在一定程度上得到了经典研究的验证。最近,提出了一种利用截 断泰勒级数的后特罗特方法来改进在领先 *|q* > 部分的研究 [28]。最后,提出了一个 统一的系统化量子策略处理方案,用于通过直接编码方案研究喷射现象学,并将 模拟推进到三个胶子 [27]。注意,目前阶段,所有这些数值努力仍局限于一个小 晶格空间,并且主要使用各种后端技术的经典仿真器进行,包括状态向量、射击 仿真、噪声仿真以及矩阵乘积态方法。

作为示例,我们强调了一些使用直接编码与矩阵乘积态模拟器对夸克喷射流进行模拟的最新结果,该模拟器最多支持 128 个量子位 [27]。在图 2(a)中,我们研究了通过介质传播的夸克喷射流的横向动量 〈P²_⊥; x⁺〉,在主导 |q〉福克空间



Figure 2. 从量子电路中提取的夸克喷流在介质中的选定结果。(a) 在领先 |q> 福克部分的横向 动量展宽。插图显示了横向动量的最终概率分布。(b) 介质对 |q> + |qgg> + |qgg> 中胶子数的修正。

中的情况。这种介观平均期望值与喷射淬火参数 \hat{q} 相关联,关联方式为 $\hat{q}L_{\eta} \equiv \langle \vec{P}_{\perp}^2; x^+ = L_{\eta} \rangle - \langle \vec{P}_{\perp}^2; 0 \rangle$,在总 L_{η} 时间演化之后。从一个 $\langle \vec{P}_{\perp}^2; 0 \rangle = 0$ 初始夸克态开始,提取的 \hat{q} 值发现与 eikonal 极限下的解析 Wilson 线结果相当。这成功地说明了由于多次介质相互作用而在振幅级别上发生的单个部分子扩散。在图 2(b) 中,我们研究了喷射散射中胶子辐射的介质修正,这可以通过胶子数算符 $N_g \equiv \sum_{\beta} a_{\beta}^{\dagger} a_{\beta}$ 方便地量化。从模拟中可以看出,一个可比较的介质由于量子干涉可以在早期阶段抑制探针产生的胶子数,这一点也在参考文献 [26, 29] 中发现,尽管在更现实的晶格上这仍然是一个开放的问题。

4 总结与未来展望

总结来说,量子计算为解决高能物理中的一些最具挑战性的问题提供了有前 景的新前沿,特别是对于重离子碰撞的研究,从利用量子算法增强实验数据分析 到实现喷流动力学的详细模拟。参见 Refs. [1–3] 以获取更多未提及工作的介绍和 概述。

量子计算方法在研究重离子碰撞中的喷注方面蓬勃发展,应用于提升实验测 量,并提供了多种理论选择,如格点QFT方法、开放量子系统和光前哈密顿量。 成功地努力理解喷注作为一种量子多体对象及其在不同内容下的现象学。扩展当 前的研究以通过考虑介质各向异性、初始阶段效应和粒子多重性来进行大规模模 拟来描述更现实的场景仍然非常重要且有趣。 作者感谢与 João Barata、Michael Kreshchuk、Meijian Li、Carlos A. Salgado、 James P. Vary 和 Bin Wu 进行的有益和有价值的讨论。本工作得到欧洲研究理 事会 ERC-2018-ADG-835105 YoctoLHC 项目的资助;由 Maria de Maeztu 杰出 单位拨款 CEX2023-001318-M 和 MICIU/AEI/10.13039/501100011033 资助的项 目 PID2020-119632GB-I00;由 ERDF/EU;由玛丽·居里行动计划博士后奖学金 资助,资助号为 101109293;由 Xunta de Galicia (CIGUS 研究中心网络)提供 支持。

References

- C.W. Bauer et al., Quantum Simulation for High-Energy Physics, PRX Quantum 4, 027001 (2023), 2204.03381. 10.1103/PRXQuantum.4.027001
- [2] A. Di Meglio et al., Quantum Computing for High-Energy Physics: State of the Art and Challenges, PRX Quantum 5, 037001 (2024), 2307.03236.
 10.1103/PRXQuantum.5.037001
- M.C. Bañuls et al., Simulating Lattice Gauge Theories within Quantum Technologies, Eur. Phys. J. D 74, 165 (2020), 1911.00003.
 10.1140/epjd/e2020-100571-8
- [4] D. Pires, Y. Omar, J.a. Seixas, Adiabatic quantum algorithm for multijet clustering in high energy physics, Phys. Lett. B 843, 138000 (2023), 2012.14514. 10.1016/j.physletb.2023.138000
- [5] A. Delgado, J. Thaler, Quantum annealing for jet clustering with thrust, Phys. Rev. D 106, 094016 (2022), 2205.02814. 10.1103/Phys-RevD.106.094016
- [6] A. Gianelle, P. Koppenburg, D. Lucchesi, D. Nicotra, E. Rodrigues, L. Sestini, J. de Vries, D. Zuliani, Quantum Machine Learning for b-jet charge identification, JHEP 08, 014 (2022), 2202.13943. 10.1007/JHEP08(2022)014
- H. Lamm, S. Lawrence, Y. Yamauchi (NuQS), Parton physics on a quantum computer, Phys. Rev. Res. 2, 013272 (2020), 1908.10439. 10.1103/Phys-RevResearch.2.013272
- [8] T. Li, X. Guo, W.K. Lai, X. Liu, E. Wang, H. Xing, D.B. Zhang, S.L. Zhu (QuNu), Partonic collinear structure by quantum computing, Phys. Rev. D 105, L111502 (2022), 2106.03865. 10.1103/PhysRevD.105.L111502

- [9] M.C. Bañuls, K. Cichy, C.J.D. Lin, M. Schneider, Parton Distribution Functions in the Schwinger Model with Tensor Networks, in 41st International Symposium on Lattice Field Theory (2024), 2409.16996
- [10] Z.B. Kang, N. Moran, P. Nguyen, W. Qian, Partonic distribution functions and amplitudes using tensor network methods (2025), 2501.09738.
- S. Grieninger, I. Zahed, Quasifragmentation functions in the massive Schwinger model, Phys. Rev. D 110, 116009 (2024), 2406.01891.
 10.1103/PhysRevD.110.116009
- [12] T. Li, H. Xing, D.B. Zhang, Simulating Parton Fragmentation on Quantum Computers (2024), 2406.05683.
- [13] C.W. Bauer, M. Freytsis, B. Nachman, Simulating Collider Physics on Quantum Computers Using Effective Field Theories, Phys. Rev. Lett. 127, 212001 (2021), 2102.05044. 10.1103/PhysRevLett.127.212001
- K. Bepari, S. Malik, M. Spannowsky, S. Williams, Quantum walk approach to simulating parton showers, Phys. Rev. D 106, 056002 (2022), 2109.13975.
 10.1103/PhysRevD.106.056002
- [15] F. Hebenstreit, J. Berges, D. Gelfand, Real-time dynamics of string breaking, Phys. Rev. Lett. 111, 201601 (2013), 1307.4619. 10.1103/Phys-RevLett.111.201601
- [16] A. Florio, D. Frenklakh, K. Ikeda, D. Kharzeev, V. Korepin, S. Shi, K. Yu, Real-Time Nonperturbative Dynamics of Jet Production in Schwinger Model: Quantum Entanglement and Vacuum Modification, Phys. Rev. Lett. 131, 021902 (2023), 2301.11991. 10.1103/PhysRevLett.131.021902
- [17] R.C. Farrell, M. Illa, A.N. Ciavarella, M.J. Savage, Quantum simulations of hadron dynamics in the Schwinger model using 112 qubits, Phys. Rev. D 109, 114510 (2024), 2401.08044. 10.1103/PhysRevD.109.114510
- [18] J. Casalderrey-Solana, C.A. Salgado, Introductory lectures on jet quenching in heavy ion collisions, Acta Phys. Polon. B 38, 3731 (2007), 0712.3443.
- [19] J.a. Barata, E. Rico, Real-time simulation of jet energy loss and entropy production in high-energy scattering with matter (2025), 2502.17558.
- [20] J.a. Barata, S. Mukherjee, Probing Celestial Energy and Charge Correlations through Real-Time Quantum Simulations: Insights from the Schwinger Model (2024), 2409.13816.
- [21] K. Lee, F. Turro, X. Yao, Quantum computing for energy correlators, Phys. Rev. D 111, 054514 (2025), 2409.13830. 10.1103/PhysRevD.111.054514

- [22] W.A. De Jong, M. Metcalf, J. Mulligan, M. Płoskoń, F. Ringer, X. Yao, Quantum simulation of open quantum systems in heavy-ion collisions, Phys. Rev. D 104, 051501 (2021), 2010.03571. 10.1103/PhysRevD.104.L051501
- [23] W.A. de Jong, K. Lee, J. Mulligan, M. Płoskoń, F. Ringer, X. Yao, Quantum simulation of nonequilibrium dynamics and thermalization in the Schwinger model, Phys. Rev. D 106, 054508 (2022), 2106.08394. 10.1103/PhysRevD.106.054508
- [24] J.a. Barata, C.A. Salgado, A quantum strategy to compute the jet quenching parameter \hat{q} , Eur. Phys. J. C 81, 862 (2021), 2104.04661. 10.1140/epjc/s10052-021-09674-9
- [25] J.a. Barata, X. Du, M. Li, W. Qian, C.A. Salgado, Medium induced jet broadening in a quantum computer, Phys. Rev. D 106, 074013 (2022), 2208.06750. 10.1103/PhysRevD.106.074013
- [26] J.a. Barata, X. Du, M. Li, W. Qian, C.A. Salgado, Quantum simulation of in-medium QCD jets: Momentum broadening, gluon production, and entropy growth, Phys. Rev. D 108, 056023 (2023), 2307.01792. 10.1103/Phys-RevD.108.056023
- [27] W. Qian, M. Li, C.A. Salgado, M. Kreshchuk, Efficient Quantum Simulation of QCD Jets on the Light Front (2024), 2411.09762.
- [28] S. Wu, W. Du, X. Zhao, J.P. Vary, Efficient and precise quantum simulation of ultrarelativistic quark-nucleus scattering, Phys. Rev. D 110, 056044 (2024), 2404.00819. 10.1103/PhysRevD.110.056044
- [29] X. Yao, Quantum Simulation of Light-Front QCD for Jet Quenching in Nuclear Environments (2022), 2205.07902.
- [30] N.F. Castro, J.G. Milhano, M.G.J.a. Oliveira, Jet evolution in a quantum computer: quark and gluon dynamics (2025), 2502.03431.
- [31] S.J. Brodsky, H.C. Pauli, S.S. Pinsky, Quantum chromodynamics and other field theories on the light cone, Phys. Rept. 301, 299 (1998), hep-ph/9705477. 10.1016/S0370-1573(97)00089-6
- [32] J.P. Vary, H. Honkanen, J. Li, P. Maris, S.J. Brodsky, A. Harindranath, G.F. de Teramond, P. Sternberg, E.G. Ng, C. Yang, Hamiltonian light-front field theory in a basis function approach, Phys. Rev. C81, 035205 (2010), 0905.1411. 10.1103/PhysRevC.81.035205
- [33] M. Li, T. Lappi, X. Zhao, Scattering and gluon emission in a color field: A light-front Hamiltonian approach, Phys. Rev. D 104, 056014 (2021), 2107.02225. 10.1103/PhysRevD.104.056014

- [34] M. Li, X. Zhao, P. Maris, G. Chen, Y. Li, K. Tuchin, J.P. Vary, Ultrarelativistic quark-nucleus scattering in a light-front Hamiltonian approach, Phys. Rev. D 101, 076016 (2020), 2002.09757. 10.1103/PhysRevD.101.076016
- [35] M. Li, T. Lappi, X. Zhao, C.A. Salgado, Momentum broadening of an inmedium jet evolution using a light-front Hamiltonian approach, Phys. Rev. D 108, 036016 (2023), 2305.12490. 10.1103/PhysRevD.108.036016
- [36] M. Li, T. Lappi, X. Zhao, C.A. Salgado, Scattering and gluon emission of physical quarks in a SU(3) colored field (2025), 2504.07162.
- [37] M. Kreshchuk, W.M. Kirby, G. Goldstein, H. Beauchemin, P.J. Love, Quantum simulation of quantum field theory in the light-front formulation, Phys. Rev. A 105, 032418 (2022), 2002.04016. 10.1103/PhysRevA.105.032418