

夸克 onium 理论：从开放量子系统到经典传输

Xiaojun Yao^{1,*}

¹InQubator for Quantum Simulation, Department of Physics, University of Washington, Seattle, WA 98195, USA.

Abstract. 这是为 2024 年在长崎举行的 Hard Probes 会议提供的关于相对论重离子碰撞中夸克 onium 产生理论概述。报告重点介绍了开放量子系统框架的应用以及色电相关器的表述，该相关器唯一地编码了与夸克 onium 动力学相关的夸克-胶子等离子体特性，因此可以通过理论与实验对比提取出来。

1 介绍

下午好。我被要求评审夸克 onium 理论。我们的会议名为硬探针。我想从一个问题开始：我们通过夸克 onium 探测的夸克-胶子等离子体（QGP）的独特性质是什么？

夸克偶素自早期等离子体屏蔽效应和热介质中夸克偶素熔化研究以来，一直被用于探测重离子碰撞中的去禁闭现象 [1, 2]。在这次会议上，我们看到了许多关于夸克偶素核修正因子 R_{AA} 和椭圆流系数 v_2 的新实验数据，这些数据受到多种物理因素的影响，如热介质和冷介质效应以及强子阶段的级联贡献。我们希望利用热介质效应对 R_{AA} 和 v_2 的影响来探测夸克胶子等离子体的性质，这不是一项简单的任务。正如我将展示的那样，这涉及理论发展、唯象计算和计算进步。

许多观众可能对自己的问题有自己的答案。让我在这里更具体一点：我们将关注低横向动量的实验数据，例如低于夸克 onium 质量的 p_T 。专注于低- p_T 区域至少有两个好处。首先，它使我们能够以非相对论方式处理重夸克-反夸克 ($Q\bar{Q}$) 对。其次，这意味着热介质仅影响从未束缚的 $Q\bar{Q}$ 对到最终束缚夸克 onium 态的演化，而不是 $Q\bar{Q}$ 对的初始产生，这可以通过使用核部分子分布函数 (nPDF) 计算一些冷介质效应的微扰 QCD 方法很好地进行计算。在高 p_T 下，还需要考虑介质对来自胶子分裂 $g \rightarrow Q\bar{Q}$ 的 $Q\bar{Q}$ 对产生的影响。在这次会议上，已经有一个关于高 p_T 情况的演讲，重点关注喷射内 [3] 的 J/ψ 产生。

*e-mail: xjyao@uw.edu

在这次演讲中，我将展示低- p_T 实验数据如何探测一个称为色电关联函数 [4] 的物理对象。这听起来很抽象。从物理上讲，它给出了介质中新颖的广义输运系数和新的广义胶子分布类型，这对夸克 onium 动力学是相关的。从左（实验数据）到右（色电关联函数）不是一件容易的事。我们需要一些理论工具来指导我们。它们是开放量子系统框架和有效场论。

2 理论工具

2.1 开放量子系统

开放量子系统框架广泛应用于量子光学和量子信息科学。它最初由 Akamatsu 和 Rothkopf 在重离子领域引入，用于研究夸克 onium [5, 6]。开放量子系统框架将 $Q\bar{Q}$ 对与 QGP 一起视为一个封闭的量子系统 ρ_{tot} ，进行么正演化。仅关注 $Q\bar{Q}$ 的自由度，我们最终得到一个非么正和时间不可逆的演化方程

$$\rho_{Q\bar{Q}}(t) = \text{Tr}_{\text{QGP}}[U(t)\rho_{\text{tot}}(0)U^\dagger(t)]. \quad (1)$$

在某些极限下，演化方程可以写成 Lindblad 方程的形式，这是 Schrödinger 方程的一个非么正推广，并且是马尔可夫的、保迹的和完全正的。它的半经典极限给出了各种玻耳兹曼方程。自早期工作以来，有许多关于夸克 onium 的开放量子系统研究，其中许多结合了这一框架与非相对论有效场论 [7–10]。这里列出了四篇综述 [11–14]，每篇涵盖了不同的方面。

2.2 有效场论

第二种工具是有效场论（EFT），这其实就是尺度的分离。对于真空中的夸克 onium 态，我们三个能标：重夸克质量 M ，夸克 onium 大小的倒数 $\frac{1}{r}$ 和束缚能 $E_b > 0$ 。对于粲和底系统，这些尺度以 GeV 为单位列在这里： $M \sim 1.5, \frac{1}{r} \sim 0.9, E_b \sim 0.5$ 用于粲，而 $M \sim 4.5, \frac{1}{r} \sim 1.5, E_b \sim 0.5$ 用于底。通过消除高能标，我们可以获得不同的有效场论（EFT），如非相对论性量子色动力学（NRQCD）[15] 和势 NRQCD（pNRQCD）[16]。这种构造 EFT 的方法称为自上而下的方法。在热介质中，我们有诸如介质温度 T 和德拜质量 m_D 这样的热标。为了简单起见，我将用 T 来表示所有这些。根据 T 的位置不同，我们可以有不同的描述，如图 1 所示。当 T 较小时，QGP 的分辨能力较弱，并且 QGP 与 $Q\bar{Q}$ 整体相互作用。在这种情况下，有效动力学最好通过不同能级之间的跃迁来描述：束缚态和非束缚态。这个极限因为与量子光学的相似性而被称为量子光学极限。在高温下，分辨能力较强，并且 QGP 与每个单独的重夸克独立相互作用。在这个极限中，重夸克和反夸克在空间中颤动，导致它们波函数的退相干。由于这种与扩散过程的相似性，这个极限被称为量子布朗运动极限。



Figure 1. 量子光学（左）和量子布朗运动（右）极限下介质中夸克 onium 动力学的有效描述。

Table 1. 能量尺度的层级结构、有效场论以及量子和经典的有效描述。

Hierarchy of energy scales	EFT	Quantum description	Classical limit
$M \gg T \gg E_b, \Lambda_{\text{QCD}}$	NRQCD	Lindblad equation	Diffusion equation
$M \gg r^{-1} \gg T, \Lambda_{\text{QCD}}; T \gg E_b$	pNRQCD	Lindblad equation	Unknown
$M \gg r^{-1} \gg T, E_b, \Lambda_{\text{QCD}}$	pNRQCD	Unknown	Boltzmann equation

能量尺度的分离可以总结在表 1 中。在第一种情况下， $M \gg T \gg E_b, \Lambda_{\text{QCD}}$ ，有用的 EFT 是 NRQCD。时间演化的量子描述是在量子布朗运动极限下的 Lindblad 方程。它的经典极限对应于扩散方程 [8]。在第二种情况， $M \gg \frac{1}{r} \gg T, \Lambda_{\text{QCD}}; T \gg E_b$ ，有用的 EFT 是 pNRQCD。时间演化的量子描述也是在量子布朗运动极限下的 Lindblad 方程 [7]。它的经典极限尚未确定但应该类似于扩散方程。在第三种情况下，尺度层次是 $M \gg \frac{1}{r} \gg T, E_b, \Lambda_{\text{QCD}}$ ，相关的 EFT 是 pNRQCD。是否存在 Lindblad 方程在这种情况下尚不清楚，但在量子光学极限下已知有一个经典描述，这是一个 Boltzmann 方程 [4, 9]。在前两种情况下，展开 $\frac{E_b}{T}$ ，因此只有相关 QGP 关联函数的零频率极限有贡献。在最后两种情况下，展开 rT 但不展开 α_s 。因此可以包含一些非微扰效应。

3 各种现象学研究

在下面的内容中，我将回顾不同的现象学模型。它们对刚才讨论的三个温度区域采用了不同的处理方法。对于命名法，我将遵循参考文献 [17]，该文献总结了社区为应对 EMMI 快速反应特别工作组所做的努力。观众中有一些人付出了巨大的努力。如果你还没有阅读过，我强烈推荐你去读一读。

3.1 统计强子化模型

第一个模型是统计强子化模型 [18, 19]。它假设重夸克在 QGP 中达到动能平衡，因此在三个温度区域内没有非平凡的动力学。这种平衡是动力学上的而非化学上的，这是由于重夸克质量较大的结果。在冻结超面上，它使用了一个统计瞬时（再）组合模型。该模型很好地描述了 J/ψ R_{AA} 在低 p_T 的数据。在中等 p_T 时，它低估了数据，尽管已经考虑到了冠层效应。原因是（再）组合模型中使用的热 p_T 谱太软。

3.2 包括 $\frac{1}{r}$ 规模在强子化中

人们可以通过使用了解介子 onium 波函数的 Wigner 函数来引入强子化中 $\frac{1}{r}$ 标度的影响。这在瞬时聚结模型 [20] 和部分子-强子-弦动力学模型 [21, 22] 中是这种情况。基于 Wigner 函数的聚结也被应用于质子-质子碰撞中的介子 onium 产生，Gossiaux 在本会议上展示了非常有趣的结果 [23]。在 Wigner 函数聚结模型中， E_b 标度的影响没有被包括在内，这必须以动态方式进行，即在反应速率中进行。

3.3 Lindblad 方程来自 NRQCD

第三个示例来自于大阪 [24] 和南特 [25] 的方法。它们都集中于这个能量尺度的层次结构 $M \gg T \gg E_b, \Lambda_{QCD}$ 并研究了量子布朗运动极限下的 Lindblad 方程

$$\frac{d\rho_{Q\bar{Q}}(t)}{dt} = -i[H, \rho_{Q\bar{Q}}(t)] + \sum_{ij} D_{ij} \left(L_i \rho_{Q\bar{Q}}(t) L_j^\dagger - \frac{1}{2} \{L_j^\dagger L_i, \rho_{Q\bar{Q}}(t)\} \right). \quad (2)$$

哈密顿量 H 包含一个动能项和一个温度依赖的实际势能。Lindblad 算子 L_i 负责色单态和色八重态之间的 $Q\bar{Q}$ 对的跃迁。两个小组都在一维空间中解决了 Lindblad 方程。它们在基的选择上有所不同。大阪方法使用了动量基，因此环境关联项是对角的 $D_{ij} \propto \delta_{ij}$ 。南特方法使用了位置基，因此 D_{ij} 具有非对角部分。他们研究了 Lindblad 方程的静态态，即在非常后期时间下的解。大阪模型发现不同哈密顿量本征态的占据概率遵循不同的初始条件和介质温度下的玻尔兹曼分布。南特模型研究了一个最初局域化的单重态状态的演化。随着时间的推移，在大 r 时，密度矩阵的对角部分在色单态和八重态通道中都变得恒定（非零），这意味着系统已经达到了自由粒子的平衡状态。但在小 r 处，分布是非平凡的。单重态通道有一个峰值，而八重态通道则有一个谷。这是由于色单态通道中的吸引力势和色八重态通道中的排斥力势所导致的结果。这个峰值对应于束缚夸克偶素状态。

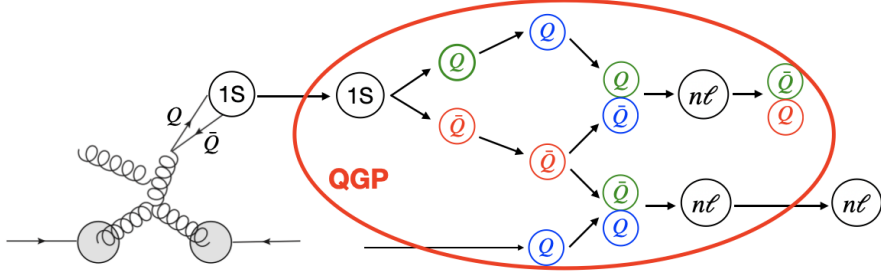


Figure 2. 由耦合玻尔兹曼方程描述的动力学示意图。

3.4 玻尔兹曼方程和 pNRQCD

下一个示例是杜克-麻省理工方法中使用的耦合玻尔兹曼方程组 [26]。它结合了描述未束缚 $Q\bar{Q}$ 对（实际上是对高温区域 $M \gg T \gtrsim \frac{1}{r}$ 的描述）和每种夸克 onium 状态（实际上是对低温区域 $M \gg \frac{1}{r} \gg T, E_b, \Lambda_{\text{QCD}}$ 的描述）的玻尔兹曼方程，以及适当的碰撞项来考虑重夸克扩散 $C_{Q\bar{Q}}$ 、夸克 onium 解离 C^- 和重组 C^+

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \dot{\mathbf{x}}_Q \cdot \nabla_{\mathbf{x}_Q} + \dot{\mathbf{x}}_{\bar{Q}} \cdot \nabla_{\mathbf{x}_{\bar{Q}}} \right) f_{Q\bar{Q}}(\mathbf{x}_Q, \mathbf{p}_Q, \mathbf{x}_{\bar{Q}}, \mathbf{p}_{\bar{Q}}, t) = C_{Q\bar{Q}} - C_{Q\bar{Q}}^+ + C_{Q\bar{Q}}^-, \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \dot{\mathbf{x}} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \right) f_{nl}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = C_{nl}^+ - C_{nl}^-. \quad (4)$$

在未束缚 $Q\bar{Q}$ 对的玻尔兹曼方程中，它跟踪了两粒子关联，并不假设两粒子分布函数的因子化，即 $f_{Q\bar{Q}} \neq f_Q f_{\bar{Q}}$ 。因此，该方法可以追踪相关和不相关的重组。在相关重组中， $Q\bar{Q}$ 对来自相同的初始硬碰撞顶点。在不相关的情况下，这对来自不同的初始硬碰撞顶点。图 2 示意性地展示了由耦合的玻尔兹曼方程描述的动力学。

玻尔兹曼方程或速率方程也被用于 [27]，清华 [28, 29]，TAMU [30, 31] 和圣地亚哥共移动 [32] 方法中。每个模型在估计解离率和重组贡献方面有所不同。实际上，不需要建模，但在某些极限下可以从基本原理推导出来。通过使用开放量子系统框架和具有层次 $M \gg \frac{1}{r} \gg T, E_b, \Lambda_{\text{QCD}}$ 的 pNRQCD，可以在量子光学和半经典极限 [4, 9] 下推导出夸克 onium 的玻尔兹曼方程和速率方程。已经表明，这些反应项可以分解为两部分：一部分仅涉及夸克 onium 波函数，另一部分仅编码相关的 QGP 属性。例如，夸克 onium 态 b 的速率方程中的解离率和重新结合贡献可以写为

$$\frac{dn_b(\mathbf{x}, t)}{dt} = -\Gamma n_b(\mathbf{x}, t) + F(\mathbf{x}, t), \quad (5)$$

$$\Gamma = \int \frac{d^3 p_{\text{rel}}}{(2\pi)^3} |\langle \psi_b | \mathbf{r} | \Psi_{p_{\text{rel}}} \rangle|^2 [g_{\text{adj}}^{++}]^> (-\Delta E), \quad (6)$$

$$F = \int \frac{d^3 p_{\text{cm}}}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_{\text{rel}}}{(2\pi)^3} f_{Q\bar{Q}} |\langle \psi_b | \mathbf{r} | \Psi_{p_{\text{rel}}} \rangle|^2 [g_{\text{adj}}^{--}]^> (\Delta E), \quad (7)$$

其中 $\langle \psi_b | \mathbf{r} | \Psi_{\mathbf{p}_{\text{rel}}} \rangle$ 是夸克 onium 态 b 转变为具有相对动量 $\mathbf{p}_{\text{rel}}$ 的未束缚对的偶极跃迁振幅。夸克胶子等离子体部分由色电相关器在 $\Delta E = E_b + \frac{\mathbf{p}_{\text{rel}}^2}{M}$ 处给出，这些相关器是通过伴随威尔逊线连接的两个色电场定义的

$$[g_{\text{adj}}^{++}]^>(t) \equiv \frac{g^2 T_F}{3N_c} \langle E_i^a(t) W^{ab}(t, 0) E_i^b(0) \rangle_T, \quad (8)$$

$$[g_{\text{adj}}^{--}]^>(t) \equiv \frac{g^2 T_F}{3N_c} \langle W^{dc}(-i\beta - \infty, -\infty) W^{cb}(-\infty, t) E_i^b(t) E_i^a(0) W^{ad}(0, -\infty) \rangle_T. \quad (9)$$

其他模型中使用的细致平衡可以作为场论库伯-马丁-施温格 (KMS) 关系 $[g_{\text{adj}}^{++}]^>(\omega) = e^{\omega/T} [g_{\text{adj}}^{--}]^>(-\omega)$ [33] 的结果展示。从物理上讲，色电相关器可以被视为介质中的新型广义胶子分布 [34]。它将所有微扰 QCD 图泛化为一个规范不变且非微扰的对象：在偶极极限中与 $Q\bar{Q}$ 对相互作用的有效“胶子”。这在扰动理论的所有阶数上都是有效的，并且在 rT 的主导幂次下成立。

3.5 林德布罗方程和 pNRQCD

最后一个示例是慕尼黑+KSU 方法 [35]。他们研究了量子布朗运动极限下的 Lindblad 方程，涉及这一系列的能量尺度 $M \gg \frac{1}{r} \gg T, \Lambda_{\text{QCD}}; T \gg E_b$

$$\frac{d\rho_{Q\bar{Q}}(t)}{dt} = -i[H + \gamma_{\text{adj}} \Delta h, \rho_{Q\bar{Q}}(t)] + \kappa_{\text{adj}} \left(L_{ai} \rho_{Q\bar{Q}}(t) L_{ai}^\dagger - \frac{1}{2} \{ L_{ai}^\dagger L_{ai}, \rho_{Q\bar{Q}}(t) \} \right). \quad (10)$$

Lindblad 方程依赖于两个新的广义输运系数 κ_{adj} 和 γ_{adj} ，它们可以通过色电相关器来定义。

$$\kappa_{\text{adj}} \equiv [g_{\text{adj}}^{++}]^>(\omega = 0) = \frac{g^2 T_F}{3N_c} \int dt \langle E_i^a(t) W^{ab}(t, 0) E_i^b(0) \rangle_T \quad (11)$$

$$\gamma_{\text{adj}} \equiv \frac{g^2 T_F}{3N_c} \text{Im} \int dt \langle \mathcal{T} E_i^a(t) W^{ab}(t, 0) E_i^b(0) \rangle_T. \quad (12)$$

在他们最近的工作 [35] 中，他们使用了三圈 QCD 势，这可以比使用库仑势更准确地描述真空中的底部偶素谱。

4 色电关联器

我希望我已经说服你，在许多夸克子传输研究中，染色电相关器编码了 QGP 的相关属性。重夸克扩散系数也由一个带有基本威尔逊线的染色电相关器定义

$$\kappa_{\text{fund}} = \frac{g^2}{3N_c} \text{Re} \int dt \langle \text{Tr}_c [U(-\infty, t) E_i(t) U(t, 0) E_i(0) U(0, -\infty)] \rangle_{T, Q}. \quad (13)$$

但是等式 (13) 中的重夸克扩散相关器和夸克子的那个，即 $[g_{\text{adj}}^{++}]^>$ ，是两个不同的物理对象。它们有不同的算符顺序。它们的区别已经在微扰理论 [33, 36] 中进行了

评估。在费曼规范下的次领头阶 (NLO) 中, 这个区别是非零的。然而, 在时间 (轴向) 规范下, 这两个相关器看起来是一样的。这是时间 (轴向) 规范难题, 最初由 Eller、Ghiglieri 和 Moore[36] 注意到的。但他们没有解决这个难题。是 Scheiing-Hitschfeld 解决了它 [37]。关键的观察结果是, 对于重夸克扩散相关器来说, 不能平滑地定义时间 (轴向) 规范。在时间 (轴向) 规范下的计算给出了夸克子相关器的结果。夸克子关联函数在强耦合的超对称杨-米尔斯等离子体中进一步计算为 [38]。与微扰 QCD 结果的比较可以在参考文献 [34] 中找到。这些结果被归一化以在大正频率下一致。在负频率时, 关联函数随着耦合强度的增加而减小。在强耦合极限下, 它消失。从物理上讲, 这意味着 Lindblad 方程中的 κ_{adj} 和 Boltzmann 方程中的 $[g_{\text{adj}}^{\pm}]^\gamma$ 消失: 这些演化方程变得平凡。换句话说, 在强耦合极限下, 夸克子的马尔可夫动力学变得平凡。这促使我们思考夸克子的非马尔可夫动力学。在此次会议上, Scheiing-Hitschfeld 报告了这一方面的进展 [39]。

5 结论与未来展望

好的, 现在让我总结一下。在这次演讲中, 我展示了夸克束缚态的低- p_T 数据如何帮助我们理解夸克胶子等离子体中的色电相关器。这不是一项简单的任务。我们需要理论发展、现象学研究和计算进步。

重要的是要讨论这个领域的发展方向。以下是一些我认为值得提及的方向。

第一个问题是通过各种夸克 onium 态探测的 QGP 的微观结构。例如, $\Upsilon(nS)$ 有三个 (明确定义) 束缚态, 因此提供了三种尺度来探测 QGP。QGP 是在由 $\Upsilon(1S)$ 探测的尺度上是弱耦合的夸克和胶子气体还是强耦合流体? 类似地对于 $\Upsilon(2S)$ 和 $\Upsilon(3S)$? 我们希望从实验数据中确定色电相关器。为此, 我们需要 LHC 和 RHIC 的数据。我想强调的是, RHIC 数据对于确定色电相关器的频率依赖性很重要, 因为在低温下动力学对其更为敏感。这对 sPHENIX 项目来说是一个很好的机会。

第二个问题是通过量子色动力学非微扰确定色电关联函数 $[g^{\pm}(\omega)]^\gamma$ 。从实验数据中提取后, 我们需要将其与微扰量子色动力学和非微扰结果进行比较, 以解析夸克胶子等离子体的微观结构。已有研究试图通过格点量子色动力学方法进行非微扰计算。计算中的两个关键方面是相关谱函数 [40] 的非奇性以及关联函数 [40–42] 的正规化。

第三个问题是关于夸克偶素的自旋极化。我们看到了这个现象的新实验数据, 并且有两项研究讨论了相关的物理现象 [43, 44]。可以重复我在本次演讲中所呈现的内容, 应用开放量子系统框架和 pNRQCD, 表明夸克偶素的极化测量探测到的是色磁相关器 $\langle B_i^a(t) W^{ab}(t, 0) B_i^b(0) \rangle_T$ [45]。这是可以通过夸克偶素来探测的 QGP 的另一个独特性质。

最后, 我想提及解决 Lindblad 方程的新技术。在这次演讲中, 我提到的所有关于 Lindblad 方程的研究都只是求解了一个 $Q\bar{Q}$ 对。我们知道对于粲偶素而

言，多重粲不相关重组是产生 J/ψ 的重要贡献之一。为多个 $Q\bar{Q}$ 对解决 Lindblad 方程在计算上非常昂贵。因此我们可以寻求新的方法如机器学习 [46] 或量子计算 [47, 48]。这些想法已经在简单的模型中进行了测试。它们将应用于夸克偶素动力学。请持续关注。

本工作得到了美国能源部科学办公室核物理办公室、量子模拟孵化器 (IQUS) (<https://iqus.uw.edu>) 的支持，资助号为 DOE (NP) Award DE-SC0020970，通过“量子视野：核科学研究与创新的量子信息科学”项目。

References

- [1] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. B 178, 416-422 (1986).
- [2] F. Karsch, M. T. Mehr and H. Satz, Z. Phys. C 37, 617 (1988).
- [3] S. L. Zhang, these proceedings.
- [4] X. Yao and T. Mehen, JHEP 02, 062 (2021).
- [5] Y. Akamatsu and A. Rothkopf, Phys. Rev. D 85, 105011 (2012).
- [6] Y. Akamatsu, Phys. Rev. D 91, no.5, 056002 (2015).
- [7] N. Brambilla, M. A. Escobedo, J. Soto and A. Vairo, Phys. Rev. D 96, no.3, 034021 (2017); Phys. Rev. D 97, no.7, 074009 (2018)
- [8] J. P. Blaizot and M. A. Escobedo, JHEP 06, 034 (2018).
- [9] X. Yao and T. Mehen, Phys. Rev. D 99, no.9, 096028 (2019).
- [10] T. Miura, Y. Akamatsu, M. Asakawa and A. Rothkopf, Phys. Rev. D 101, no.3, 034011 (2020).
- [11] A. Rothkopf, Phys. Rept. 858, 1-117 (2020).
- [12] Y. Akamatsu, Prog. Part. Nucl. Phys. 123, 103932 (2022).
- [13] R. Sharma, Eur. Phys. J. ST 230, no.3, 697-718 (2021).
- [14] X. Yao, Int. J. Mod. Phys. A 36, no.20, 2130010 (2021).
- [15] G. T. Bodwin, E. Braaten and G. P. Lepage, Phys. Rev. D 51, 1125-1171 (1995) [erratum: Phys. Rev. D 55, 5853 (1997)].
- [16] N. Brambilla, A. Pineda, J. Soto and A. Vairo, Nucl. Phys. B 566, 275 (2000); Rev. Mod. Phys. 77, 1423 (2005).
- [17] A. Andronic, P. B. Gossiaux, P. Petreczky, R. Rapp, M. Strickland, J. P. Blaizot, N. Brambilla, P. Braun-Munzinger, B. Chen and S. Delorme, et al. Eur. Phys. J. A 60, no.4, 88 (2024).
- [18] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, K. Redlich and J. Stachel, Nature 561, no.7723, 321-330 (2018).

- [19] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, M. K. Köhler, K. Redlich and J. Stachel, Phys. Lett. B 797, 134836 (2019).
- [20] V. Greco, C. M. Ko and R. Rapp, Phys. Lett. B 595, 202-208 (2004).
- [21] T. Song, J. Aichelin and E. Bratkovskaya, Phys. Rev. C 96, no.1, 014907 (2017).
- [22] T. Song, J. Aichelin, J. Zhao, P. B. Gossiaux and E. Bratkovskaya, Phys. Rev. C 108, no.5, 054908 (2023).
- [23] P. B. Gossiaux, these proceedings.
- [24] T. Miura, Y. Akamatsu, M. Asakawa and Y. Kaida, Phys. Rev. D 106, no.7, 074001 (2022).
- [25] S. Delorme, R. Katz, T. Gousset, P. B. Gossiaux and J. P. Blaizot, JHEP 06, 060 (2024).
- [26] X. Yao, W. Ke, Y. Xu, S. A. Bass and B. Müller, JHEP 01, 046 (2021).
- [27] J. P. Blaizot and M. A. Escobedo, Phys. Rev. D 98, no.7, 074007 (2018).
- [28] Y. Liu, B. Chen, N. Xu and P. Zhuang, Phys. Lett. B 697, 32-36 (2011).
- [29] J. Zhao and P. Zhuang, Phys. Rev. C 105, no.6, 064907 (2022).
- [30] X. Du, M. He and R. Rapp, Phys. Rev. C 96, no.5, 054901 (2017).
- [31] X. Du and R. Rapp, Phys. Lett. B 834, 137414 (2022).
- [32] E. G. Ferreira and J. P. Lansberg, JHEP 10, 094 (2018) [erratum: JHEP 03, 063 (2019)].
- [33] T. Binder, K. Mukaida, B. Scheiing-Hitschfeld and X. Yao, JHEP 01, 137 (2022).
- [34] G. Nijs, B. Scheiing-Hitschfeld and X. Yao, Phys. Rev. D 109, no.9, 094043 (2024).
- [35] N. Brambilla, T. Magorsch, M. Strickland, A. Vairo and P. Vander Griend, Phys. Rev. D 109, no.11, 114016 (2024).
- [36] A. M. Eller, J. Ghiglieri and G. D. Moore, Phys. Rev. D 99, no.9, 094042 (2019) [erratum: Phys. Rev. D 102, no.3, 039901 (2020)].
- [37] B. Scheiing-Hitschfeld and X. Yao, Phys. Rev. Lett. 130, no.5, 5 (2023).
- [38] G. Nijs, B. Scheiing-Hitschfeld and X. Yao, JHEP 06, 007 (2023).
- [39] B. Scheiing-Hitschfeld, these proceedings.
- [40] B. Scheiing-Hitschfeld and X. Yao, Phys. Rev. D 108, no.5, 054024 (2023) [erratum: Phys. Rev. D 109, no.9, 099902 (2024)].
- [41] N. Brambilla and X. P. Wang, JHEP 06, 210 (2024).
- [42] V. Leino, PoS LATTICE2023, 385 (2024).

- [43] V. Cheung and R. Vogt, Phys. Rev. C 105, no.5, 055202 (2022).
- [44] J. Zhao and B. Chen, Eur. Phys. J. C 84, no.8, 875 (2024).
- [45] D. L. Yang and X. Yao, Phys. Rev. D 110, no.7, 074037 (2024).
- [46] J. Lin, D. Luo, X. Yao and P. E. Shanahan, JHEP 06, 211 (2024).
- [47] W. A. De Jong, M. Metcalf, J. Mulligan, M. Płoskoń, F. Ringer and X. Yao, Phys. Rev. D 104, no.5, 051501 (2021).
- [48] W. A. de Jong, K. Lee, J. Mulligan, M. Płoskoń, F. Ringer and X. Yao, Phys. Rev. D 106, no.5, 054508 (2022).