

A₁-A₂ 分裂在纯 ³He 在液晶气凝胶中

V. V. Dmitriev,¹ M. S. Kutuzov,² D. V. Petrova,^{1,3} A. A. Soldatov,^{1,*} and A. N. Yudin^{1,3}

¹*P.L. Kapitza Institute for Physical Problems of RAS, 119334 Moscow, Russia*

²*Metallurg Engineering Ltd., 11415 Tallinn, Estonia*

³*HSE University, 101000 Moscow, Russia*

(10Dated: 2025 年 6 月 1 日)

在这里，我们展示了在纯 ³He（没有 ⁴He 覆盖）的向列相气凝胶中振动线实验的结果。我们研究了 ³He 在气凝胶中超流转变温度分裂对磁场的依赖性。除了我们之前的工作，我们使用了一个更宽范围的磁场（高达 31 kOe），并成功检测到了“上”和“下”超流转变温度。气凝胶纤维上的固态顺磁性 ³He 层激活了磁散射通道。根据理论，在高（≥ 20kOe）磁场中应该导致线性分裂，而在较低磁场中的分裂则预期是非线性的。我们观察到了这种非线性，但我们关于非线性发生磁场范围的观测与理论预测存在不一致。讨论了可能导致这种情况的原因。

I. 介绍

超流 ³He 是非常规（三重态）库珀配对的一个例子，轨道角动量为 $L = 1$ ，总自旋为 $S = 1$ 。Ginzburg-Landau 自由能和体相超流 ³He 的超流转变温度 T_c 对自旋和轨道角动量的投影是简并的。在各向同性空间中，最多可能有 18 种不同的超流相存在且具有相同的转变温度 [1]，但在零磁场下，仅根据温度和压力，只有能量最低的两个相（A 和 B）得以实现 [2]。A 相属于等自旋配对（ESP）相类（包含在自旋空间特定方向上仅有 ± 1 自旋投影的库珀对），并且具有两个节点沿库珀对轨道动量方向各向异性超流隙。而在 B 相中，所有自旋投影的概率相同，且间隙完全打开（各向同性）。

空间的各向异性可能解除简并，其他相态可以被稳定。例如，在由近乎平行的纤维组成的液晶气凝胶中，³He 的拟粒子散射变得具有各向异性 [3] ³He 拟粒子的散射也变为各向异性 [4]。这解除了轨道空间中的简并，并且一个新的拓扑 ESP 相——极化相——可以被实现 [5–10]。它在 nafen [11] 中被发现并在许多实验中被详细研究 [12–20]。极相和 A 相都包含库珀对的 $\uparrow\uparrow$ 和 $\downarrow\downarrow$ 自旋态，且比例相同，其中箭头表示磁矩的方向。

自旋空间中的简并性被磁场 H 消除。在体 ³He 中，强磁场分裂了不同自旋组分的转变温度，并导致形成新的（A₁ 和 A₂）相而非 A 相。从正常相冷却时，有两个二级转变：在 $T = T_{A1} > T_c$ 处转变为“A₁”相的“上”转变和在 $T = T_{A2} < T_c$ 处转变为“A₂”相的“下”

转变。A₁ 相仅有 $\uparrow\uparrow$ 对，并存在于一个随磁场 [21–26] 线性扩展的狭窄温度区域内。A₂ 相也有 $\downarrow\downarrow$ 对，在冷却过程中这种分数迅速增加，因此这一相连续转变为 A 相，在此相中两种自旋成分的分数彼此相等。

类似的磁场分裂也发生在超流体 ³He 在各向异性气凝胶 [27] 中。随着冷却，过渡进入所谓的 β 相 [28, 29]，该相的序参数具有与极性相相同的轨道部分，但只包含 $\uparrow\uparrow$ 自旋状态的配对。进一步冷却时，观察到向畸变 β 相过渡，其中也包含 $\downarrow\downarrow$ 配对。如预期的那样， β 相的存在温度区域被发现与 H [27] 成正比。

对于稳定极性和 β 相，必须用少量原子层的 ⁴He [11, 15, 19, 27] 预涂向列气凝胶的纤维，以完全去除气凝胶表面的固态顺磁性 ³He，并确保 ³He 拟粒子 [30–34] 发生镜面散射。然而，在没有 ⁴He 覆盖（纯 ³He）的情况下，气凝胶的纤维被 ~ 2 层顺磁性固体 ³He [35–37] 所覆盖，并且散射是扩散性的。此外，由于液体和固态 ³He 原子之间的快速交换，自旋在散射过程中不守恒，导致磁性散射通道。因此，我们确定在纯 ³He 介质向列相气凝胶中，不是过渡到极性相，而是过渡到 A 相，并且气凝胶中的超流体转变温度显著降低 T_{ca} 发生 [15]。因此，在高磁场中应发生 A₁-A₂ 分裂。在最近的工作中，我们使用高达 19.4 kOe 的磁场对纯 ³He 介质向列相气凝胶进行了实验，以研究这种分裂 [38]。我们发现，在斜方凝胶 T_{ca1} 中，“上临界”转变温度对施加的磁场具有非线性依赖关系，并且需要在更宽范围的磁场下进行进一步的实验研究来解释这些结果。

A₁-A₂ 在纯 ³He 的气凝胶中的分裂现象仅在二氧

* soldatov_a@kapitza.ras.ru

化硅（各向同性）气凝胶中，在高达 8 kOe 的磁场下进行过测量，未发现分裂现象的证据 [39]，并且在 70–150 kOe 的磁场下，分裂显示出线性的场依赖关系 [40, 41]。然而，直到现在，在中间强度的磁场下二氧化硅气凝胶中的分裂尚未被测量到。根据 Refs. [42, 43]，分裂应通过磁散射效应进行修正，该效应由包裹气凝胶纤维的可极化 ^3He 自旋对 ^3He 准粒子产生，因此在较低磁场下分裂变得非线性，在 $\geq 20\text{kOe}$ 的磁场中变为线性，此时固体 ^3He 的磁化率达到饱和。

对于液晶气凝胶，我们认为类似的现象会发生，因为理论中并未明确强调杂质各向异性的重要性，并且在自旋交换的顺磁模型中的“上”（指数 1）和“下”（指数 2）转变温度预计如下：

$$T_{ca1,2} = T_{ca} \pm \left(\eta_{1,2} - C_{1,2} \frac{\tanh \alpha H}{\alpha H} \right) H, \quad (1)$$

其中 $\eta_{1,2} \sim 1 \mu\text{K}/\text{kOe}$ [23, 24, 26] 是没有自旋交换时的分裂参数， T_{ca} 是 ^3He 在 $H = 0, \alpha = \gamma \hbar / (2kT_{ca}), \gamma$ 处的超流转变温度， k 是旋磁比，自旋交换参数 $C_{1,2} \sim 1 \mu\text{K}/\text{kOe}$ [43] 取决于超流相干长度、 ^3He 准粒子在气凝胶中的平均自由程以及杂质散射参数。

在本文中，我们在更宽的磁场范围内（高达 31 kOe）测量了纯 ^3He 在液晶气凝胶中的 A_1 – A_2 分裂，并推断出之前观察到的非线性。特别是，在更高的磁场中，“较低”的超流转变变得可检测，而在较低的磁场（ $\leq 19.4\text{kOe}$ ）下则不是这种情况 [38]。我们看到分裂的磁场依赖性比理论预测的要早得多地变为线性 [42]。

II. 样本和方法

实验在纯 ^3He （无 ^4He 覆盖）中进行，使用相同的装置和参考 [38] 中描述的相同液晶气凝胶样品，在 15.4 巴的压力下，在 1.1 和 19.4–31 kOe 的磁场中。为了获得比我们之前的工作 [38] 更高的磁场，设计并绕制了一个新的紧凑型超导螺线管。所需温度通过核去磁低温恒温器获得，并使用石英调谐叉测量，该调谐叉的校准方法如参考 [27] 中所述。调谐叉放置在低场区域，在测量过程中其周围形成 B 相。

我们使用了一种附有莫来石液晶气凝胶样本的振荡丝（VW）谐振器技术，使得气凝胶纤维沿丝的振荡运动方向排列。这根 240 μ 米的 NbTi 丝被弯曲成拱形，高度为 10 毫米，两腿之间的距离为 4 毫米。该长

方体样本尺寸在纤维之间为 $\approx 2 \times 3$ 毫米，在纤维方向上为 2.6 毫米，孔隙率为 95.2%，纤维直径为 ≤ 14 纳米，纤维之间的平均距离为 60 纳米。丝被安装在一个圆柱形实验舱管的顶部，该管由 Stycast-1266 环氧树脂制成，并被一个超导螺线管包围（参考文献 [27] 中的示意图），这样样本位于磁场最大值处（在距离 ± 3 毫米时具有 0.7% 的均匀度）。

一种标准的气凝胶 VW 谐振器测量程序被使用 [44]。交流电以幅度 $I_0 = 0.137 \div 4\text{mA}$ 通过导线，根据 H 值设置，保持振荡幅度场独立， $HI_0 = \text{const}$ ，其中 $I_0 = 0.137\text{mA}$ 在 $H = 31\text{kOe}$ 。在磁场中洛伦兹力作用于导线的横梁上导致周期性振动。反过来，在磁场中的导线运动产生法拉第电压，该电压通过室温升压变压器 1:300 放大，并使用锁相放大器通过扫频测量。同相（色散）和正交（吸收）信号联合拟合到洛伦兹曲线。在真空中的 $T \sim 1\text{K}$ 时，VW 的共振频率为 621Hz，半最大全宽（FWHM）为 0.3Hz。在液态 ^3He 中，所用温度范围内导线的最大速度未超过 0.2mm/s。在一个特定领域内，使用几倍较小的激励电流进行的测量也显示出相同的结果。

从之前的纯 ^3He 的 VW 实验中，使用相同的气凝胶样品 [38]，发现 $T_{ca1}|_{H=0} \equiv T_{ca} \approx 0.95 T_c$ ，其中块状 ^3He 的超流转变温度为 $T_c = 2.083$ 毫开尔文，而在 T_{ca1} 以下，气凝胶中的第二种振荡模式被激发，并且在 T_{ca1} 附近与气凝胶丝自身的主摆动共振耦合 [45]。此模式是超流系统中第二种声音的类似物 [46]，其共振频率在气凝胶冷却后的超流转变过程中迅速增加，并随后在大约几 kHz 处饱和 [45]。在这里，通过在一个更宽的频率范围内进行扫描，我们研究了两种共振模式参数随温度的变化。

III. 结果与讨论

首先，我们测量了气凝胶 VW 中主要机械共振模式的共振宽度和频率随温度的变化关系。示例中，在 19.4、23 和 31 kOe 磁场下的结果如图 1 所示。在宽度随温度变化的行为中出现峰状现象是由于主共振模式与次共振模式之间的相互作用所致。当超流相 ^3He 在气凝胶中升温时，次共振模式的频率降低，并在某一点达到与第一模式相同的频率，导致第一模式的共振宽度急剧增加。在低温下，这种相互作用较小，因为此

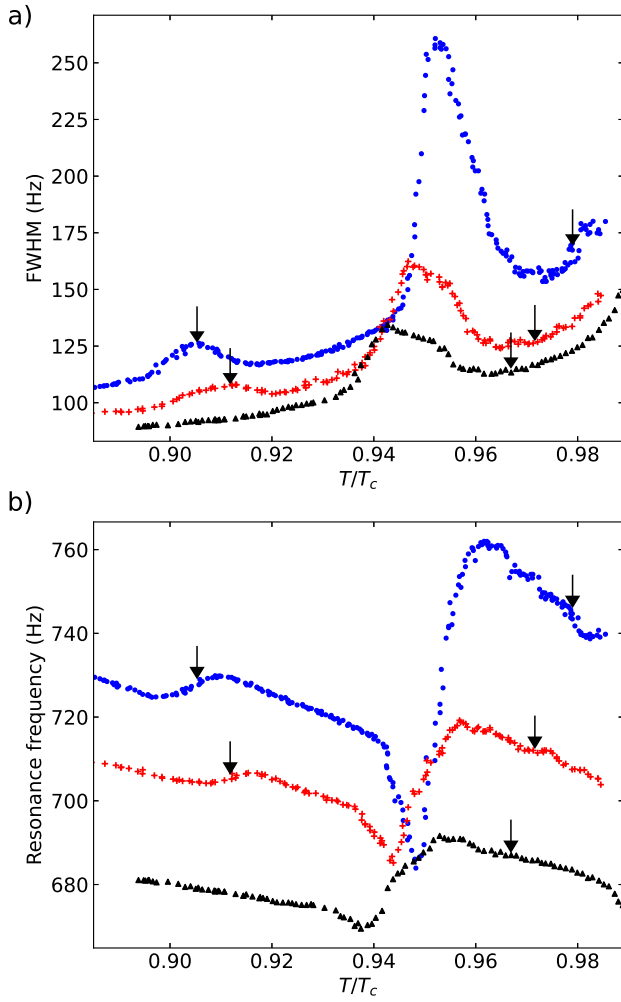


图 1. 温度对气凝胶 VW 在磁场强度分别为 19.4 kOe (三角形)、23 kOe (叉号) 和 31 kOe (圆形) 下的共振宽度 (a) 和频率 (b) 的影响。为了清晰展示, 面板 (b) 中的三角形和叉号分别向上移动了 110 Hz 和 74 Hz。箭头指示的是文中所述确定的 $T = T_{ca1}$ 和 $T = T_{ca2}$ 。x 轴表示归一化到块体 $^3\text{He}T_c = 2.083\text{mK}$ 超流转变温度的温度。

时次共振处于较高频率 (远离主共振; 图 2(a)), 而在接近 T_{ca1} 时, 两者共振频率相近 (次共振变得更不易区分; 图 2(b))。还有一项有趣的观察: 磁场越高, 与第二种模式的相互作用越强 (共振宽度上的峰值更高; 图 1(a)), 这一现象在使用相同气凝胶 VW 且完全覆盖 ^4He (用于稳定极性和贝塔相) 的实验中并不那么明显 [27]。“上”超流转变温度 T_{ca1} 是从共振宽度与频率图确定的, 这是一个隐含函数随温度变化, 并且略高于图 1(a) 中的局部最小值。分析程序在我们最近的一篇论文 [38] 中详细描述。

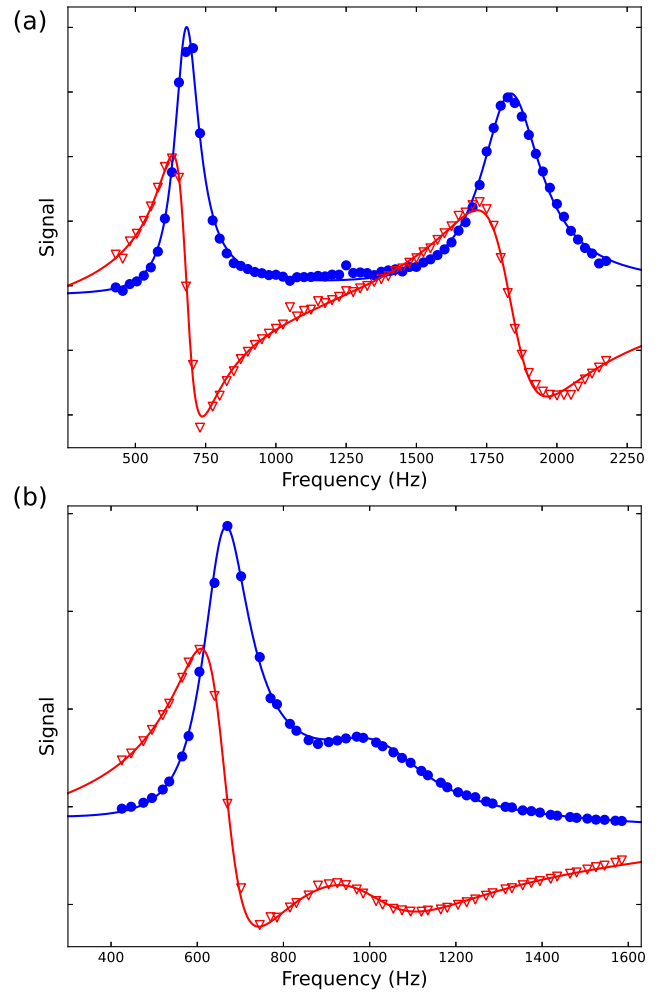


图 2. 吸收 (圆圈) 和分散 (三角形) 信号来自气凝胶 VW 在 $T = 0.86T_c$ (a) 和 $T = 0.94T_c$ (b) 的 23 kOe 磁场中。实线是将数据与两条洛伦兹曲线之和联合拟合的结果。数据显示的窗口是由于去除了一个寄生信号。

其次, 我们已经发现了一个额外的特征, 在主模式共振特性对温度依赖性上的表现, 该主模式在 $T/T_c = 0.89 \div 0.93$ 处。更详细的情况见图 3 中的磁场系列, 并且我们认为这对应于气凝胶中的“较低”超流转变 (这里, 我们通过宽度的温度依赖性的局部最大值来确定 T_{ca2})。这个特征在磁场 $\leq 19.4\text{kOe}$ 中未被观察到 (见图 1(a)), 因此我们在之前的测量 [38] 中运气不佳。值得注意的是, 气凝胶 VW 的第二模态的共振宽度在同一温度区域也具有显著的峰值, 而共振频率似乎与使用 ^4He coverage [45] 测量的向列相气凝胶的结果一致, 并且没有特征 (见图 4)。无论如何, 我们无法从中提取任何可靠的信息。

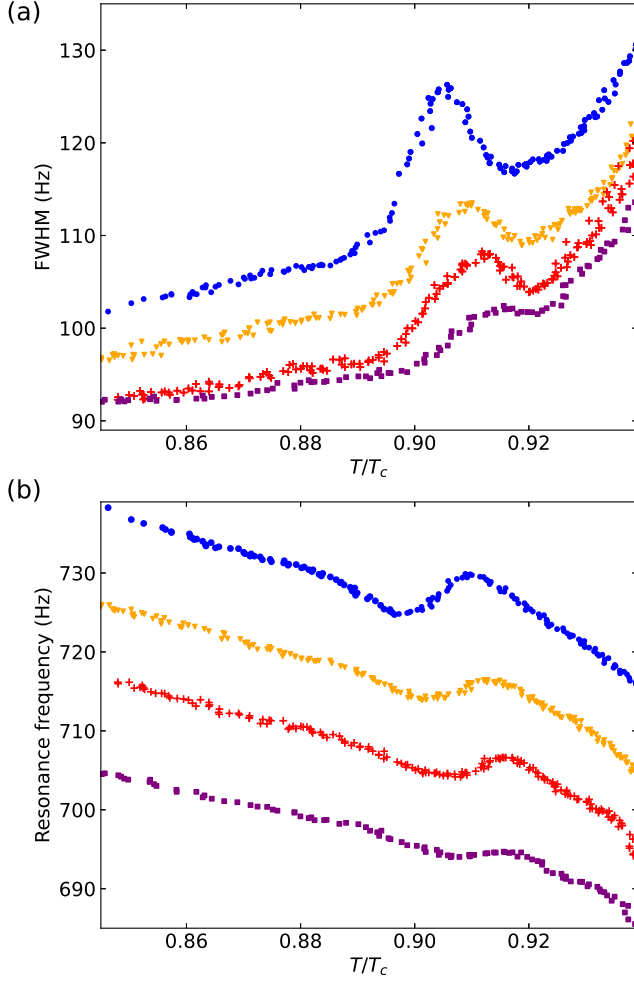


图 3. 温度依赖的共振宽度 (a) 和频率 (b), 在磁场为 21 kOe (方块)、23 kOe (叉号)、27 kOe (三角形) 和 31 kOe (圆圈) 下的气凝胶 VW 的主要模式, 在一个预期出现“较低”超流转变的温度区域内。为了清晰显示, 面板 (b) 中的三角形、叉号和方块分别向上移动了 41 Hz、74 Hz 和 90 Hz。

A_1 – A_2 在纯 ^3He 中的分裂结果在向列型气凝胶中如图 5 所示。“较低”的转变温度 T_{ca2} 在适用的磁场中有线性依赖关系。至于“较高”的转变温度 T_{ca1} , 在低场区存在非线性。图形中的实线是使用方程 (1) 并以 η_1 、 C_1 和 α 作为拟合参数的最佳拟合。并且根据这个拟合 $\alpha \approx 0.215 \text{ kOe}^{-1}$, 这几乎是理论值 $\alpha = \gamma\hbar/(2kT_{ca}) \approx 0.037 \text{ kOe}^{-1}$ 的 6 倍, 意味着观察到的非线性区域比预期的小 6 倍。换句话说, 将高场 (线性) 区域的分裂外推到零磁场下的 T_{ca1} 是对交换场的直接测量, 在我们的案例中是 $\approx 4 \text{ kOe}$, 而根据理论应该为 $\approx 20 \text{ kOe}$ [47]。

之前, 仅有的在 $H \leq 19.4 \text{ kOe}$ (图 5 中的空心符号) 的数据不足以做出一个好的近似。现在我们可以看到,

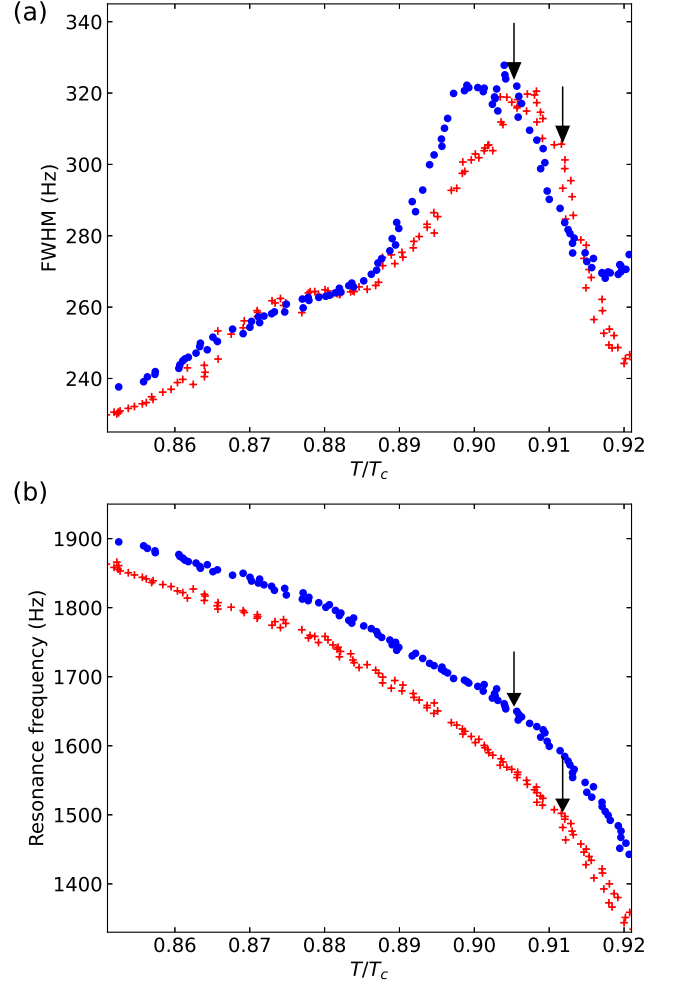


图 4. 温度依赖的共振宽度 (a) 和频率 (b) 在 23 kOe (叉号) 和 31 kOe (圆圈) 磁场下的气凝胶 VW 第二模式。箭头指示了从主模式宽度的温度依赖性确定的 $T = T_{ca2}$ (见正文)。

在更高磁场下的分裂的线性贡献 (图 5 中虚线和点划线的斜率) 与块体 ^3He (图 5 中的点线) 中的情况非常一致, 并且我们关于序参数可能发生改变 (A 相获得极性畸变) 以及随后在磁场 [38] 下 T_{ca} 增加的假设没有得到证实。然而, 我们的结果与理论之间存在相当大的差异, 这表明 [42, 43] 的顺磁交换模型不适用。

可能, 观察到的效果是由于磁场散射 [48] 引起的序参量振幅波动 (类似于零磁场下无序分布的气凝胶杂质中心排列相关性导致的 T_{ca} 的降低 [49])。而在高磁场中, 分裂是线性的, 并且这些波动显然会被抑制; 但在低磁场条件下 (远小于其自旋饱和值), 这些波动对分裂的影响可能比已知与平均自旋 [42, 43] 成正比的自旋交换散射通道更大。此外, 我们在零磁场分裂

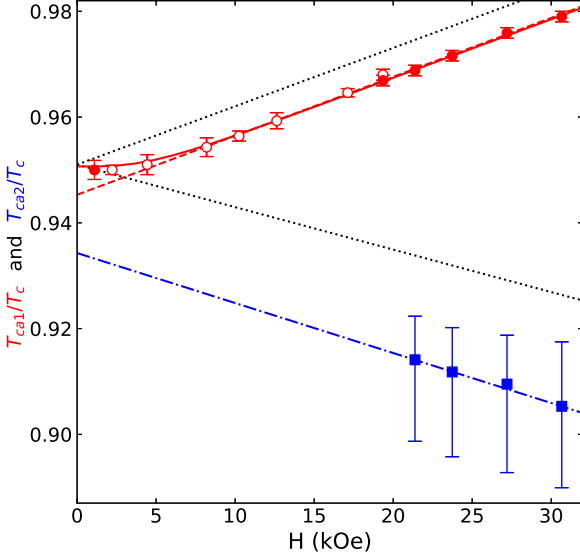


图 5. A_1 – A_2 分裂的纯 ^3He 在磁性场中的斜方凝胶中超流转变温度。圆圈对应于“上”超流转变温度 T_{ca1} (空心圆圈取自参考文献 [38]), 正方形对应于“下”超流转变温度 T_{ca2} 。实线是最优拟合, 方程为 (1), 虚线是从高磁场 T_{ca1} 数据向外线性外推至零磁场的结果, 而点划线是对 T_{ca2} 数据的线性拟合。虚线对应于体相中的 A_1 – A_2 分裂, 3 被缩放至超流转变温度 $0.95T_c$ [23]。图 3 (a) 中, T_{ca2} 数据的误差棒显示出背景宽度上 VW 共振的一个特征峰值大小, 这表明, 在冷却过程中, 从 A_1 到 A_2 的转变的开始和结束。

处有一个 $\approx 0.01T_c$ 的差距, 这可能是由于在确定 T_{ca1} 和 T_{ca2} 时存在系统误差, 预计这些也会因混沌分布的气凝胶纤维 [49] 引起的阶参数温度波动而受到抑制。

进一步使用各向同性 (二氧化硅) 气凝胶样品进行的实验可能会阐明磁散射效应在气凝胶中超流 ^3He 中的作用。

IV. 结论

在本论文中, 通过使用纯 ^3He (无 ^4He 覆盖) 的气凝胶 VW 谐振器, 我们测量了扩展磁场下 nematic 气凝胶中 ^3He “上”超流转变温度的场依赖性, 并确定该依赖性的非线性区域大约比理论预期的小 6 倍。此外, 我们在更高的磁场中检测到了 nematic 气凝胶中 ^3He 的“下”超流转变温度。 A_1 – A_2 分裂的纯 3 氦在液晶气凝胶中的线性部分发现其斜率与块状 3 氦中预期的基本相同。需要进一步的实验和理论工作来解释这些结果。

ACKNOWLEDGMENTS

气凝胶样品由 M.S.K. 制作并提供。实验由 V.V.D.、D.V.P.、A.A.S. 和 A.N.Y. 进行。我们感谢 I.A. Fomin 和 E.V. Surovtsev 的有用讨论和评论。

-
- [1] V.I. Marchenko, J. Exp. Theor. Phys. **66**, 79 (1987).
 - [2] D. Vollhardt and P. Wölfle, *The Superfluid Phases of Helium 3* (Taylor & Francis, 1990).
 - [3] V.E. Asadchikov, R.Sh. Askhadullin, V.V. Volkov, V.V. Dmitriev, N.K. Kitaeva, P.N. Martynov, A.A. Osipov, A.A. Senin, A.A. Soldatov, D.I. Chekrygina, and A.N. Yudin, JETP Lett. **101**, 556 (2015).
 - [4] V.V. Dmitriev, L.A. Melnikovsky, A.A. Senin, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, JETP Lett. **101**, 808 (2015).
 - [5] K. Aoyama and R. Ikeda, Phys. Rev. B **73**, 060504(R) (2006).
 - [6] I.A. Fomin, J. Exp. Theor. Phys. **118**, 765 (2014).
 - [7] R. Ikeda, Phys. Rev. B **91**, 174515 (2015).
 - [8] I.A. Fomin, J. Exp. Theor. Phys. **127**, 933 (2018).
 - [9] G.E. Volovik, JETP Lett. **107**, 324 (2018).
 - [10] I.A. Fomin, J. Exp. Theor. Phys. **131**, 29 (2020).
 - [11] V.V. Dmitriev, A.A. Senin, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **115**, 165304 (2015).
 - [12] V.V. Dmitriev, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, JETP Lett. **103**, 643 (2016).
 - [13] N. Zhelev, M. Reichl, T. Abhilash, E.N. Smith, K.X. Nguyen, E.J. Mueller, and J.M. Parpia, Nat. Commun. **7**, 12975 (2016).
 - [14] S. Autti, V.V. Dmitriev, J.T. Mäkinen, A.A. Soldatov, G.E. Volovik, A.N. Yudin, V.V. Zavjalov, and V.B. Eltsov, Phys. Rev. Lett. **117**, 255301 (2016).
 - [15] V.V. Dmitriev, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **120**, 075301 (2018).
 - [16] S. Autti, V.V. Dmitriev, J.T. Mäkinen, T. Rysti, A.A. Soldatov, G.E. Volovik, A.N. Yudin, and V.B. Eltsov, Phys. Rev. Lett. **121**, 025303 (2018).

- [17] V.V. Dmitriev, M.S. Kutuzov, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, JETP Lett. **110**, 734 (2019).
- [18] V.V. Dmitriev, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, J. Exp. Theor. Phys. **131**, 2 (2020).
- [19] V.V. Dmitriev, V.B. Eltsov, J. Rysti, A.A. Soldatov, A.N. Yudin, J. Low. Temp. Phys. **208**, 3 (2022).
- [20] T. Kamppinen, J. Rysti, M.-M. Volard, G.E. Volovik, and V.B. Eltsov, Nat. Commun. **14**, 4276 (2023).
- [21] V.J. Gully, D.D. Osheroff, D.T. Lawson, R.C. Richardson, and D.M. Lee, Phys. Rev. A **8**, 1633 (1973).
- [22] D.D. Osheroff and P.W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **33**, 686 (1974).
- [23] U.E. Israelsson, B.C. Crooker, H.M. Bozler, and C.M. Gould, Phys. Rev. Lett. **53**, 1943 (1984).
- [24] D.C. Sagan, P.G.N. deVegvar, E. Polturak, L. Friedman, S.S. Yan, E.L. Ziercher, and D.M. Lee, Phys. Rev. Lett. **53**, 1939 (1984).
- [25] H. Kojima and H. Ishimoto, J. Phys. Soc. Jpn. **77**, 111001 (2008).
- [26] V. Ambegaokar and N.D. Mermin, Phys. Rev. Lett. **30**, 81 (1973).
- [27] V.V. Dmitriev, M.S. Kutuzov, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **127**, 265301 (2021).
- [28] E.V. Surovtsev, J. Exp. Theor. Phys. **128**, 477 (2019).
- [29] E.V. Surovtsev, J. Exp. Theor. Phys. **129**, 1055 (2019).
- [30] M.R. Freeman and R.C. Richardson, Phys. Rev. B **41**, 11011 (1990).
- [31] S.M. Tholen and J.M. Parpia, Phys. Rev. Lett. **67**, 334 (1991); **68**, 2810 (1992).
- [32] D. Kim, M. Nakagawa, O. Ishikawa, T. Hata, T. Kodama, and H. Kojima, Phys. Rev. Lett. **71**, 1581 (1993).
- [33] S.C. Steel, J.P. Harrison, P. Zawadzki, and A. Sachrajda, J. Low Temp. Phys. **95**, 759 (1994).
- [34] S. Murakawa, M. Wasai, K. Akiyama, Y. Wada, Y. Tamura, R. Nomura, and Y. Okuda, Phys. Rev. Lett. **108**, 025302 (2012).
- [35] A. Schuhl, S. Maegawa, M.W. Meisel, and M. Chapellier, Phys. Rev. B **36**, 6811 (1987).
- [36] J.A. Sauls, Yu.M. Bunkov, E. Collin, H. Godfrin, and P. Sharma, Phys. Rev. B **72**, 024507 (2005).
- [37] E. Collin, S. Triqueneaux, Yu.M. Bunkov, and H. Godfrin, Phys. Rev. B **80**, 094422 (2009).
- [38] V.V. Dmitriev, M.S. Kutuzov, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, Phys. Rev. B **107**, 024507 (2023).
- [39] G. Gervais, K. Yawata, N. Mulders, and W.P. Halperin, Phys. Rev. B **66**, 054528 (2002).
- [40] H.C. Choi, A.J. Gray, C.L. Vicente, J.S. Xia, G. Gervais, W.P. Halperin, N. Mulders, and Y. Lee, Phys. Rev. Lett. **93**, 145302 (2004).
- [41] H.C. Choi, A.J. Gray, C.L. Vicente, J.S. Xia, G. Gervais, W.P. Halperin, N. Mulders, and Y. Lee, J. Low Temp. Phys. **138**, 107 (2005).
- [42] J.A. Sauls and P. Sharma, Phys. Rev. B **68**, 224502 (2003).
- [43] G.A. Baramidze and G.A. Kharadze, J. Low Temp. Phys. **135**, 399 (2004).
- [44] D.C. Carless, H.E. Hall, and J.R. Hook, J. Low Temp. Phys. **50**, 583 (1983).
- [45] V.V. Dmitriev, M.S. Kutuzov, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, JETP Lett. **112**, 780 (2020).
- [46] E.V. Surovtsev, JETP Lett. **116**, 745 (2022).
- [47] W.P. Halperin and J.A. Sauls, arXiv:cond-mat/0408593 (2004).
- [48] V.S. Mikheeva, E.V. Surovtsev, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **121**, 572 (2025).
- [49] I.A. Fomin, JETP Lett. **88**, 59 (2008).