

# 混合量子递归神经网络在剩余使用寿命预测中的应用

Olga Tsurkan, Aleksandra Konstantinova, Aleksandr Sedykh, Dmitrii Zhiganov,  
Arsenii Senokosov, Daniil Tarpanov, Matvei Anoshin, and Leonid Fedichkin  
*L.D. Landau Dept. of Theoretical Physics, Moscow Institute of Physics and Technology,  
Institutskiy Per. 9, Dolgoprudny, Moscow Region, 141701 Russia*  
(10Dated: May 1, 2025)

航空领域的预测性维护高度依赖于对喷气发动机剩余使用寿命的准确估计。本文介绍了一种结合量子长短时记忆层与经典密集层的混合量子递归神经网络框架，用于在 NASA 商业模块化航空推进系统仿真数据集上进行剩余使用寿命预测。每个量子长短时记忆门用量子深度注入电路替代传统的线性变换，使网络能够更有效地学习高频分量。实验结果表明，尽管可训练参数较少，该混合量子递归神经网络相较于基于堆叠长短时记忆层的递归神经网络，在均方根误差和平均绝对误差方面提高了高达 5%。此外，与包括随机森林、卷积神经网络和多层感知器在内的成熟技术进行彻底比较后发现，我们的方法实现了 15.46 的均方根误差，分别超越这些基准约 13.68%、16.21% 和 7.87%。尽管如此，它仍被某些先进的联合架构所超越。我们的研究结果突显了在有限数据条件下，混合量子-经典方法对稳健时间序列预测的潜力，为提升预测性维护任务中的可靠性提供了新的途径。

Keywords: 剩余使用寿命, 量子机器学习, 循环神经网络, LSTM, 预测性维护, 时间序列预测

## I. 介绍

关键机械设备剩余使用寿命 (RUL) 的准确估计是现代可靠性和风险管理策略的基础 [1–3]。这一点在航空业中表现得尤为明显：及时预测燃气涡轮喷气发动机故障不仅通过防止灾难性故障来增强安全性 [4]，而且还服务于维护和资源配置的优化 [5]。确实，强大的预测模型使运营商能够在必要时推迟昂贵的维修，同时避免因延迟大修带来的风险，最终导致停机时间减少和机队利用率提高 [6, 7]。

时间序列预测方法可用于剩余使用寿命的估计，大致可以分为统计方法和机器学习技术。传统的统计方法，包括自回归模型、移动平均模型以及自回归集成移动平均模型，在平稳性和线性假设下通常表现出色 [8, 9]。这些模型因其可解释性和严格的理论基础而受到重视，但在捕捉现实世界工业和航空航天数据中体现的非线性和相互依赖模式方面可能会遇到困难 [10]。

机器学习 (ML) 在包括经济学 [11]、医疗保健 [12]、能源 [13]、气象学 [14] 和工业 [15] 等多个领域的复杂预测任务中展现了显著的成功。在此背景下，循环神经网络 (RNN) 因其能够捕捉数据中的时间依赖性而脱颖而出。然而，它们常常受到梯度消失和爆炸 [16] 的阻碍，这使得模型训练变得复杂。长短期记忆 (LSTM) 网络 [17–20] 通过有效建模非线性交互、长期趋势和季

节性或周期性模式，缓解了这些问题，因此在时间序列任务中得到了广泛应用，包括剩余使用寿命 (RUL) 估计 [21]。

尽管取得了这些成就，经典机器学习策略可能会因数据有限或噪声大、高维特征空间以及复杂的故障动态而严重削弱 [22, 23]。近年来，量子计算已经从理论构建发展到初步的实际演示，利用纠缠和叠加等量子特性来实现传统硬件无法达到的计算过程 [24, 25]。这一进展导致了针对优化、模拟和密码学设计的量子算法的发展，从而为更专业化的实施铺平了道路 [26, 27]。

最后，一种新的工具出现了——量子机器学习 (QML)，它结合了机器学习算法和量子计算的优势，并通过解决由受限数据集或高维特征空间定义的问题证明了自己的实用性 [28–32]。QML 利用高维希尔伯特空间来编码输入特征，使其能够用比其经典对应方法更少的参数检测到更复杂的模式 [33, 34]。这在应用于非平稳或噪声信号问题时尤为有用，这类问题经常出现在工业维护和预测应用中 [35–38]。

一种利用这些量子优势的有前景的方法涉及混合量子-经典神经网络 (HQNNs)，它们在一个单一框架中结合了经典的和量子机器学习 [35, 39–42]。在这种结构内，量子组件在数据处理或特征编码中发挥特定作用，同时将反向传播和参数优化等计算难题留给经

典算法来完成。通过有选择地引入量子效应，HQNNs 保留了传统深度学习管道的可扩展性和可靠性 [43]。初步研究表明，HQNNs 可以匹配或超过其经典对应模型的性能，并且通常表现出更强的过拟合抵抗力 [44, 45]。HQNNs 固有的参数效率进一步增强了它们在处理复杂、高维输入或数据量有限情况下的适用性——这些情形经常出现在预测性维护中 [40, 46]。

在本文中，我们提出了一种专为喷气发动机剩余使用寿命预测设计的新型混合量子递归神经网络 (HQRNN)。我们的方法用量子深度注入 (QDI) 电路 [40, 46, 47] 替换了经典 LSTM 每个门中的线性变换，从而创建了一个量子增强的 LSTM (QLSTM) [35, 48]。通过将传感器测量值编码到量子希尔伯特空间中，这些 QDI 层有效捕捉了复杂的时序模式，并且所需的可训练参数比纯粹的经典基线更少 [48]。我们在 NASA 商用模块化航空推进系统仿真 (C-MAPSS) 数据集 [49] 上评估了我们的方法，该数据集是涡轮风扇发动机退化研究中广泛使用的基准，并在均方根误差 (RMSE) 和平均绝对误差 (MAE) 方面展示了改进的预测性能。此外，实验结果表明，我们的混合方法有助于缓解与有限数据相关的问题，强调其在工业时序应用中的潜在益处 [40]。

C-MAPSS 数据集是广泛用于预测飞机发动机剩余使用寿命的基准。最近的研究解决了这个问题，包括基于时间卷积神经网络 (TCNN) 结合 Transformer [50] 和增强注意力机制的联合 CNN-LSTM 模型 [51] 的方法；两篇文章还提供了替代方法的全面总结。在第 VI 节中，我们展示了我们提出的 HQRNN 与传统机器学习技术以及简单的神经网络架构 (表 II) 和最近的状态-of-the-art 联合深度学习方法 (表 III) 的详细比较分析。我们的 HQRNN 方法相比于传统的 ML 和简单的神经网络模型表现出优越性能，尽管目前相对于几种先进的联合模型仍表现不佳。这些结果突出了将量子增强递归结构与互补深度学习方法相结合的未来研究的前景。

论文的其余部分结构如下：第 II 节描述了本研究使用的 C-MAPSS 数据集。第 III 节概述了我们提出的 HQRNN 架构和底层 QDI 电路。我们在第 IV 节详细说明了实验设置并报告了实证结果，随后在第 V 节中对量子电路的性质进行了更深入的分析。最后，第 VI 节通过讨论量子增强剩余使用寿命预测的意义和未

来方向来结束。

## II. 数据集

NASA C-MAPSS 数据集是一种广泛用于分析燃气涡轮发动机退化的多变量时间序列数据集。在这项工作中，我们使用了包含 100 台发动机从运行到故障的数据的“FD001”子集。每台发动机从正常状态发展到故障点，提供了跨越多个周期的传感器测量值。该数据集包括四个主要特征组：

1. 一个引擎标识符 (范围从 1 到 100)，
2. 一个以周期为单位的时间索引，
3. 三种操作设置，
4. 二十一传感器测量。

为了简化问题，我们排除了操作设置，而是专注于用于预测剩余使用寿命 (RUL) 的传感器测量值。

数据被划分为训练集和测试集。在训练集中，每个发动机的传感器测量值记录直到发生故障，而在测试集中，测量值在故障前的任意周期结束。因此，目标是在测试集中预测故障前剩余的操作周期数，即从最后一个周期开始发动机将继续运行的操作周期数。提供了测试数据的真实 RUL 值向量。

我们设计预测模型如下。一个模型接收固定大小的连续发动机循环窗口作为输入，并产生单个估计的剩余使用寿命 (RUL) 值作为输出。这意味着对于训练数据集中的每个条目，都应该有一个相应的目标 RUL 值。

这些剩余使用寿命值的创建取决于退化模型。例如，线性退化模型在线性地将剩余使用寿命值减少到零时，随着发动机接近故障点而发生变化。然而，在这项工作中，我们将使用分段线性退化模型，该模型遵循这样的想法：在一段时间内发动机正常运行 (剩余使用寿命保持不变，也称为“早期剩余使用寿命”)，然后在某个时刻出现故障，导致其使用寿命线性减少，请参见图 1。我们选择将早期剩余使用寿命设置为 125 个循环，这是基于训练数据中观察到的最小运行长度 128 个循环。

在检查训练数据后，我们发现某些传感器特征在整个周期内保持不变；因此，我们将这些排除在外，因

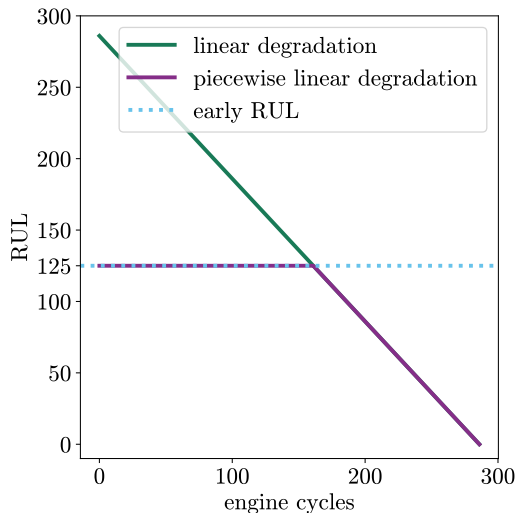


Figure 1: 发动机 2 的剩余使用寿命根据线性退化和分段线性退化模型。本研究采用分段线性模型，早期 RUL 阈值为 125。

为它们不提供预测信息。移除冗余特征后，剩下 14 个传感器通道。然后，我们对这些通道应用标准缩放变换，仅使用训练数据来拟合缩放器。

由于我们提出的架构依赖于类似 LSTM 的层来进行剩余使用寿命预测，我们将每个时间序列分割成长度为 30 个周期的窗口。因此每个窗口是一个  $30 \times 14$  传感器值矩阵。该网络将此窗口作为输入，并产生紧接在窗口之后的一个周期的剩余使用寿命估计值，从而为发动机退化问题提供了一个监督学习设置。

### III. 混合量子递归神经网络

在这项工作中，我们使用 HQRNN 来预测喷气发动机的剩余使用寿命。HQRNN 架构的核心是一系列 QLSTM 层，后面跟着一系列全连接层以进行最终回归。QLSTM 是从传统的 LSTM 派生而来的，通过用 QDI 层替换四个门（遗忘、输入、更新和输出）中的线性变换得到。

经典深度神经网络往往倾向于学习低频成分，这一现象有时被称为“F-原理”[52]。相比之下，在 QLSTM 中使用的 QDI 电路本质上在傅里叶变换空间内操作，使其能够更有效地捕捉高频成分[53]。这一特性对于时间序列数据特别有利，因为细微的时间波动对纯粹的经典模型来说难以捕捉。

图 2 提供了 HQRNN 模型及其组成层的概述。图 2(a) 显示了完整的管道：大小为  $W \times 14$  的传感器测量输入窗口通过三个堆叠的 QLSTM 层，其潜在维度分别为 32、16 和 8。QLSTM 堆栈的输出然后被馈送到经典的 Dense 层中，将维度从  $8 \times W$  减少到 16，再减少到 32，最后变为一个代表预测 RUL 的单一值。图 2(b) 描述了单个 QLSTM 层的内部结构，突出了每个传统线性门变换被单独的 QDI 层替换的情况。

图 2(c) 显示了 QDI 层的详细设计。在对输入数据进行编码之前，使用训练好的参数作为旋转角度，对四个量子比特的初始状态应用了一个参数化的  $R_x$  旋转，这些与一个受控非 (CNOT) 门环（橙色操作块）相结合。

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\theta}{2}) & -i \sin(\frac{\theta}{2}) \\ -i \sin(\frac{\theta}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2}) \end{pmatrix}$$

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

这之后是一个编码块，由使用输入特征作为旋转角度（蓝色矩形）的  $R_z$  次旋转表示。

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \exp(-i\frac{\phi}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(i\frac{\phi}{2}) \end{pmatrix}$$

这之后是变化部分  $R_x$  结合 CNOT 门。蓝色的操作块重复  $n = 1$  次。量子电路通过测量 Pauli 矩阵  $Y$  的本征向量基底来完成。

为了对比，我们还训练了一个纯粹基于经典 LSTM 的 RNN，它保留了相同的总体结构，但用标准线性变换替换了 QDI 层。

### IV. 训练与结果

在我们的实验中，提出的 HQRNN 模型采用了一个  $30 \times 14$  窗口的传感器数据，并输出相应的剩余使用寿命。我们将训练数据集划分为 20% 用于验证，而测试数据集仅用于最终性能评估。训练目标是最小化均



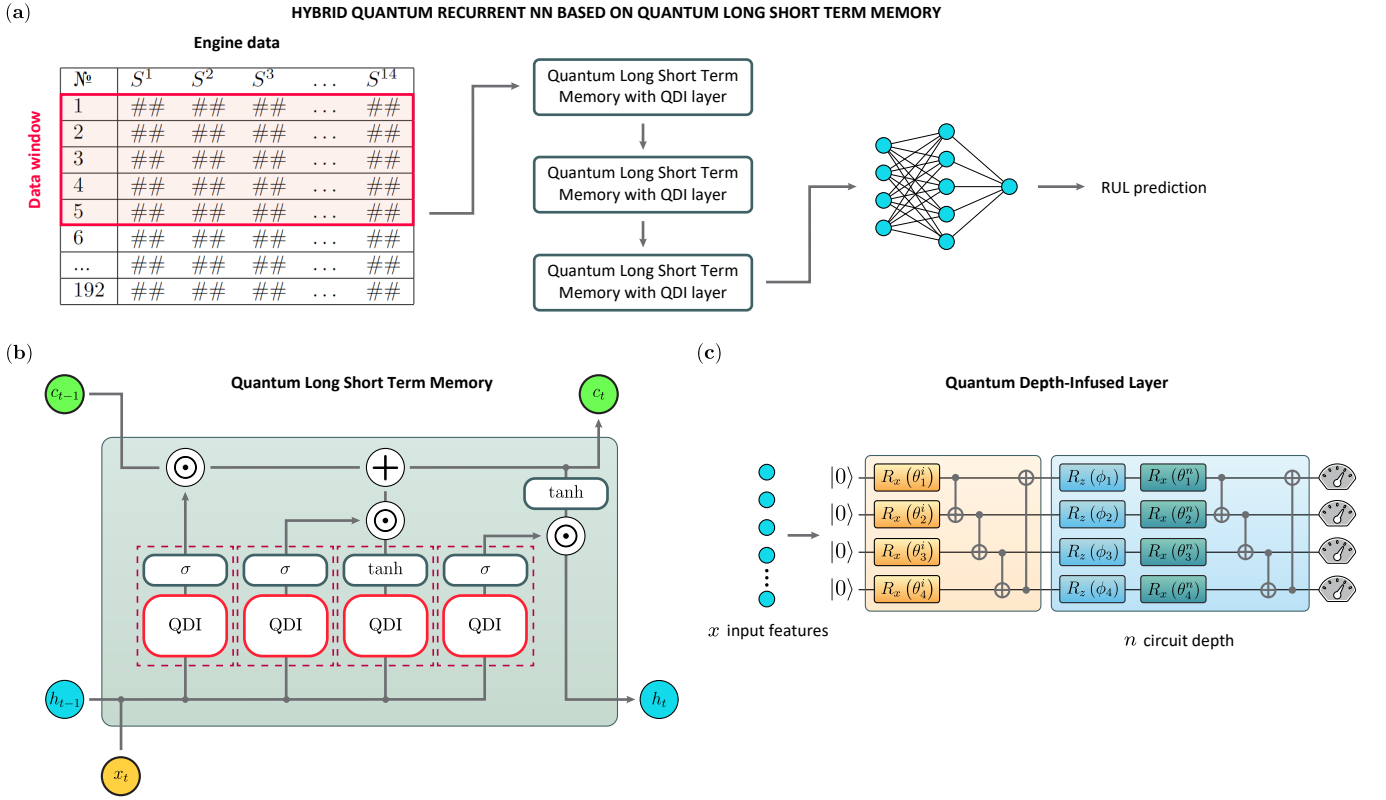


Figure 2: (a) HQRNN 模型管道。一个大小为  $W \times 14$  (其中  $W$  是窗口大小, 14 是传感器特征的数量) 的数据窗口通过三个堆叠的 QLSTM 层处理, 然后是经典的 Dense 层, 生成单个 RUL 值。QLSTM 层的维度分别为 32、16 和 8, 而 Dense 层从  $8 \times W$  到 16, 从 16 到 32, 最后从 32 到 1。 (b) QLSTM 层的结构。四个 LSTM 网门 (遗忘、输入、更新、输出) 中的每一个都用 QDI 层替换了传统的线性变换。 (c) QLSTM 中使用的 QDI 层示意图。每个输入特征通过参数化  $R_z$  门在 4 量子比特的量子电路上进行编码。变化部分包含参数化的旋转  $R_z$  和 CNOT 网门。蓝色模块重复  $n = 1$  次。可观测量是 PauliY 矩阵。

方误差损失:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2, \quad (1)$$

其中  $\hat{y}_i$  和  $y_i$  分别是第  $i$  个样本的预测值和真实值。除了 MSE 之外, 我们在验证集上还评估了 RMSE 和 MAE 以进一步了解每个模型的预测性能。

使用 Adam 优化器, 批量大小为 128, 学习率为 0.001, 我们训练了 HQRNN 和一个纯粹的经典 RNN 共 20 个周期。两个模型的参数数量相同以确保公平比较。

每个模型都用 10 种不同的随机种子进行训练, 我们取最终预测结果的平均值。如表 I 所示, HQRNN 在 RMSE 和 MAE 两个指标上均优于传统的 RNN, 在所有测试参数配置中表现更佳。这一观察似乎与训练阶段的结果相矛盾, 但它符合量子模型可能在数据稀缺场景下更好地泛化的前提 [53, 54] (请记住, 训练数据

集中只有 100 个引擎)。

一种可能的解释在于量子电路捕捉底层函数 [52] 较高频分量的能力, 在可用上下文 (即发动机数据集) 较少时这变得有益。在实际应用中, 我们的研究表明, 即使只有传感器读数的短片段可访问, HQRNN 也可能提供稳健的剩余使用寿命预测。这种对有限上下文的鲁棒性在现实世界的航空航天应用中尤其有价值, 在这些应用中, 完整的传感器历史记录并非总是可用或获取成本高昂。

## V. 量子电路分析

本节通过三个互补的视角来考察 QLSTM 网络中使用的 QDI 层: 利用 ZX 演算进行冗余分析, 使用费雪信息进行可训练性分析以及通过傅里叶分析进行表达能力分析。

Model	Mean RMSE	Best RMSE	Mean MAE	Best MAE	N of parameters
HQRNN	15.46	14.78	12.25	11.51	6793
RNN-32-16-8-16-32	16.71	15.68	13.18	<b>12.19</b>	14609
RNN-20-16-4-8-16	<b>16.37</b>	15.73	<b>12.89</b>	12.51	6793
RNN-16-8-4-8-16	16.56	15.52	13.03	12.36	4233
RNN-8-4-2-4-8	29.72	<b>15.07</b>	24.52	12.20	<b>1349</b>

Table I: RNN 和 HQRNN 模型的比较。在测试数据集上计算 RMSE 和 MAE 指标，并对 10 个训练模型的结果进行平均。“最佳 RMSE” 和 “最佳 MAE” 列列出 10 次运行中的最强成绩。粗体值表示经典模型中的最佳结果。

### A. 冗余分析: ZX 演算

ZX 算法是一种强大的图形语言，用于表示和简化量子电路 [55, 56]。它使用所谓的“蜘蛛”节点，通过明确定义的代数重写规则来分析和优化量子门。通过使用 ZX 技术，可以潜在地减少量子电路中的参数和门的数量而不改变其整体功能 [57, 58]。

图 3 展示了原始的 QDI 电路 (a) 及其优化形式 (b)。主要修改包括重新排列某些权重并将 CNOT 门与它们合并。尽管进行了这些调整，电路中最初的 8 个参数中的 8 个仍然至关重要，表明在不改变电路行为的情况下无法进一步简化。因此，可以认为这个 QDI 量子层结构是 ZX-不可约的，这意味着它已经在参数使用方面达到了高度效率。因此，这里使用的权重没有一个多余的。

### B. 可训练性分析: 费舍尔信息

在监督机器学习中，通常会在一个标记数据集  $\mathcal{D} = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$  上训练一个模型  $h_\theta(\hat{x})$ ，其中  $x$  表示输入数据而  $y$  表示相应的标签（目标）。模型参数  $\theta = (\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^n)$  定义了一个条件概率分布  $p(y | x, \theta)$ ，也可以通过联合分布  $p(x, y | \theta)$  表达为

$$p(y | x, \theta) = \frac{p(x, y | \theta)}{p(x)}.$$

所有这些不同  $\theta$  的分布集合形成了一个流形  $\mathcal{M} = \{p(y | x, \theta), \theta \in \Theta\}$ 。

在该流形上的每个点  $\theta$ ，都可以定义一个切空间  $T_\theta \mathcal{M}$ ，它是局部欧几里得的。 $T_\theta \mathcal{M}$  的一个常见基由对每个可训练参数的偏导数组成：

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \theta^1}, \frac{\partial}{\partial \theta^2}, \dots, \frac{\partial}{\partial \theta^n} \right\}.$$

使用这个基，我们定义得分函数为

$$s(\theta) = \nabla_\theta \log p(y | x, \theta),$$

它本身是  $\theta$  处的一个切向量。

费希尔信息矩阵 (FIM) 在每个切空间上引入了一个内积，充当了  $\mathcal{M}$  上的度量张量：

$$g_\theta : T_\theta \mathcal{M} \times T_\theta \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}.$$

具体来说，FIM 是得分的协方差矩阵 [59]：

$$F(\theta) = \text{Cov}[s(\theta)] = \mathbb{E}_{p(x, y | \theta)}[s(\theta) s(\theta)^\top] \quad (2)$$

在实践中，FIM 通过样本平均值进行近似。此外，可以通过

$$V \propto \int_{\Theta} \sqrt{\det F(\theta)} d\theta,$$

来评估流形  $\mathcal{M}$  的“体积”，其对数对应于参考文献 [60] 中引入的有效维度，并作为模型复杂度的度量。

分析 FIM 的一个重要动机是它与贫瘠高原现象的联系，在该现象中，对于大型系统，梯度消失  $\sim$  [61]。FIM 中大量的近零特征值通常表明训练性能不佳，这与这种高原现象相吻合  $\sim$  [44]。

根据 [44, 62]，我们计算了高斯数据集  $x \sim \mathcal{N}(0, 1)$  的 QDI 电路的 FIM。通过对所有  $x$  和  $y$  取平均，可以获得平均 FIM。

图 4 说明了我们的主要发现。图 4(a) 显示了 FIM 特征值的归一化直方图，突出显示它们分布良好且在零附近没有显著集中。图 4(b) 中，平均 FIM 的对角结构表明梯度大致均匀分布在各个参数上，而极小的非对角元素则暗示了参数间的交叉纠缠较弱，优化较为直接。总体而言，这些结果证实所选 QDI 电路非常适合于剩余使用寿命预测任务中的训练。

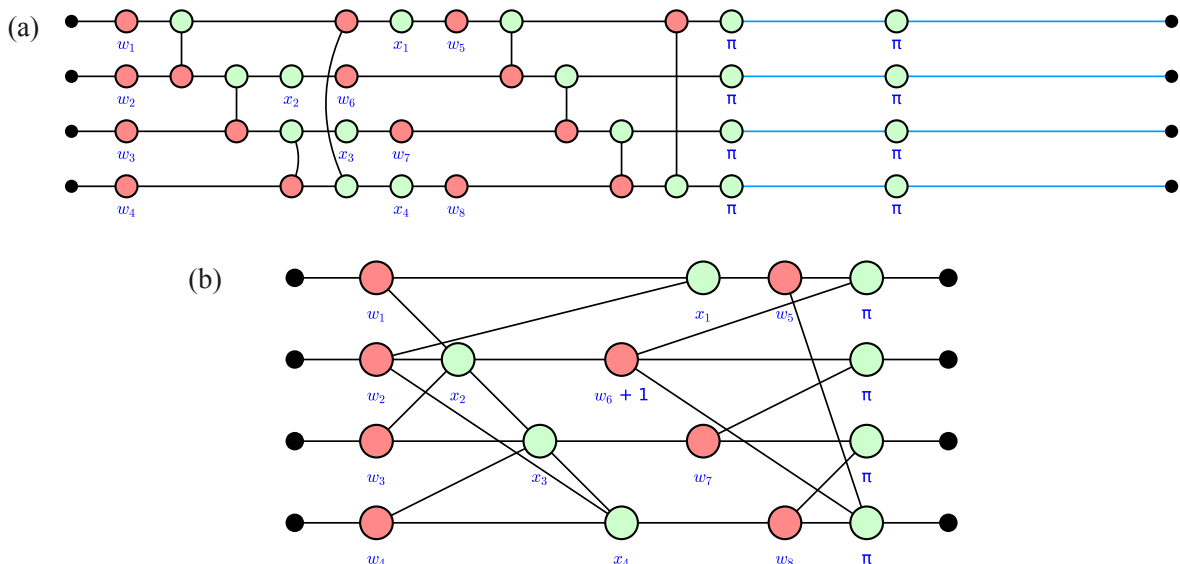


Figure 3: (a) 应用 ZX 参数缩减前的 QDI 层。(b) 经过权重重新排列的 ZX 简化后的 QDI 层结构。尽管进行了这些简化，但任何参数都无法在不影响该层功能的情况下被移除。

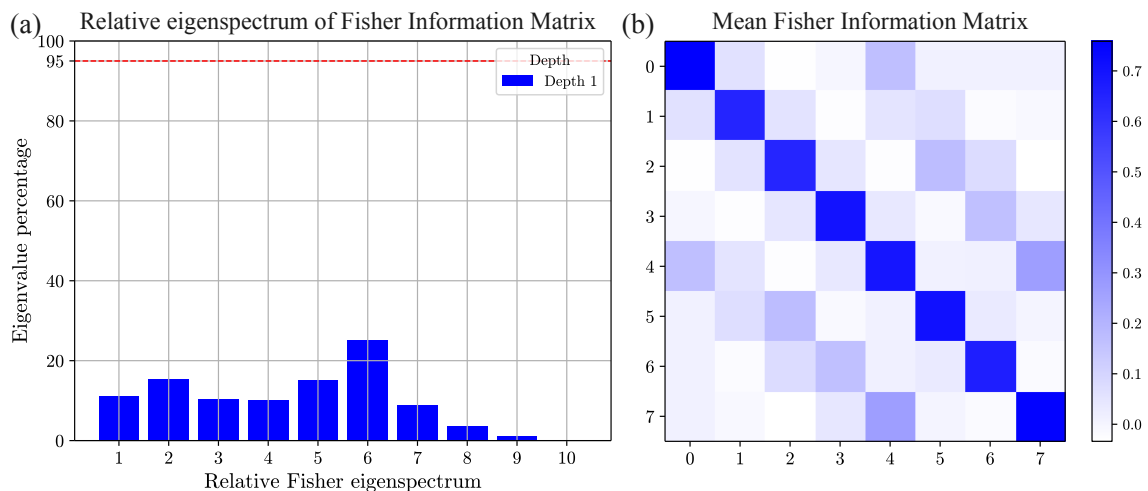


Figure 4: (a) 费雪特征值谱的归一化直方图。有几个特征值群组贡献略高；因此，电路并不仅仅依赖于少数几个重要参数，特别是因为所有其他参数在特征值百分比方面都紧随其后。此外，根据 [44]，接近零的小数量特征值表明了对贫瘠高原问题的韧性。另外，这些群组中没有一个接近 95% 多数阈值，从而显示出均衡贡献分布。(b) 这是一个平均归一化的费雪信息矩阵。该矩阵的对角线显示量子电路将梯度均匀分配给所有可训练参数，并且没有任何明显的单个参数主导现象。反对角元素不显著意味着参数之间没有相互关联，使得电路权重优化变得更加容易。

### C. 表达能力分析：傅里叶级数

量子神经网络采用基于角度的编码可以通过截断傅里叶级数的角度进行解释 [53, 63, 64]。具体来说，电路表示函数  $f(\theta, x)$  的能力可以表达为一个多维傅里叶级数，其截断程度取决于编码重复次数 [65]。例如，在一个包含两个编码特征的设置中，每个特征重复一

次，该函数变为：

$$f(\theta, x) = \langle \psi(\theta, x) | M | \psi(\theta, x) \rangle = \sum_{n=-1}^1 \sum_{m=-1}^1 c_{nm}(\theta) e^{i(n x_1 + m x_2)} \quad (3)$$

其中  $|\psi(\theta, x)\rangle$  是在所有参数化操作之后电路的量子状态， $M$  表示可观测量，而  $c_{nm}$  是由电路参数确定的复

$ijkl$ -th Fourier coefficient

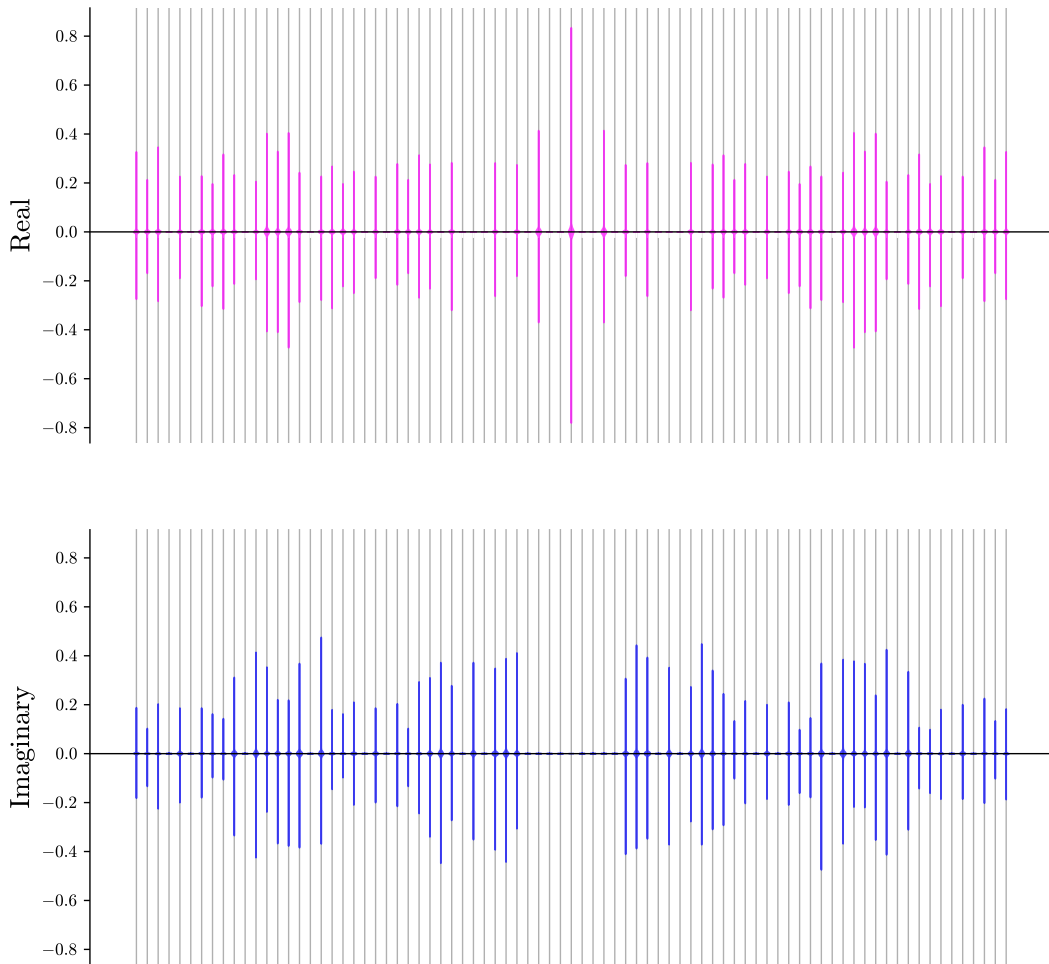


Figure 5: 傅里叶系数的实部和虚部对于具有四个输入特征的 QDI 层。非零系数 ( $\sim 67\%$ ) 的存在表明了显著的表现力。

系数。尽管最大可能的傅里叶频率受到电路深度的限制，但它们可以足够大以捕捉现实世界数据集中的高阶相关性。因此，非零系数的数量越多表示模型能够检测和学习更复杂的依赖关系或模式。

在 QDI 量子电路中，我们通过编码四个特征来评估傅里叶可访问性，每个特征仅在编码中出现一次。随机初始化电路参数（使用 1000 个样本），然后计算所得傅里叶频谱的实部和虚部，如图 5 所示。在 161 个可能的频率分量中，发现有 109 个具有非微不足道的

振幅 ( $\sim 67\%$ )，表明电路的傅里叶空间确实有很大一部分是可访问的。从这个角度来看，QDI 层展示了相当大的表达能力，在处理复杂、高维数据时是有利的。

#### D. 电路分析概要

基于 ZX 的简化确认 QDI 电路已经进行了最优参数化，没有冗余参数。同时，费雪信息分析表明所有参数都表现出强烈的可训练性，增强了电路的鲁棒性。

最后，傅里叶分析表明电路的傅里叶空间中有很大一部分是可访问的，使其能够表示对复杂时间序列数据至关重要的高频成分。综上所述，这些发现表明该电路的设计既参数高效又表达能力强，使其非常适合本研究中探讨的剩余使用寿命预测任务。

## VI. 讨论

在这项研究中，我们提出了一种用于预测喷气发动机剩余使用寿命的 HQRNN。我们的模型采用堆叠 QLSTM 层，在此每个 LSTM 门的经典线性变换被 QDI 电路所替代。如第 V 节所示，这些 QDI 层表现出强大的表达能力，能够捕捉广泛频谱的同时保持参数高效的设计。

我们在 NASA C-MAPSS “FD001” 数据集上测试了 HQRNN，并且使用了一个参数量相当的经典 RNN。尽管经典模型在训练集和验证集上的损失略低，但 HQRNN 在测试集上表现出了更好的泛化能力。具体来说，它在均方根误差 (RMSE) 和平均绝对误差 (MAE) 上分别提高了大约 5%，同时所需的可学习参数也较少。这表明量子增强网络可能不太容易过拟合，并且更擅长捕捉对于剩余使用寿命预测至关重要的各种频率成分，特别是在数据有限或特别复杂的情况下。通过 ZX 演算、费雪信息和傅里叶级数对量子电路的分析进一步证实了所选 QDI 电路既可训练又具有强大的表达能力，为改进现实世界退化模式建模提供了可行路径。

与经典机器学习模型 (随机森林、LASSO 回归等) 和简单的 ANN 模型 (MLP、CNN、LSTM) 相比，提出的 HQRNN 模型在 RMSE 误差方面表现出最佳性能 (表 II)。

然而，如果想要在这些任务中达到最先进的结果，则最好使用集成或神经网络模型的组合，并添加复杂的特征预处理 (表 III)。例如，“Auto RUL + LSTM 模型” [66] 使用改进的复杂退化模型来分配剩余使用寿命目标标签，而这项工作坚持使用简单的分段线性退化模型。因此，可以预期表 III 中表示的联合模型比我们的原始 HQRNN 模型表现更好。这意味着所提出的模型不仅可以用作独立模型，还可以集成到复杂的机器学习管道中，以进一步提高它们的性能。

展望未来，本研究提出了几个有前景的方向。其

Type	Method	RMSE
经典机器学习	RF [4]	17.91
	LASSO [4]	19.74
	SVM [4]	40.72
	KNR [4]	20.46
	GB [4]	15.67
神经网络	MLP [4]	16.78
	CNN [67]	18.45
	LSTM [68]	16.14
Proposed	HQRNN	<b>15.46</b>

Table II: 提出的 HQRNN 模型与经典 ML 模型和简单神经网络模型比较。最佳 RMSE 分数用粗体表示。

Method	RMSE
Transformer + TCNN [50]	12.31
CNN + LSTM [69]	16.16
LSTM + FCLCNN [70]	11.17
BLS + TCN [71]	12.08
Auto RUL + LSTM [66]	<b>7.78</b>
HQRNN (proposed)	15.46

Table III: 提出的 HQRNN 模型与联合模型比较。最佳 RMSE 分数用粗体表示。

其中之一是将量子模块整合到现有的预测算法中，例如随机森林或梯度提升，其中量子层可以作为高级特征编码器。此外，基于变压器的方法如 TabPFN [72] 或 Chronos [73] 可以从量子增强中受益，这可能提高它们建模复杂时间依赖性的能力。随着量子硬件的发展，还可以探索自适应策略，动态变化电路大小或深度来管理表示能力和可训练性之间的权衡。

通过将一种相对简单的量子增强架构应用于一个著名的工业数据集，并在经典基线基础上取得改进，这项工作突显了混合量子-经典模型的实际潜力。尽管量子机器学习要达到广泛工业应用仍有许多挑战，我们的结果表明，在结合量子 and 经典方法时存在可衡量的性能优势。这种前景可能促进类似混合设计的更广泛应用，并刺激进一步研究以完善量子电路架构、提高可解释性以及部署用于时间序列预测和其他预测任务的先进量子增强解决方案。



- 
- [1] X.-S. Si, W. Wang, C.-H. Hu, and D.-H. Zhou, "Remaining useful life estimation—a review on the statistical data driven approaches," European journal of operational research, vol. 213, no. 1, pp. 1–14, 2011.
- [2] J. Lee, F. Wu, W. Zhao, M. Ghaffari, L. Liao, and D. Siegel, "Prognostics and health management design for rotary machinery systems—Reviews, methodology and applications," Mechanical systems and signal processing, vol. 42, no. 1-2, pp. 314–334, 2014.
- [3] T. Berghout and M. Benbouzid, "A systematic guide for predicting remaining useful life with machine learning," Electronics, vol. 11, no. 7, p. 1125, 2022.
- [4] C. Zhang, P. Lim, A. K. Qin, and K. C. Tan, "Multiobjective deep belief networks ensemble for remaining useful life estimation in prognostics," IEEE transactions on neural networks and learning systems, vol. 28, no. 10, pp. 2306–2318, 2016.
- [5] Z. Kang, C. Catal, and B. Tekinerdogan, "Remaining useful life (RUL) prediction of equipment in production lines using artificial neural networks," Sensors, vol. 21, no. 3, p. 932, 2021.
- [6] C.-G. Huang, H.-Z. Huang, and Y.-F. Li, "A bidirectional lstm prognostics method under multiple operational conditions," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 66, no. 11, pp. 8792–8802, 2019.
- [7] C. Ferreira and G. Gonçalves, "Remaining Useful Life prediction and challenges: A literature review on the use of Machine Learning Methods," Journal of Manufacturing Systems, vol. 63, pp. 550–562, 2022.
- [8] G. E. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, and G. M. Ljung, Time series analysis: forecasting and control. John Wiley & Sons, 2015.
- [9] R. H. Shumway, D. S. Stoffer, and D. S. Stoffer, Time series analysis and its applications. Springer, 2000, vol. 3.
- [10] G. P. Zhang, "Time series forecasting using a hybrid arima and neural network model," Neurocomputing, vol. 50, pp. 159–175, 2003.
- [11] J. H. Stock and M. W. Watson, "Forecasting with many predictors," Handbook of economic forecasting, vol. 1, pp. 515–554, 2006.
- [12] L. Roberts, H. Dhanoa, S. Lanes, and J. Holdship, "Machine learning for enhanced healthcare: an overview for operational and clinical leads," British Journal of Healthcare Management, vol. 29, no. 1, pp. 12–19, 2023.
- [13] N. Feng and C. Ran, "Design and optimization of distributed energy management system based on edge computing and machine learning," Energy Informatics, vol. 8, no. 1, p. 17, 2025.
- [14] K. Zhou, Y. Zheng, B. Li, W. Dong, and X. Zhang, "Forecasting different types of convective weather: A deep learning approach," Journal of Meteorological Research, vol. 33, pp. 797–809, 2019.
- [15] N. RHERIB and S. Dehbi, "From Data to Decision: A Review of Machine Learning Applications in Industrial Management," International Journal of Scientific Research and Management (IJSRM), vol. 13, pp. 8392–8397, 2025.
- [16] Y. Bengio, P. Simard, and P. Frasconi, "Learning long-term dependencies with gradient descent is difficult," IEEE transactions on neural networks, vol. 5, no. 2, pp. 157–166, 1994.
- [17] S. Hochreiter and J. Schmidhuber, "Long short-term memory," Neural computation, vol. 9, no. 8, pp. 1735–1780, 1997.
- [18] F. A. Gers, J. Schmidhuber, and F. Cummins, "Learning to forget: Continual prediction with lstm," Neural computation, vol. 12, no. 10, pp. 2451–2471, 2000.
- [19] A. Graves, A.-r. Mohamed, and G. Hinton, "Speech recognition with deep recurrent neural networks," in 2013 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing. Ieee, 2013, pp. 6645–6649.
- [20] H. Sak, A. W. Senior, F. Beaufays et al., "Long short-term memory recurrent neural network architectures for large scale acoustic modeling." in Interspeech, vol. 2014, 2014, pp. 338–342.
- [21] S. Al-Selwi, M. F. Hassan, S. Jadid Abdulkadir, A. Muneer, E. Sumiea, A. Alqushaibi, and M. Ragab, "RNN-LSTM: From applications to modeling techniques and beyond—Systematic review," Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences, vol. 36, p. 102068, 2024.
- [22] C. M. Bishop, "Pattern recognition and machine learning (information science and statistics)," Springer New York, 2007.
- [23] I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, and Y. Bengio, Deep learning. MIT press Cambridge, 2016, vol. 1, no. 2.
- [24] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, Quantum computation and quantum information. Cambridge university press, 2010.

- [25] J. Biamonte, P. Wittek, N. Pancotti, P. Rebentrost, N. Wiebe, and S. Lloyd, “Quantum machine learning,” *Nature*, vol. 549, no. 7671, pp. 195–202, 2017.
- [26] A. Montanaro, “Quantum algorithms: an overview,” *npj Quantum Information*, vol. 2, no. 1, pp. 1–8, 2016.
- [27] J. Preskill, “Quantum computing in the NISQ era and beyond,” *Quantum*, vol. 2, p. 79, 2018.
- [28] P. Rebentrost, M. Mohseni, and S. Lloyd, “Quantum support vector machine for big data classification,” *Physical review letters*, vol. 113, no. 13, p. 130503, 2014.
- [29] C. Ciliberto, M. Herbster, A. D. Ialongo, M. Pontil, A. Rocchetto, S. Severini, and L. Wossnig, “Quantum machine learning: a classical perspective,” *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 474, no. 2209, p. 20170551, 2018.
- [30] M. Schuld and F. Petruccione, “Supervised learning with quantum computers,” *Quantum science and technology (Springer, 2018)*, 2018.
- [31] Y. Cao, G. G. Guerreschi, and A. Aspuru-Guzik, “Quantum neuron: an elementary building block for machine learning on quantum computers,” *arXiv preprint arXiv:1711.11240*, 2017.
- [32] M. Alharbi and S. Ahmad, “Deep revamped quantum convolutional neural network on fashion mnist dataset,” *Data & Metadata*, vol. 3, pp. 358–368, 2024.
- [33] V. Havlíček, A. D. Córcoles, K. Temme, A. W. Harrow, A. Kandala, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, “Supervised learning with quantum-enhanced feature spaces,” *Nature*, vol. 567, no. 7747, pp. 209–212, 2019.
- [34] M. Schuld and N. Killoran, “Quantum machine learning in feature hilbert spaces,” *Physical review letters*, vol. 122, no. 4, p. 040504, 2019.
- [35] A. Sagingalieva, S. Komorniyk, A. Senokosov, A. Joshi, A. Sedykh, C. Mansell, O. Tsurkan, K. Pinto, M. Pflitsch, and A. Melnikov, “Photovoltaic power forecasting using quantum machine learning,” *arXiv preprint arXiv:2312.16379*, 2023.
- [36] D. Emmanoulopoulos and S. Dimoska, “Quantum machine learning in finance: Time series forecasting,” *arXiv preprint arXiv:2202.00599*, 2022.
- [37] T. Protasevich, M. Surmach, A. Sedykh, O. Tsurkan, M. Anoshin, V. Lopatkin, and L. Fedichkin, “Multi-stream physics hybrid networks for solving navier-stokes equations,” *arXiv preprint arXiv:2504.01891*, 2025.
- [38] N. Lee, M. Shin, A. Sagingalieva, A. J. Tripathi, K. Pinto, and A. Melnikov, “Predictive control of blast furnace temperature in steelmaking with hybrid depth-infused quantum neural networks,” *arXiv preprint arXiv:2504.12389*, 2025.
- [39] D. Arthur et al., “A hybrid quantum-classical neural network architecture for binary classification,” *arXiv preprint arXiv:2201.01820*, 2022.
- [40] A. Sagingalieva, M. Kordzanganeh, N. Kenbayev, D. Kosichkina, T. Tomashuk, and A. Melnikov, “Hybrid quantum neural network for drug response prediction,” *Cancers*, vol. 15, no. 10, p. 2705, 2023.
- [41] L. Bischof, S. Teodoropol, R. M. Fuchsli, and K. Stockinger, “Hybrid quantum neural networks show strongly reduced need for free parameters in entity matching,” *Scientific Reports*, vol. 15, no. 1, p. 4318, 2025.
- [42] Y. Sun, D. Li, Q. Xiang, Y. Yuan, Z. Hu, X. Hua, Y. Jiang, Y. Zhu, and Y. Fu, “Scalable quantum convolutional neural network for image classification,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 657, pp. 130–226, 2025.
- [43] M. Broughton, G. Verdon, T. McCourt, A. J. Martinez, J. H. Yoo, S. V. Isakov, P. Massey, R. Halavati, M. Y. Niu, A. Zlokapa et al., “Tensorflow quantum: A software framework for quantum machine learning,” *arXiv preprint arXiv:2003.02989*, 2020.
- [44] A. Abbas, D. Sutter, C. Zoufal, A. Lucchi, A. Figalli, and S. Woerner, “The power of quantum neural networks,” *Nature Computational Science*, vol. 1, no. 6, pp. 403–409, 2021.
- [45] J. Berberich, D. Fink, D. Pranjčić, C. Tutschku, and C. Holm, “Training robust and generalizable quantum models,” *Physical Review Research*, vol. 6, no. 4, p. 043326, 2024.
- [46] M. Anoshin, A. Sagingalieva, C. Mansell, D. Zhiganov, V. Shete, M. Pflitsch, and A. Melnikov, “Hybrid quantum cycle generative adversarial network for small molecule generation,” *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2024.
- [47] L. Lusnig, A. Sagingalieva, M. Surmach, T. Protasevich, O. Michiu, J. McLoughlin, C. Mansell, G. de’ Petris, D. Bonazza, F. Zanconati et al., “Hybrid quantum image classification and federated learning for hepatic steatosis diagnosis,” *Diagnostics*, vol. 14, no. 5, p. 558, 2024.
- [48] S. Y.-C. Chen, S. Yoo, and Y.-L. L. Fang, “Quantum long short-term memory,” in *Icassp 2022-2022 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing (ICASSP)*. IEEE, 2022, pp. 8622–8626.

- [49] A. Saxena and K. Goebel, “Turbofan engine degradation simulation data set,” NASA ames prognostics data repository, vol. 18, pp. 878–887, 2008.
- [50] H.-K. Wang, Y. Cheng, and K. Song, “Remaining useful life estimation of aircraft engines using a joint deep learning model based on tenn and transformer,” Computational Intelligence and Neuroscience, vol. 2021, no. 1, p. 5185938, 2021.
- [51] S. Deng and J. Zhou, “Prediction of remaining useful life of aero-engines based on cnn-lstm-attention,” International Journal of Computational Intelligence Systems, vol. 17, no. 1, p. 232, 2024.
- [52] Z.-Q. J. Xu, Y. Zhang, and Y. Xiao, “Training behavior of deep neural network in frequency domain,” in Neural Information Processing: 26th International Conference, ICONIP 2019, Sydney, NSW, Australia, December 12–15, 2019, Proceedings, Part I 26. Springer, 2019, pp. 264–274.
- [53] M. Schuld, R. Sweke, and J. J. Meyer, “Effect of data encoding on the expressive power of variational quantum-machine-learning models,” Physical Review A, vol. 103, no. 3, p. 032430, 2021.
- [54] M. C. Caro, H.-Y. Huang, M. Cerezo, K. Sharma, A. Sornborger, L. Cincio, and P. J. Coles, “Generalization in quantum machine learning from few training data,” Nature communications, vol. 13, no. 1, p. 4919, 2022.
- [55] B. Coecke and R. Duncan, “Interacting quantum observables: categorical algebra and diagrammatics,” New Journal of Physics, vol. 13, no. 4, p. 043016, 2011.
- [56] J. van de Wetering, “Zx-calculus for the working quantum computer scientist,” arXiv preprint arXiv:2012.13966, 2020.
- [57] T. Peham, L. Burgholzer, and R. Wille, “Equivalence checking of quantum circuits with the zx-calculus,” IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems, vol. 12, no. 3, pp. 662–675, 2022.
- [58] Q. Wang, R. Yeung, and M. Koch, “Differentiating and integrating zx diagrams with applications to quantum machine learning,” Quantum, vol. 8, p. 1491, 2024.
- [59] S.-i. Amari, “Natural gradient works efficiently in learning,” Neural Computation, vol. 10, no. 2, pp. 251–276, 1998.
- [60] O. Berezniuk, A. Figalli, R. Ghigliazza, and K. Musaelian, “A scale-dependent notion of effective dimension,” arXiv preprint arXiv:2001.10872, 2020.
- [61] J. R. McClean, S. Boixo, and V. N. Smelyanskiy, “Barren plateaus in quantum neural network training landscapes,” Nature Communications, vol. 9, no. 1, p. 4812, 2018.
- [62] J. Y. Araz and M. Spannowsky, “Classical versus quantum: Comparing tensor-network-based quantum circuits on Large Hadron Collider data,” Physical Review A, vol. 106, no. 6, p. 062423, 2022.
- [63] E. Peters and M. Schuld, “Generalization despite overfitting in quantum machine learning models,” Quantum, vol. 7, p. 1210, 2023.
- [64] P. Atchadé and K. Larson, “Fourier Series Weight in Quantum Machine Learning,” Advances in Artificial Intelligence and Machine Learning, vol. 04, pp. 1866–1890, 2024.
- [65] A. Pérez-Salinas, A. Cervera-Lierta, E. Gil-Fuster, and J. I. Latorre, “Data re-uploading for a universal quantum classifier,” Quantum, vol. 4, p. 226, 2020.
- [66] O. Asif, S. A. Haider, S. R. Naqvi, J. F. Zaki, K.-S. Kwak, and S. R. Islam, “A deep learning model for remaining useful life prediction of aircraft turbofan engine on c-mapss dataset,” Ieee Access, vol. 10, pp. 95 425–95 440, 2022.
- [67] G. Sateesh Babu, P. Zhao, and X.-L. Li, “Deep convolutional neural network based regression approach for estimation of remaining useful life,” in Database systems for advanced applications: 21st international conference, DASFAA 2016, dallas, TX, USA, April 16-19, 2016, proceedings, part i 21. Springer, 2016, pp. 214–228.
- [68] S. Zheng, K. Ristovski, A. Farahat, and C. Gupta, “Long short-term memory network for remaining useful life estimation,” in 2017 IEEE international conference on prognostics and health management (ICPHM). IEEE, 2017, pp. 88–95.
- [69] Z. Kong, Y. Cui, Z. Xia, and H. Lv, “Convolution and long short-term memory hybrid deep neural networks for remaining useful life prognostics,” Applied Sciences, vol. 9, no. 19, p. 4156, 2019.
- [70] C. Peng, Y. Chen, Q. Chen, Z. Tang, L. Li, and W. Gui, “A remaining useful life prognosis of turbofan engine using temporal and spatial feature fusion,” Sensors, vol. 21, no. 2, p. 418, 2021.
- [71] K. Yu, D. Wang, and H. Li, “A prediction model for remaining useful life of turbofan engines by fusing broad learning system and temporal convolutional network,” in 2021 8th International Conference on Information, Cybernetics, and Computational Social

- Systems (ICCSS). IEEE, 2021, pp. 137–142.
- [72] N. Hollmann, S. Müller, K. Eggenberger, and F. Hutter, “TabPFN: A transformer that solves small tabular classification problems in a second,” arXiv preprint arXiv:2207.01848, 2022.
- [73] A. F. Ansari, L. Stella, C. Turkmen, X. Zhang, P. Mer-  
cado, H. Shen, O. Shchur, S. S. Rangapuram, S. P. Arango, S. Kapoor et al., “Chronos: Learning the language of time series,” arXiv preprint arXiv:2403.07815, 2024.