

LRBO2: 基于改进的 3D 视觉的手眼标定方法 用于协作机器人臂

Leihui Li^{†,1}, Lixuepiao Wan^{†,1}, Volker Krueger² and Xuping Zhang^{*,1}

摘要—手眼标定是协作机器人领域常见的问题，涉及确定视觉传感器与机器人法兰之间的转换矩阵，以实现基于视觉的机器人任务。然而，这一过程通常需要多次移动机器人手臂和外部校准对象，这既耗时又不便，特别是在需要频繁重新校准时尤其如此。在这项工作中，我们扩展了之前的方法——“一次看机器人底座” (LRBO)，该方法消除了对外部校准物体如棋盘的依赖。我们提出了一种通用的数据集生成方法用于点云配准，重点是将机器人底座点云与扫描数据对齐。此外，进行了更详细的仿真研究，涉及几种不同的协作机器人手臂，并在工业环境下进行了实际实验。我们的改进方法使用了总共来自 9 个不同品牌的 14 台机器人进行模拟和评估，包括 KUKA、Universal Robots、UFACTORY 和 Franka Emika，这些品牌在协作机器人领域中广泛使用。物理实验证明，我们扩展的方法实现了与现有商用手眼标定解决方案相当的性能，同时整个校准过程仅需几秒钟即可完成。此外，我们提供了一种用户友好的手眼标定方案，代码可在 github.com/leihui6/LRBO2 公开获取。

Index Terms—手眼校准，三维视觉，协作机器人，机器人臂

I. 介绍

三维视觉系统，特别是那些利用点云数据的系统，提供了详细的几何表面信息，使全面的空间理解成为可能 [1]。这种能力显著推动了现代制造系统的进步 [2], [3]，特别是在协作机器人和自动化操作领域 [4], [5]。此外，将感知传感器与机器人操纵器集成起来，极大地增强了需要基于视觉的智能控制和操控的应用程序 [6]–[8]。协作机器人的一个基本问题是建立传感系统（眼睛）与工具中心点（手）之间的精确协调 [9]–[11]。这种协调被称为手眼校准，决定了空间变换，包括平移和旋转。广泛使用的方法 [11]–[13] 通常依赖于专门的校准设

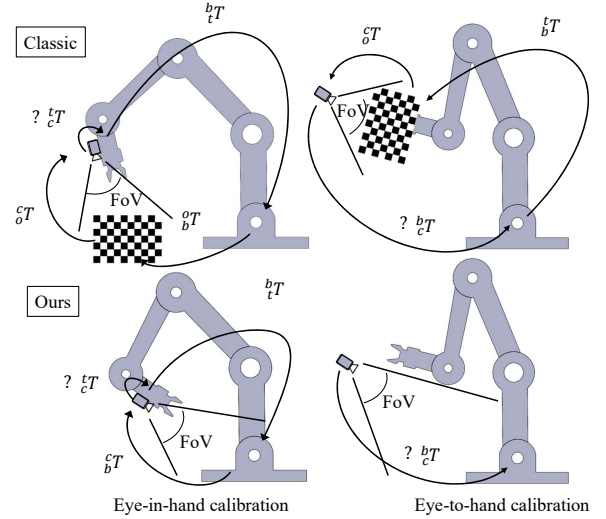


图 1. 我们提出的手眼标定和需要外部校准物体的传统标定。

备和复杂的程序，在需要频繁重新校准的动态工业环境中造成了实际限制。在本文中，我们旨在通过三维视觉实现快速有效的手眼校准。

标定目标在传统的手眼标定中是必不可少的组件 [14], [15]，其中棋盘格和圆是最常用的标准化图案 [16]。通过执行多组协作机器人手臂运动并同时获取相应的图像，构建并求解齐次变换方程来估计手眼变换 [17]。这种传统的基于目标的方法存在几个固有限制：必须手动集成标定目标，其非凸性质导致不可避免的近似解 [18]，以及需要多次机器人运动进行数据收集从而导致显著的时间消耗 [19]–[21]。

为了解决传统手眼标定中的挑战并改进它，我们基于之前的工作，提出了 Look at Robot Base Once 2 (LRBO2) 方法 [22]。该方法通过消除对额外标定目标的需求，并利用机器人基座本身作为统一的标定目标来保留其用户友好特性，从而实现快速的手眼标定。在本文中，提出了一种通用的数据集生成方法，使我们的方法能够适用于各种协作机器人。此外，在我们的仿真环

[†]These authors contributed equally to this work.

¹Department of Mechanical and Production Engineering, Aarhus University, Aarhus, Denmark

²Department of Computer Science, Lund University, Lund, Sweden

*Corresponding author: Xuping Zhang, Email: xuzh@mpe.au.dk.

境中涉及了总共 14 个机械臂，对我们的方法进行了全面的鲁棒性和准确性评估，展示了我们方法的可行性。最后，进行了一项物理实验，将我们的方法与当前商用的手眼标定解决方案进行了比较，展示了其在实际应用中的适用性。

我们的工作的关键贡献总结如下：

- 1) 我们改进和发展了一种通用的数据集生成方法：除了捕捉以不同半径的半球围绕机器人基座的点云之外，我们还通过探索广泛的实际关节角度组合来模拟真实的机器人姿态。
- 2) 总共涉及我们研究的有来自 9 个不同品牌的 14 个协作机器人臂，每个机器人臂提供了 900 次手眼校准结果。对个别和整体的结果都进行了分析，证明了我们的方法具有普适性。
- 3) 真实世界实验在一个工业环境中进行，在此环境中，我们的提议方法与一个商用校准设置进行了比较。我们的方法使用单个和多个关节配置进行了验证，展示了其有效性和可比性能。

II. 相关工作

手眼校准是使用协作机器人手臂 [23] 的视觉引导机器人操纵系统的一个先决条件，而这种校准的准确性从根本上决定了系统中基于视觉控制和操作的后续精度。为了计算机器人末端执行器与相机之间的未知变换，解决手眼校准的方法可以归类为 [11]：求解齐次变换方程、重投影误差最小化技术以及基于学习的方法。

常规的方程形式可以表示为 [24]： $AX = XB$ [25] 或 $AX = YB$ [26]。前者通过多组机器人运动来确定手眼矩阵 X 。为了消除此公式中固有的误差传播并提高噪声敏感性，庄和萧 [27] 提出了一个用于求解矩阵 X 的顺序方法。最近，马等人 [28] 提出了一种新颖的概率方法，将批处理方法扩展到过滤异常数据。第二个方程旨在同时确定手眼矩阵 X 和从机器人基座到世界坐标的变换矩阵 Y 。为了解这个方程，许多解决方案策略利用了线性最小二乘法结合迭代优化方案 [29]。针对这些方法，Ha [30] 提出了一种概率框架，通过揭示其对系统噪声的基本假设来阐明现有方法的模糊方面。另一种方法是利用重投影误差最小化进行手眼校准。基于这一原理，Kenji 和 Emanuele [31] 提出了一种通过投影模型适应来兼容多种相机型号的方法论，为估计问题提供了一个高效且鲁棒的解决方案。然而，这些传统方法及其衍生方法通常需要多次机器人运动（至少两次）、额外

的校准目标，或者遭受高算法复杂度和延长计算时间的问题。

为了克服传统方法的局限性，基于学习的方法逐渐被融入到手眼标定程序中。Hua 和 Zeng [32] 通过神经网络训练建立了坐标变换关系，在噪声干扰下仍实现了增强的抓取精度。在受限的外科手术场景中，Krittin 等人 [33] 利用深度卷积网络估计手眼变换，利用帧之间的时序信息和运动数据，无需校准物体。Bahadir 等人 [34] 提出了基于持续学习的方法，能够逐步扩展标定空间而不需要完全重新训练，并适应相机姿态随时间的变化。然而，现有的基于学习的方法仍有较大的改进空间。相关神经网络表现出高计算复杂度，在常见机器人操纵器中的直接实施普遍能力有限，某些情况下仍依赖外部校准物体。此外，某些方法仅限于眼在手内或眼对眼标定之一情况，无法满足两种场景的需求。

与前述方法相比，我们提出的 LRBO2 在保持无标定物操作优势的同时，能够适应眼在手和眼到手的校准配置。通过观察机器人底座，建立了一个封闭的动力学链，使得摄像机与机器人法兰之间的变换矩阵可以直截了当地确定。此外，我们引入了一种用于生成机器人底座点云配准数据集的方法，增强了我们方法的通用性。涉及 14 种常用协作机器人手臂的仿真以及将我们的方法与商用解决方案进行比较的实际实验表明，所提出的方法具有适用性和有效性。

III. 问题定义和方法

A. 问题定义

手眼校准问题在视觉引导的协作机器人系统中的本质是确定相机与工具中心点（眼在手上校准）或相机与机器人基座（眼对手机器人校准）之间的变换矩阵。在眼在手上校准中，相机安装在机器人的末端执行器上，随手臂一起移动。相比之下，在眼对手机器人校准中，相机固定在环境中以观察机器人的工作空间。为了形式化这一点，我们定义了坐标系：机器人基座为 F_b ，工具中心点为 F_t ，标定物体为 F_o ，以及相机为 F_c 。

B. 眼在手校准

在眼在手配置中，相机刚性安装在机器人的法兰上，如图 1 中的第一个所示。主要目标是计算相机坐标系与工具中心点（TCP）框架之间的刚体变换矩阵。该问题通常被表述为 $AX = XB$ ，其中 X 表示要解决的

变换。这种校准通常需要机器人在观察校准目标的同时移动到多个姿态。具体来说，它可以表示为：

$${}^bT_i^{-1} {}^bT_{jc} {}^tT = {}^tT_o {}^cT_i {}^cT_j^{-1} \quad (1)$$

其中指标 i 和 j 表示来自校准测量集合的两个不同的机器人姿态，而 bT 代表从工具中心点框架到机器人基座坐标系的变换矩阵。 bT 可以通过正向运动学计算得到， tT 是需要确定的未知的手眼变换矩阵，而 cT 表示相机观测到的校准对象坐标系到相机坐标系的变换矩阵。

C. 眼在手外标定

在眼在手配置中，相机安装在工作空间内的固定位置，位于机器人手臂外部。这种设置允许相机保持静态全局视角，同时机器人操作器执行其动作。眼在手校准的主要目标是确定相机坐标系与机器人基座坐标系之间的刚体变换矩阵。通过在机器人末端执行器处进行多次标定板的移动，可以建立数学关系：

$${}^tT_i^{-1} {}^tT_{jc} {}^bT = {}^bT_o {}^cT_i {}^cT_j^{-1} \quad (2)$$

其中， bT 是从相机坐标系到机器人基座坐标系的未知变换，需要计算得到；而 cT 表示从相机坐标系到在不同机器人姿态下测量的校准目标的变换。

D. 查看一次机器人底座

所提出的 methodology 消除了对专用校准对象的需求，通过直接观察机器人底座即可实现，如图 1 中的第二种设置所示。给定机器人底座的 3D 数据，可以估计其 6D 姿态，从而确定相机坐标系与机器人底座坐标系之间的变换矩阵。该方法可以进一步扩展以计算 TCP 坐标系与相机坐标系之间的变换矩阵。

给定捕获的机器人基点云 $P = \{p_i \in \mathbb{R}^3 | i = 1 \dots n\}$ 和参考模型点云 $Q = \{q_j \in \mathbb{R}^3 | j = 1 \dots m\}$ ，注册的目标是找到最优刚体变换参数：一个正交旋转矩阵 $R \in \text{SO}(3)$ 和平移向量 $t \in \mathbb{R}^3$ ，以最小化变换后的实际点云与参考模型点云之间的误差。优化目标可以表示为：

$$\min_{R,t} \sum_{i=1}^n \min_{j=1}^m \|p_i - (Rq_j + t)\|_2 \quad (3)$$

其中 $\|p_i - (Rq_j + t)\|_2$ 是获取的点云和机器人基参考点云之间的欧几里得距离。参考模型和获取的数据在尺度上有所不同；因此，需要对参考数据进行预变换，表示

为 ${}^{ref'}T$ 。然后，注册模块提供变换 ${}^c_{ref'}T$ ，导致方程 4 中的公式表述。

$${}^c_{ref'}T = {}^c_{ref'}T {}^{ref'}T \quad (4)$$

$${}^bT = {}^c_{ref'}T {}^{ref'}T^{-1} \quad (5)$$

这里，参考数据的坐标系与现实世界中机器人底座的坐标系对齐，这给出了方程 5。对于眼在手校准，可以为每个运动构建一个封闭的运动链作为

$$I = {}^bT {}^tT {}^cT \quad (6)$$

因此，可以通过执行变换来获得变换矩阵 tT

$${}^tT = {}^bT^{-1} {}^cT^{-1} \quad (7)$$

眼在手上设置由于移动摄像机帧的原因，在计算上更具挑战性。因此，我们选择它进行实验验证以展示我们方法的鲁棒性。

主要挑战在于生成用于配准训练的机器人基座点云数据集，其中源数据（捕获的点云）和目标数据（参考模型）都表示为点云。我们首先通过围绕位于基座原点中心的采样半球布置的模拟 3D 相机视图来捕捉机器人基座。此外，为了增强现实感，我们通过基于关节约束模拟有效的机器人姿态来扩充数据集，反映实际应用中看到的真实配置。这两个数据集都用于训练点云配准网络。

我们提出的方法的流程图如图 2 所示，其中第一步涉及将机器人手臂移动到使机器人底座进入相机视野的位置。给定可以通过点云配准模块估算出的 cT 以及由正向运动学提供的 bT ，最终可以将 tT 估计为手眼校准的结果。

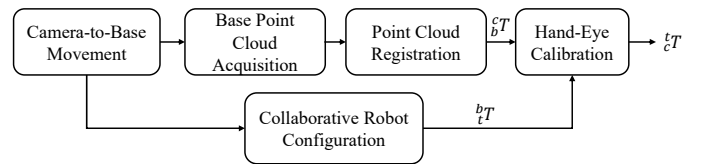


图 2. 手眼校准流程图。

IV. 实验

A. 准备和实验设置

我们在模拟环境中使用的机器人臂列于表 II 中。我们利用 PyBullet 作为模拟平台，在该平台上，机器人臂以 URDF 和 OBJ 文件格式进行加载和生成可训练

的数据集。PREDATOR [35]，一种专为低重叠点云设计的注册网络，被采用在我们的研究中。该注册框架在一个运行 Ubuntu 24.04 系统上进行了训练，该系统配备有 Intel i9 处理器和 NVIDIA RTX 3090 GPU。

在本研究中，相机被放置在一个虚拟的半球上，半径为 0.5 米和 0.7 米，从多个视角捕捉数据以模拟真实的 3D 摄像采集。最终的数据集在线可用，位于¹，该数据集结合了现实的仿真采集数据，用于训练，并在表 I 中进行了详细说明。对捕获的数据应用了五个随机变换矩阵。此外，点云通过 2 毫米的体素大小进行下采样。

表 I
注册训练的数据集大小。

FR3	第三代	iiwa 7	iiwa 14	CRX -10iA	CRX -5iA	UR10e
1224	1074	810	954	1230	1026	816
UR5e	x 臂 6	x 臂 7	CRB 15000	HC10	EC66	EC63
1110	756	1140	768	1104	1014	1140

表 II
我们研究中使用的协作机器人臂。

索引	机器人手臂	制造商
1	FR3	Franka Robotics
2	Gen3	Kinova
3	iiwa 7	KUKA
4	iiwa 14	KUKA
5	CRX-5iA	FANUC
6	CRX-10iA	FANUC
7	UR10e	Universal Robots
8	UR5e	Universal Robots
9	xArm6	UFACTORY
10	xArm7	UFACTORY
11	CRB 15000	ABB
12	HC10	Yaskawa Motoman
13	EC66	Elite Robots
14	EC63	Elite Robots

B. 实验结果

我们在模拟环境中评估了我们提出的方法，在该环境中，相机与 TCP 框架之间的真实变换矩阵是已知的。对于每个机器人臂，随机选择 30 个姿态，其中相机观察机器人底座，并且关节旋转至少为 20 度以反映实际情况，如图所示。3。在每个姿态下，末端执行器上的

3D 相机捕获基座的多次扫描。值得注意的是，每次扫描都会产生一个单独的校准结果。最终的校准结果通过在四元数空间中平均旋转矩阵和在欧几里得空间中平均平移向量获得。理想情况下，从姿态获得的手眼校准结果应与真实值 ($\bar{\mathbf{R}}$ and $\bar{\mathbf{t}}$) 匹配，这意味着翻译和平移中的 RTE 和 RRE 应该为零。

$$\text{RTE} = \|\mathbf{t} - \bar{\mathbf{t}}\|_2 \quad (8)$$

$$\text{RRE} = \arccos\left(\frac{\text{trace}(\mathbf{R}^T \bar{\mathbf{R}}) - 1}{2}\right) \quad (9)$$

除了每只机械臂的 30 个独特的基础姿势外，我们还为每个姿势捕获了 30 次重复扫描，从而得到每台机器人 900 个校准结果。对所有机械臂的校准性能进行了分析。如图 4 所示，它说明了位置和旋转误差的平均偏差，并报告了每只机器人的中位数和标准差。根据结果，所有姿势的位置偏差均保持在约 1.5 毫米以下，大多数旋转偏差低于 0.5°。最大的偏差出现在 Gen3 机械臂上。总体而言，考虑到点云体素大小为 2 毫米，测试的姿势产生了可靠的校准性能，位置平均误差为 1.29 毫米，旋转平均误差为 0.39°。

在每个姿态下，从机器人基座收集了 30 组三维数据，从而得到 30 个校准结果。不同姿态的偏差如图所示。5。根据结果，每个姿态的位置偏差范围为 1 毫米至 1.6 毫米，在机器人 CRX-5iA 上观察到最大的变化。旋转偏差范围从 0.16° 至 1°，在 Gen3 机器人中出现最高值。结果显示，对于不同姿态的测试机器人臂，所提出的方法通常达到相似水平的精度；也就是说，我们的方法不依赖于机器人臂的任何特定姿态。

这种偏差在模拟环境中观察到，主要来源于注册误差和点云的密度，包括检索数据和标准模型。然而，在实际应用中，额外的因素如相机成像不准确、点云噪声以及 CAD 模型与扫描机器人基座之间的差异可能导致进一步的校准误差。因此，进行实际实验以比较我们提出的方法与当前商业成熟解决方案。

C. 真实世界实验

实验在 UR10e 机器人上进行，使用了一台高精度 3D 相机 Zivid 2+ MR60，在 60 厘米的工作距离下实现了 0.24 毫米的空间分辨率，并生成了密度为每平方厘米 5,000 点的详细点云。实验设置如图所示 6，其中需要一个校准板。图所示 7 说明了校准设置，相机朝向机器人基座。

¹huggingface.co/datasets/Leihui/Lrbo

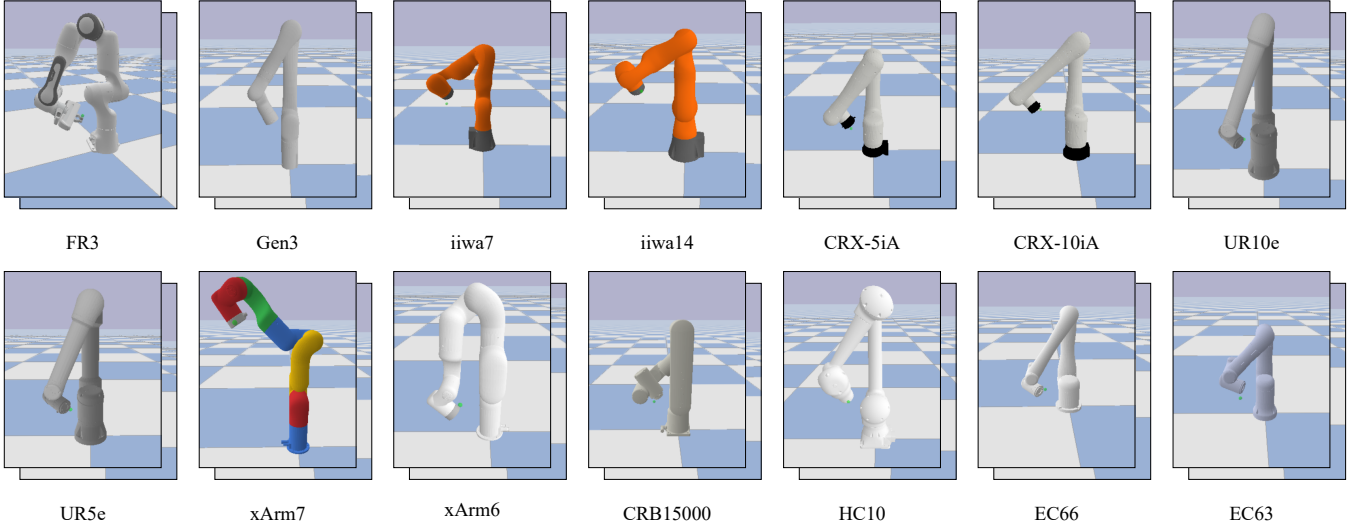


图 3. 随机选择的机器人基座外观姿态的各种机械臂的可视化展示，其中一个代表性的关节配置被显示。

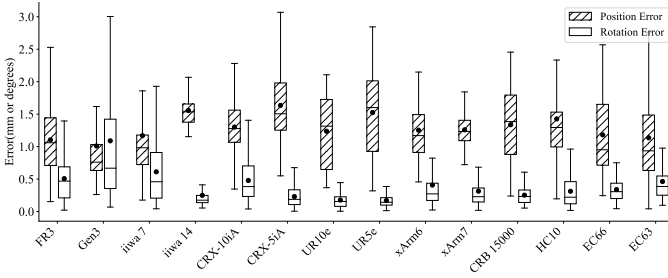


图 4. 所有姿态下每条机械臂的手眼标定结果如图所示，均值用黑点表示。在箱形图中，水平线表示中位数，而上下边缘代表标准差。

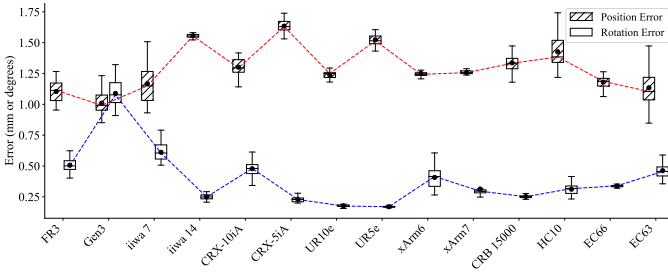


图 5. 姿态之间的差异通过用红线和蓝线连接的数据点来说明，分别代表位置偏差和旋转偏差。

我们比较了我们的方法与当前的商用眼在手校准解决方案 BM-HEC²，该方案基于 $AX = XB$ 公式。传统校准过程重复了四次，如图 8 所示，在每次校准时都需要进行多次机器人运动。我们的方法也进行了四次，每次单独扫描都能产生完整的校准结果。校准过程通常平均需要 2 分钟 48 秒，并且需要在桌面上放置标定板的 14 个姿态和图像。相比之下，我们的方法只需一个

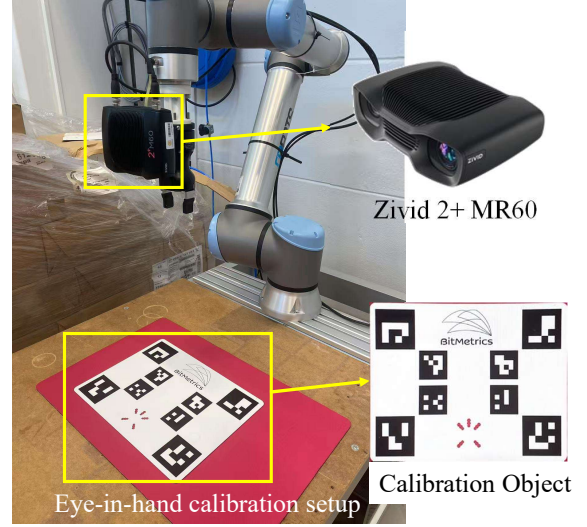


图 6. 传统的校准方法需要校准对象和机器人手臂的多次移动。

姿态就能在几秒钟内完成校准。平均校准结果，即机器人法兰与相机坐标系之间的刚性关系，在表 III 中给出，其中提供了欧拉空间中的旋转和平直空间中的位置。

表 III
EYE-IN-HAND 标定与商用标定解决方案的比较。

Method	TX (m)	TY (m)	TZ (m)	Time
BM-HEC	-0.054	-0.094	0.127	2 分 48 秒 /
Ours	-0.051	-0.096	0.125	每校准
Method	RX (rad)	RY (rad)	RZ (rad)	Time
BM-HEC	0.013	0.044	0.017	6 秒 /
Ours	0.014	0.044	0.019	每校准

²www.bitmetrics.es

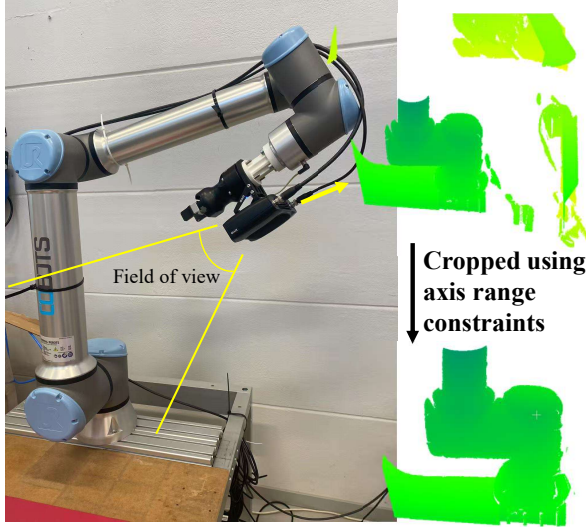


图 7. 我们的校准设置，其中不需要外部校准对象，重点是机器人底座。

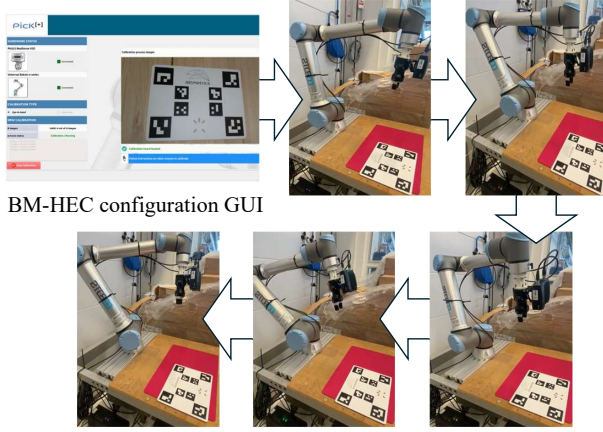


图 8. 传统校准需要机器人进行多次移动以从不同角度捕捉校准对象。

根据表 III 中的结果，我们的方法与 BM-HEC 之间的偏差分别为位置上的 3 毫米、2 毫米和 3 毫米，在 X 轴和 Z 轴的旋转上分别是 0.001 和 0.002。沿 Y 轴的偏移几乎为零。最重要的是，我们提出的方法的校准时间在 6 秒以内，而传统方法需要超过 2.5 分钟，并且需要多次机器人运动以及一个物理外部校准对象。

此外，给定一个单姿态下捕获的多个帧，校准会多次计算。结果如图所示。9，其中展示了前 N 个结果的平均值， $N=1, 2, 5, 8$ 和 10。结果显示，在 X 轴上的最大平移偏差约为 0.2 毫米，围绕 Y 轴的最大旋转偏差约为 3×10^{-4} 弧度 (0.019°)。给定标准差约为 0.1×10^{-3} ，使用额外的帧结果几乎相同的校准性能。因此，我们提出的方法可以仅使用单个三维点云数据帧可靠地执行手眼校准。

此外，如图 10 所示，针对 UR10e 的手眼校准的不

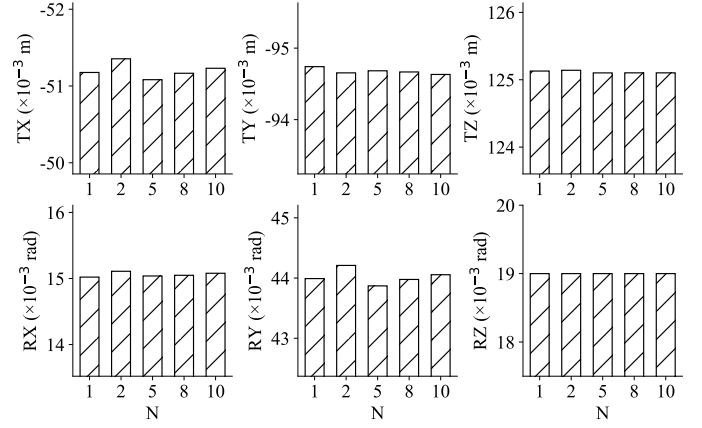


图 9. 标定 在单个姿态下对前 N 次标定进行平均

同姿态得到了验证。图 11 中的结果显示，在 X、Y 和 Z 轴上的平移偏差分别为 1.5 毫米、1.8 毫米和 0.6 毫米，绕 X、Y 和 Z 轴的旋转偏差分别为 0.002 弧度、0.002 弧度和 0.001 弧度。这些结果表明，我们提出的校准方法在多种姿态下保持一致的性能，而不是依赖于特定的姿态。

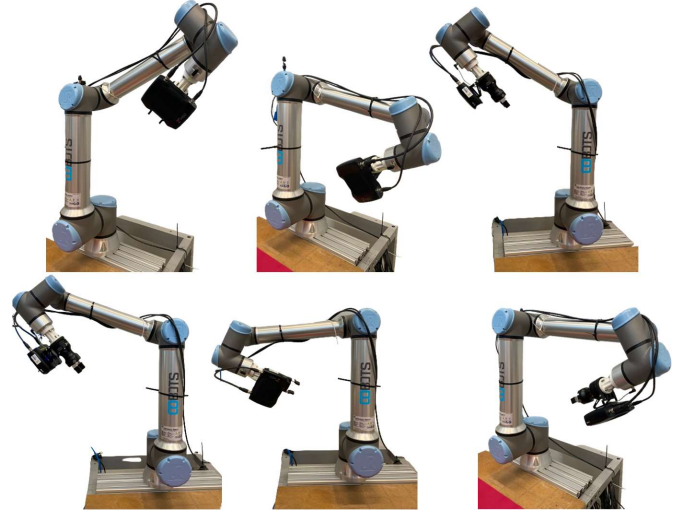


图 10. 在我们提出的手眼校准方法中使用的不同姿态。

V. 结论与未来工作

在这项工作中，我们扩展并改进了我们的先前方法 Look at Robot Base Once 2 (LRBO2)，这是一种基于 3D 视觉的手眼校准方法。我们的学习框架估计机器人底座的姿态，从而能够在几秒钟内计算出机器人法兰和相机之间的变换矩阵。我们通过结合从不同视角捕获的点云和现实的机器人臂配置来增强注册数据集。此外，我们进行了大规模评估，涉及来自 9 个品牌的 14

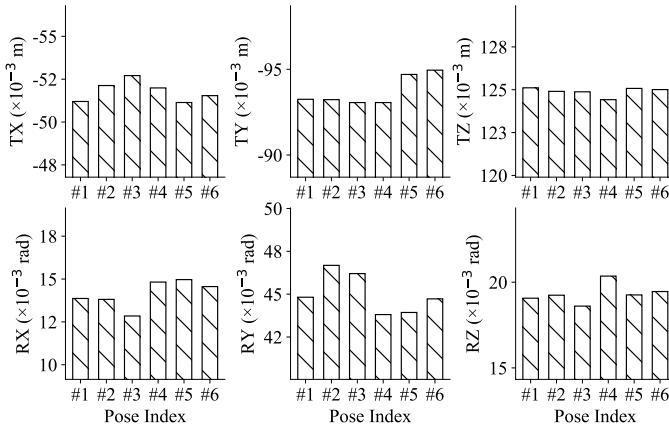


图 11. 六种姿态下的手眼校准结果。

种广泛使用的协作机器人模型，包括 KUKA、ABB 和 FANUC，以展示我们方法的鲁棒性和通用性。使用高精度 3D 相机和常用的协作机器人进行实际验证证明，我们的方法提供的校准性能与商业解决方案相当，同时大幅减少了校准时间，并消除了对外部校准对象的需求。

在未来的工作中，我们计划将这种方法应用于商业产品，并使其对没有先前经验的用户更加友好。此外，还将探索提供更稳定结果的方法。

致谢

作者感谢李家龙的优秀合作和耐心支持，以及 RobotLab LTH 所有人的宝贵支持。衷心感谢 Jungner 公司的支持。

参考文献

- [1] Matteo Munaro, Radu B Rusu, and Emanuele Menegatti. 3d robot perception with point cloud library, 2016.
- [2] Gang Wang, Wenlong Li, Cheng Jiang, Dahu Zhu, Zhongwei Li, Wei Xu, Huan Zhao, and Han Ding. Trajectory planning and optimization for robotic machining based on measured point cloud. *IEEE transactions on robotics*, 38(3):1621–1637, 2021.
- [3] Xi Vincent Wang, Lihui Wang, Abdullah Mohammed, and Mohammad Givehchi. Ubiquitous manufacturing system based on cloud: A robotics application. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 45:116–125, 2017.
- [4] Nicole Robinson, Brendan Tidd, Dylan Campbell, Dana Kulić, and Peter Corke. Robotic vision for human-robot interaction and collaboration: A survey and systematic review. *ACM Transactions on Human-Robot Interaction*, 12(1):1–66, 2023.
- [5] Roni-Jussi Halme, Minna Lanz, Joni Kämäräinen, Roel Pieters, Jyrki Latokartano, and Antti Hietanen. Review of vision-based safety systems for human-robot collaboration. *Procedia Cirp*, 72:111–116, 2018.

- [6] Zhengxue Zhou, Leihui Li, Riwei Wang, and Xuping Zhang. Deep learning on 3d object detection for automatic plug-in charging using a mobile manipulator. In *2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4148–4154. IEEE, 2021.
- [7] Andreas Ten Pas, Marcus Gualtieri, Kate Saenko, and Robert Platt. Grasp pose detection in point clouds. *The International Journal of Robotics Research*, 36(13-14):1455–1473, 2017.
- [8] Peng Zhou, Rui Peng, Maggie Xu, Victor Wu, and David Navarro-Alarcon. Path planning with automatic seam extraction over point cloud models for robotic arc welding. *IEEE robotics and automation letters*, 6(3):5002–5009, 2021.
- [9] Radu Horaud and Fadi Dornaika. Hand-eye calibration. *The international journal of robotics research*, 14(3):195–210, 1995.
- [10] Jianfeng Jiang, Xiao Luo, Qingsheng Luo, Lijun Qiao, and Minghao Li. An overview of hand-eye calibration. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 119(1):77–97, 2022.
- [11] Ikenna Enebuse, Mathias Foo, Babul Salam Ksm Kader Ibrahim, Hafiz Ahmed, Phon Supmak, and Odongo Steven Eyobu. A comparative review of hand-eye calibration techniques for vision guided robots. *IEEE Access*, 9:113143–113155, 2021.
- [12] Ikenna Enebuse, Babul KSM Kader Ibrahim, Mathias Foo, Ranveer S Matharu, and Hafiz Ahmed. Accuracy evaluation of hand-eye calibration techniques for vision-guided robots. *Plos one*, 17(10):e0273261, 2022.
- [13] SW Wijesoma, DFH Wolfe, and RJ Richards. Eye-to-hand coordination for vision-guided robot control applications. *The International Journal of Robotics Research*, 12(1):65–78, 1993.
- [14] Roger Y Tsai, Reimar K Lenz, et al. A new technique for fully autonomous and efficient 3 d robotics hand/eye calibration. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 5(3):345–358, 1989.
- [15] Klaus H Strobl and Gerd Hirzinger. Optimal hand-eye calibration. In *2006 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems*, pages 4647–4653. IEEE, 2006.
- [16] John Mallon and Paul F Whelan. Which pattern? biasing aspects of planar calibration patterns and detection methods. *Pattern recognition letters*, 28(8):921–930, 2007.
- [17] Xiao Wang and Hanwen Song. One-step solving the hand-eye calibration by dual kronecker product. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 16(10), 2024.
- [18] Jin Wu, Ming Liu, Yilong Zhu, Zuhao Zou, Ming-Zhe Dai, Chengxi Zhang, Yi Jiang, and Chong Li. Globally optimal symbolic hand-eye calibration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 26(3):1369–1379, 2020.
- [19] Zishun Zhou, Liping Ma, Xilong Liu, Zhiqiang Cao, and Junzhi Yu. Simultaneously calibration of multi hand-eye robot system based on graph. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 71(5):5010–5020, 2023.
- [20] Davide Allegro, Matteo Terreran, and Stefano Ghidoni. Multi-camera hand-eye calibration for human-robot collaboration in industrial robotic workcells. *arXiv preprint arXiv:2406.11392*, 2024.
- [21] Le Ma, Patrick Bazzoli, Patrick M Sammons, Robert G Landers, and Douglas A Bristow. Modeling and calibration of high-order joint-dependent kinematic errors for industrial robots. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 50:153–167, 2018.
- [22] Leihui Li, Xingyu Yang, Riwei Wang, and Xuping Zhang. Automatic robot hand-eye calibration enabled by learning-based 3d vision. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 110(3):130, 2024.

- [23] Ilkwon Hong and Junhyoung Ha. Generative adversarial networks for solving hand-eye calibration without data correspondence. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2025.
- [24] Dahu Zhu, Hao Wu, Tao Ding, and Lin Hua. Point cloud registration-enabled globally optimal hand-eye calibration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2024.
- [25] Yiu Cheung Shiu and Shaheen Ahmad. Calibration of wrist-mounted robotic sensors by solving homogeneous transform equations of the form $ax = xb$. 1987.
- [26] Hanqi Zhuang, Zvi S Roth, and Raghavan Sudhakar. Simultaneous robot/world and tool/flange calibration by solving homogeneous transformation equations of the form $ax = yb$. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 10(4):549–554, 1994.
- [27] Hanqi Zhuang and Yiu Cheung Shiu. A noise-tolerant algorithm for robotic hand-eye calibration with or without sensor orientation measurement. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, 23(4):1168–1175, 1993.
- [28] Qianli Ma, Haiyuan Li, and Gregory S Chirikjian. New probabilistic approaches to the $ax = xb$ hand-eye calibration without correspondence. In *2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, pages 4365–4371. IEEE, 2016.
- [29] Amy Tabb and Khalil M Ahmad Yousef. Solving the robot-world hand-eye (s) calibration problem with iterative methods. *Machine Vision and Applications*, 28(5):569–590, 2017.
- [30] Junhyoung Ha. Probabilistic framework for hand-eye and robot-world calibration $ax = yb$. *IEEE Transactions on Robotics*, 39(2):1196–1211, 2022.
- [31] Kenji Koide and Emanuele Menegatti. General hand-eye calibration based on reprojection error minimization. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(2):1021–1028, 2019.
- [32] Jiang Hua and Liangcai Zeng. Hand-eye calibration algorithm based on an optimized neural network. In *Actuators*, volume 10, page 85. MDPI, 2021.
- [33] Krittin Pachtrachai, Francisco Vasconcelos, Philip Edwards, and Danail Stoyanov. Learning to calibrate-estimating the hand-eye transformation without calibration objects. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 6(4):7309–7316, 2021.
- [34] Ozan Bahadir, Jan Paul Siebert, and Gerardo Aragon-Camarasa. Continual learning approaches to hand-eye calibration in robots. *Machine Vision and Applications*, 35(4):97, 2024.
- [35] Shengyu Huang, Zan Gojcic, Mikhail Usvyatsov, Andreas Wieser, and Konrad Schindler. Predator: Registration of 3d point clouds with low overlap. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on computer vision and pattern recognition*, pages 4267–4276, 2021.