全部为好的:从 DESI DR2 的 BAO 视 角看曲率

Shi-Fan Chen^a Matias Zaldarriaga^a

^aInstitute for Advanced Study, 1 Einstein Drive, Princeton, NJ 08540, USA

E-mail: sfschen@ias.edu

Abstract. 最近来自暗能量光谱仪 (DESI) 的重子声振荡 (BAO) 测量结果表明, 在标准宇宙 学模型解释下, 与宇宙微波背景 (CMB) 数据存在一定的张力。在这篇简短的笔记中, 我们讨 论了这一张力的一个解决方案的后果, 即一个非常小但为负的空间曲率 $R_k = 21H_0^{-1}$, DESI 将其测量值定为 2σ 。我们描述了与复合相关的宇宙学距离测量中的曲率物理作用, 即 CMB 和 BAO, 并且当允许曲率偏离零时, 它与中微子质量限制的关系会放宽到 $\sum m_{\nu} < 0.10$ eV。负曲率的稳健检测将对暴胀模型产生重大影响:改进的 BAO 测量, 特别是来自未来高红移 光谱调查的结果,将能够以很高的显著性区分曲率和其他解决 DESI-CMB 张力的方法, 如幻影暗能量。

目录

1	介绍	1
2	曲率的作用	3
3	中微子质量的含义	4
4	未来调查中的可检测性	5
5	结论	6

1 介绍

在过去二十年中,宇宙微波背景(CMB) [1–3]和大尺度结构的精确测量——特别是通过重子声振荡(BAO) [4]的测量——描绘了一个令人惊讶地由一个简单的标准宇宙学模型描述的宇宙图景,该模型具有平坦的 FLRW 度规,在晚期宇宙中受到暗能量(Λ)、冷暗物质(CDM)和重子的影响。最近,暗能量光谱仪器(DESI)在其第二次数据发布(DR2) [5]中使用星系和林曼- α 森林发布了迄今为止最精确的 BAO 测量结果。这些新数据表现出与当前的 CMB 数据存在令人惊讶的紧张迹象,例如,在拟合平坦的 ACDM 模型时,当前物质分数 Ω_M 的紧张程度大于 2σ 。

确实,DESI 合作研究表明,如果用动态暗能量 (DDE) 成分替换标准模型中的宇宙学常数,并使用一个关于标度因子 a 的线性经验状态方程 $w(a) = w_0 + w_a(1-a)$ 来建模,这些紧张关系可以得到解决,拟合优度也会提高。当仅考虑来自宇宙扰动(CMB 和 BAO)的数据时,这些数据更偏好标准宇宙学模型 ACDM 的这种 w_0w_a CDM 扩展程度超过 3 σ ,而与 Ia 型超新星结合时甚至会达到更高的显著性。令人惊讶的是,DESI CMB 约束偏好 DDE,在红移 z > 0.5 处状态方程 w < -1,迫使暗能量进入一个(看似)非物理的幽灵区域,其中其能量密度随红移增加,违反了零能条件。

超越 DDE,在 ACDM 中,DESI + CMB 对中微子质量也施加了严格的限制。这些限制 表明,中微子质量之和 $M_{\nu} = \sum m_{\nu}$ 低于由中微子振荡实验 0.06eV 要求的水平,在接近 95% 的程度上显示出偏好。如果允许"有效"中微子质量取负值 [6],这种偏好会增强。然而,由 于 DESI 对中微子质量限制的贡献是几何性质的,通过放宽标准模型中的宇宙膨胀历史(例 如,允许 DDE),这些限制会被显著放松。

对暗能量或中微子表现出的非物理行为的明显偏好表明需要重新评估关于标准宇宙学模型的常见假设。我们在这项工作中的目的是探索标准模型的一种物理扩展,即空间曲率不为零的可能性(Ω_k)。事实上,DESI合作组织报告了对弯曲的ACDM + Ω_k 的限制,发现了一个2 σ 偏好负曲率宇宙的结论,即 $\Omega_k = 0.0023 \pm 0.0011$ [5]。这种对局部距离尺度偏好的影响与普朗克卫星 CMB 数据支持的平坦 ACDM 模型(参见[2])相比,在图1中进行了展示。虽然在统计显著性上略弱于对动态暗能量 DDE 的 3 σ 偏好,但这种非零曲率的暗示仍具有重要意义——因为它作为 BAO-CMB 张力的一种物理上易于理解的解,相较于幻影暗能量或负电子中微子质量更具解释力。事实上,BAO+CMB 数据偏好的空间曲率微小负值对暴胀物理学有直接影响(参见[7]综述):正曲率的探测将难以与暴胀的朴素预期相协调,而这里观测到的非零负曲率(>10⁻⁴)则会排除缓慢滚-roll 永恒暴胀,同时与开放暴胀场景保持一致——例如涉及气泡成核过程(参见[8])。

本文的其余部分结构如下。我们在第2节概述了弗里德曼-勒梅特-罗伯逊-沃尔克(FLRW) 时空中的空间曲率,以及它如何解决高红移和低红移处 CMB 与 BAO 之间的紧张关系。然后



图 1. 在曲率 Λ CDM 宇宙中对 D_V/r_d 和 D_M/D_H 的预测,基于 DESI DR2 BAO 和 CMB 数据的联 合拟合,归一化为 Planck Λ CDM 宇宙学的最佳拟合所预测的结果。DESI DR2 测量结果以黑色显示,而灰色带则根据这些数据显示了 1 和 2 σ 区域。请注意,在这些区域内每个模型的预测是平滑的,即灰 色带应被视为在红移 z 上相关且平滑变化。



图 2. 退化性在 Ω_k 和 H_0 之间。来自普朗克 PR4 链 [10] 的宇宙微波背景温度和偏振光谱的约束,在曲率较小值时遵循 $H_0(1 - 7\Omega_k)$ 退化,其宽度由主要宇宙微波背景 [17] 中 ω_m 的不确定性设定。在相同的 ω_m 约束条件下,DESI BAO 对 H_0 施加了强烈的限制,导致主要由 CMB 不确定性决定的 Ω_k 约束。

在第3节描述这种水平的曲率对宇宙学中决定中微子质量的影响,并在第4节讨论对未来星系调查检测的意义,最后在第5节总结。在整个过程中,我们将使用 DESI DR2 的 BAO 数据,并且对于 CMB,将结合 Planck 卫星 PR3 中的低 ℓ 数据 [9]、PR4 中的高ℓ卡姆斯佩克 数据 [10] 以及 Planck 和阿塔卡马宇宙望远镜 (ACT) CMB 透镜数据,这些数据使用了由 ACT 合作组织公开提供的似然函数 [11–13]。我们的约束条件使用科巴雅 [14] 运行,理论预测来自 CAMB [15],并使用获取分布 [16] 绘制。

2 曲率的作用

重子声学振荡 (BAO) 通过提供一个长度由重子拖曳时期结束时的声波视界给出的标准 尺, 探测晚期 ($z \approx 0 - 2$) 宇宙的膨胀历史 $z_d \approx 1100$

$$r_d = \int_{z_d}^{\infty} \frac{dz \ c_s(z)}{H(z)},\tag{2.1}$$

其中 $c_s(z)$ 是声速, H(z) 是在红移 z 处的哈勃参数,以星系二点函数的峰值形式呈现。转换为星系调查中观测到的角坐标和红移坐标后,BAO 直接约束无量纲量 $D_M(z)/r_d$ 和 $H(z)r_d$,其中 D_M 和 H(z) 分别是横向共动距离和哈勃参数,在星系的有效红移 z 处。这些测量与对 CMB 的角声学尺度的测量密切相关,后者探测了在复合时刻横向共动距离与声音视界之比 $\theta_* = D_{A,*}/r_*$ 。这个角度尺度是从 CMB 光谱中最好地测量的数量之一,例如由 Planck 卫星 [2] 约束到十万分之三。

在标准宇宙学模型中,仅 CMB 数据就足以对较低红移的 BAO 测量给出相当精确的预 测。这是因为主要的 CMB 本身限制了物理重子和冷暗物质密度 $\omega_b, \omega_{cb} = \Omega_b h^2, (\Omega_c + \Omega_b) h^2,$ 它们共同决定了 r_d ,而剩下的自由度,即现在的哈勃常数 $H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc},$ 则由散射 距离 $D_M(z_*)$ 的约束固定下来,该约束由 θ_* 设定,因为在给定这三参数集的情况下暗能量分 数 Ω_{Λ} 是固定的。以这种方式思考,与普朗克 ACDM 相比,DESI BAO 测量的大约 1.5% 较 短的距离可以大致视为在 $z \leq 1.5$ 处的小 1.5% 哈勃张力。确实,DESI 合作组表明,如参考文 献 [17] 中所述的 CMB 对 ω_b, ω_{cb} 和 θ_* 的主要约束条件足以在与 DESI BAO[5] 结合时再现大 部分对 DDE 的偏好。前两种密度分别由普朗克的主要 CMB 限制为大约 0.7% 和 0.84%,这 意味着如果没有重组物理的变化, r_d 的宇宙学不确定性小于 0.2% 水平。

空间曲率通过在宇宙距离关系中引入微小的非线性,放松了 CMB 对 ω_b 、 ω_c 和 θ_* 设定 的紧密联系。由于解释 DESI 与 CMB 之间张力所需的 Ω_k 值相对于 $\Omega_{m,\Lambda}$ 来说非常小,它在 任何时期决定 $H^2(z) \sim \rho(z)$ 中所起的作用都非常微小。给定的 Ω_k 值对应于共动坐标中的曲 率半径为

$$R_k = \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}H_0} \approx 21H_0^{-1} \left(\frac{|\Omega_k|}{0.0023}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$
(2.2)

相比之下,到红移 z = 0.5, 1, 1100的共动距离分别约为 $0.4H_0^{-1}, 0.8H_0^{-1}$ 和 $3.1H_0^{-1}$ 。共动 距离 χ 和横向共动距离 $D_M = R_k \sinh(\chi/R_k)$ 之间的分数差由 $\chi/D_M \approx 1 + \frac{1}{6}R_k^{-2}\chi^2$ 给出,主 导阶数为红移探测值时可忽略不计,对于我们在 BAO 中考虑的曲率值。在最后散射处的校正 大约等于 $\frac{5}{3}\Omega_k$ 对于 $\Omega_m \approx 0.3$,或 3.5% 在 $\Omega_k = 0.0023$ 处。在其他条件相同的情况下¹,到末 次散射的共动距离 χ_* 被较小的比例改变,大约是 $-\Omega_k/4$,导致总的改变 $\Delta D_*/D_* \approx 1.4 \Omega_k$.

因此,我们可以将曲率视为仅在 θ_* 处改变最后散射的距离,在当前数据允许的值范围内。 这使我们能够测量 Ω_k :在平坦的 Λ CDM 中,角声学尺度大致约束组合 $\Omega_m h^3$,其中 θ_* 大致 按 $\omega_m^{0.14}h^{0.2}$ [18,19]的比例缩放,其中 $\omega_m = \Omega_m h^2$ 。考虑到由于曲率引起的横向距离变化增 加了大约 $(1 - 1.4\Omega_k)$ 到 θ_* 的一个因子,并修改了我们选择数据时的最佳拟合组合

$$\Omega_m h^3 (1 - 7\Omega_k) = 0.09603 \pm 0.00026.$$
(2.3)

然而,主要的 CMB 独立地将 ω_m 约束在亚百分比精度内,使我们能够将组合 $H_0(1 - 7\Omega_k)$ 约束到大约 $\sigma(\omega_m)/\omega_m \leq 1\%$ 。

在低红移处,曲率的影响可以忽略不计,因此 BAO 通过 H_0 约束 H_0r_d —假设 r_d 的变化 是次要的—并且几乎与平坦的 ACDM 情况一样约束 Ω_m 。实际上,DESI 数据最好地约束了 一个接近 $\Omega_m^{0.2}H_0 = \omega_m^{0.2}H_0^{0.6}$ 的组合,大约在 0.3% 水平上。假设再次在 ω_m 上有一个 CMB 先

¹这里,对于给定的 Ω_k ,我们保持 H_0 和 $\Omega_m h^2$ 恒定同时调整 Ω_{Λ_o} 。



图 3. 距离 D_H 、 D_M 和 D_V 符合三种(ACDM、曲率 ACDM 和 w_0w_a CDM)宇宙学模型,这些模型 基于 DESI和 CMB 数据,并归一化为 Planck 最佳拟合的 ACDM 宇宙学中的值。右侧扩展显示了在 高红移处的这些距离,其中所有模型中的 D_M/r_d 都被 CMB 对 θ_* 的约束强制收敛。

验,这相当于对 H_0 的约束约为 0.5%,允许 CMB+BAO 打破 $H_0 - \Omega_k$ 退化并限制 BAO。退 化中的 7 因子给我们提供了大约为 $\sigma(\Omega_k) = 0.0012$ 的曲率测量。与 CMB 相比,BAO 测量的 稍高的 H_0 被有效地转化为 $\Delta H_0/(7H_0) \approx 0.002$ 的曲率。这种简并性通过图 2 中的 $H_0 - \Omega_k$ 后验分布得到了说明。有趣的是,给定 CMB 先验条件下物质密度的 BAO 约束对 H_0 比在相 同先验条件下的 θ_* 对 $H_0(1 - 7\Omega_k)$ 的约束要稍微严格一些,这意味着误差主要由 CMB 不确 定性中的 ω_m 设定,因此仅仅收紧 DESI BAO 测量值的误差范围只会适度改善曲率约束。

图 3 显示了在不同宇宙学模型中,由 DESI BAO 和 CMB 分别在低红移和高红移下测量的 $D_{V,M,H}$ 的拟合情况。在这些模型中的每一个,最佳拟合参数都导致在 $z \approx 0.5 - 1.5$ 之间测量的 BAO 尺度减少约 1.5%,反映图 1 中的低点。然而,一个值得注意的区别是,最佳拟合曲率 Λ CDM 模型在低红移下表现出相当平滑的依赖关系,相当于相对于最佳拟合平坦模型进行重新缩放,而 DDE w_0w_a CDM 模型则导致在低红移下能量密度和距离发生相对较大的变化以适应数据。

3 中微子质量的含义

在标准模型中,结合 CMB 和 BAO 数据允许我们使用上述第 2 节讨论的相同简并破缺来 几何测量中微子质量。我们指有兴趣的读者参考文献 [20] 以及 DESI 合作组织关于中微子质 量约束的支持论文 [6],以进行更详细的讨论;简而言之:由于中微子在复合时仍处于相对论 状态,CMB 功率谱形状对 ω_m 的限制实际上是对接近于 $\omega_{cb} = (1 - f_\nu)\omega_m = (\Omega_c + \Omega_b)h^2$ 的限 制,其中 f_ν 是中微子质量分数,在存在有质量中微子的情况下。正如在 Ω_k 的情况一样,CMB 和 BAO 中的几何数据使我们能够区分 ω_{cb} 和 ω_m ,从而给我们对 $M_\nu \approx (\omega_m - \omega_{cb})$ 93 eV 的约 束。例如,在角声学尺度的情况下,添加大质量中微子将最后散射面的距离 $D_* \sim \Omega_m^{-0.1}/\sqrt{\omega_m}$ 减少了大约 $(1+0.4f_\nu)$ 倍,与没有中微子但具有相同 H_0 和重子及暗物质密度 [19,20] 的宇宙 相比,导致了 $\theta_* \sim \omega_{cb}^{0.14}h^{0.2}(1+0.4f_\nu)$,并形成了最佳约束组合 $\Omega_m h^3(1+f_\nu)$ 。²此外的自由 度意味着初级 CMB 本身无法打破所有简并性,但低红移下的 BAO 尺度测量可以像在曲率 情况下一样做到这一点。

²经验上,我们发现对于包括 CMB 透镜效应在内的数据,最佳约束的组合被修改为 $\Omega_m h^3 (1 + 0.65 f_{\nu}) = 0.09628 \pm 0.00026$ 。



图 4. 假设正性先验条件下的中微子质量总和的一维后验分布,在 ΛCDM (红色)和弯曲的 ΛCDM (黑色)宇宙中的情况。在后者情况下,对中微子质量的限制显著放宽,正常和倒置层次结构 (黑色虚线)都在 95% 置信水平上被允许。

允许非零空间曲率放松了这一约束,因为曲率是通过打破相同的简并性来确定的。粗略 地说,简并方向由它们各自对 θ_* 的修改决定:保持 θ_* 恒定需要 1.4 $\Omega_k = 0.4 f_{\nu}$,即简并具有 陡峭斜率 $\Delta f_{\nu}/\Delta \Omega_k = 3.5$ 。

图 4 和 5 显示了具有自由中微子质量的弯曲 ACDM 模型的 1-和 2-D 后验分布。我们采 用了一个简化的中微子质量的正性先验。允许空间曲率显著放宽了对 M_{ν} 的约束,使得在选 择该先验的情况下,正常和倒置层次都落在 95% 置信区间内,尽管由于 BAO 约束也作用于 Ω_m 以及 CMB 中的额外信息,特别是来自 CMB 透镜的结构增长测量, $\Omega_k = M_{\nu}$ 之间的简并 并不完全。我们注意到,将 M_{ν} 作为自由参数并不实质上影响对 Ω_k 的约束,这是因为 $\Omega_k = f_{\nu}$ 相关的陡峭斜率以及 CMB 弯曲 + BAO 对极低中微子质量的偏好(即使没有来自 θ_* 的几何 信息;参见例如参考文献 [20] 中的图 8),这一点也可以从图 5 右下方的等高线看出。

4 未来调查中的可检测性

如图 3 所示,曲率与其他解决 DESI BAO 和 CMB 数据之间张力的模型相比的一个显著特征是,在具有空间曲率的宇宙学中,距离度量之间的非线性关系使得在相对较高的红移下,宇宙学距离,尤其是横向共动距离,可以保持较低,相对于需要保留 θ_* 所需的距离。为了调查这种信号是否可以在未来的宇宙学实验中有意义地被利用,让我们考虑一个提议的第五阶段光谱仪器 (Spec-S5) [21] 的预期约束条件。我们使用基于两个星系样本在红移区间 $z \in [2.1, 3.5]$, [3.5, 4.5] 覆盖 11,000 平方度的 Fisher 矩阵计算来估计这些限制。³ 由于在这些红移处 BAO 的非线性效应预计很小,我们采用一个简单的模型使用线性理论,在我们的预测中对线性偏差和增长速率以及波数 k 的宽带五次多项式进行边缘化,并假设 $k_{max} = 0.3 h Mpc^{-1}$,尽管我们发现这些选择对我们预测的影响相对较小。

图 6 显示了预测的 Spec-S5 约束条件与不同宇宙学模型预测的对比。Spec-S5 预期在其 组合红移范围内以优于 0.1% 的精度约束各向同性 BAO 尺度 D_V/r_d : 值得注意的是,虽然 DESI + CMB 最佳拟合的 ACDM 和 w_0w_a CDM 模型在两个红移区间内都会落在 95% 置信 区间内,但弯曲的 ACDM 曲线将使用各向同性 BAO 被检测到大于 5 σ 。这表明高红移光谱

³我们感谢马丁·怀特在参考文献 [21] 中提供了这些样本的数密度和线性偏差。



图 5. 与图 4 相同,但适用于与其他宇宙学参数的二维后验分布。

观测在确定宇宙的曲率以及将其与超出 Λ CDM 物理学的其他形式区分开来方面具有重要的 潜力。我们还注意到,对 Alcock-Paczynski 畸变 D_M/D_H 的约束虽然次主导,但还可以测量 最佳拟合 w_0w_a CDM 模型超过 2σ 的程度。

5 结论

宇宙观测指向了一个接近 ACDM 的极其平坦的宇宙。然而,DESI 合作组织发布的最近 BAO 数据 [5],与 CMB 数据结合时,表明存在 2σ 非零负空间曲率的可能性,其共动曲率半 径约为 $21H_0^{-1}$ 。检测到负空间曲率将对例如通胀产生重大影响,在正曲率情况下通常不会发 生这种情况,并排除诸如慢滚永续通胀等情景。

在这篇笔记中,我们探讨了这样一个小的负曲率值或正的 Ω_k 对 CMB 和大尺度结构的影响。在宇宙学分析中放松 Ω_k 的限制,在保持低红移 BAO 测量和 CMB 功率谱形状信息与平坦 ACDM 约束基本不变的同时,增加了观测角度声学尺度 θ_* 的陡峭依赖性,从而缓解了 CMB 和 DESI BAO 测量之间的紧张关系。这种效应也显著扩展了对中微子质量之和 M_ν 的约束,其几何测量依赖于同一组物理量,因此即使是目前百分之一的数量级的 Ω_k 也足以将 M_ν 约束从略微不支持正常等级扩展到同时容纳正常和倒置等级在 95% 的置信度内。这些小水平的曲率可以通过高红移光谱测量调查(如提议的 Spec-S5 实验 [21])以高度显著性检测,并与动态暗能量等其他情景区分开来,表明此类调查在揭示超出 ACDM 物理方面的重大前景。



图 6. 不同宇宙学模型在 DESI DR2(黑点)和计划中的 Spec-S5 实验(灰色 1 – 2σ 带)光线下的可 探测性。在 Spec-S5 所探查的红移处,由 DESI+CMB 数据优选的曲率模型预测的距离比 0.5% 水平上的 ACDM 或 DDE 更短,这将能够被 Spec-S5 以高显著性进行约束。

由于曲率在拟合 BAO + CMB 数据中的作用主要是允许对最后散射距离 $D_{M,*}$ 进行修改,同时保持其他宇宙学参数固定,因此它与通过改变再结合时的物理来解决紧张问题的替代模型密切相关,这些模型改变了最后散射声波视界 r_* 或红移 z_* 。参考 [22] 最近在 DESI DR2 背景下探索了这一可能性,对于修改再结合的现象学模型进行了探讨,并使用 ACT DR6 的CMB 功率谱约束了许多这样的模型 [23]。与曲率类似,未来高红移光谱数据将探测到这些现象,再结合的这些修改将通过未来的 CMB 数据更好地被限制,包括西蒙斯天文台 [24] 和 CMB-S4[25]。在缺乏新的重组前物理的情况下,这些新观测站将显著改善对 ω_b, ω_{cb} 的约束条件,后者目前是限制对 Ω_k 进行约束的主要因素。结合预期的 BAO 尺度(例如 H_0r_d)测量改进,未来的实验将有助于解决现有两种数据类型之间的紧张关系。虽然我们一直使用 DESI DR2 分析中引用 [5] 的数据,但鉴于最近 ACT DR6 CMB 功率谱的原因 [3],探索这些途径将是有趣的。

最后,虽然我们专注于空间曲率在宇宙结构数据中的作用,但值得注意的是,在使用额 外探针约束 DDE 时的一些含义,特别是 Ia 型超新星 [26-28]。DESI 合作组织将这些数据(尤 其是来自参考文献 [26] 的数据)与 BAO 和 CMB 数据结合起来,得出了对 DDE 的重要检测, 特别是在假设空间平坦宇宙的情况下,检测到了幻影区的 DDE。最近,参考文献 [29,30] 进 行了具有自由空间曲率的物理模型的分析,发现该情景下非幻影暗能量同样能够很好地拟合 数据。这是因为,在一个具有非零空间曲率的宇宙学中,与 CMB 相比,在低红移处距离尺 度的抑制可以通过大尺度上不同距离之间的非线性关系实现,而不是需要意外增加晚期宇宙 的能量密度使暗能量随时间增加。未来的观测,例如来自 Spec-S5 的高红移观测,将对于区 分标准模型的扩展(如曲率或动态暗能量)至关重要。

致谢

我们感谢 Colin Hill、Nickolas Kokron、Gabriela Sato-Polito 和 Giovanni Maria Tomaselli 的有益讨论。特别感谢 Noah Sailer、Gerrit Farren 和 Mat Madhavacheril 在科巴雅中的宇宙 学似然性方面的帮助,以及 Martin White 提供 Spec-S5 星系的预测属性。

SC 和 MZ 感谢美国国家科学基金会通过 NSF-BSF 2207583 对 IAS 的支持。MZ 还受 到 NSF 2209991 和 Nelson 协同研究中心的支持。

参考文献

- G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D.N. Spergel, C.L. Bennett, J. Dunkley et al., Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results, ApJS 208 (2013) 19 [1212.5226].
- [2] Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, F. Arroja, M. Ashdown, J. Aumont et al., Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck, A&A 641 (2020) A1 [1807.06205].
- [3] T. Louis, A. La Posta, Z. Atkins, H.T. Jense, I. Abril-Cabezas, G.E. Addison et al., The Atacama Cosmology Telescope: DR6 Power Spectra, Likelihoods and ΛCDM Parameters, arXiv e-prints (2025) arXiv:2503.14452 [2503.14452].
- [4] S. Alam, M. Aubert, S. Avila, C. Balland, J.E. Bautista, M.A. Bershady et al., Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological implications from two decades of spectroscopic surveys at the Apache Point Observatory, Phys. Rev. D 103 (2021) 083533 [2007.08991].
- [5] DESI Collaboration, M. Abdul-Karim, J. Aguilar, S. Ahlen, S. Alam, L. Allen et al., DESI DR2 Results II: Measurements of Baryon Acoustic Oscillations and Cosmological Constraints, arXiv e-prints (2025) arXiv:2503.14738 [2503.14738].
- [6] W. Elbers, A. Aviles, H.E. Noriega, D. Chebat, A. Menegas, C.S. Frenk et al., Constraints on Neutrino Physics from DESI DR2 BAO and DR1 Full Shape, arXiv e-prints (2025) arXiv:2503.14744 [2503.14744].
- [7] Planck Collaboration, Y. Akrami, F. Arroja, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi et al., Planck 2018 results. X. Constraints on inflation, A&A 641 (2020) A10 [1807.06211].
- [8] M. Kleban and M. Schillo, Spatial curvature falsifies eternal inflation, J. Cosmology Astropart. Phys. 2012 (2012) 029 [1202.5037].
- [9] Planck Collaboration, N. Aghanim, Y. Akrami, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi et al., Planck 2018 results. V. CMB power spectra and likelihoods, A&A 641 (2020) A5 [1907.12875].
- [10] E. Rosenberg, S. Gratton and G. Efstathiou, CMB power spectra and cosmological parameters from Planck PR4 with CamSpec, MNRAS 517 (2022) 4620 [2205.10869].
- [11] J. Carron, M. Mirmelstein and A. Lewis, CMB lensing from Planck PR4 maps, J. Cosmology Astropart. Phys. 2022 (2022) 039 [2206.07773].
- [12] M.S. Madhavacheril, F.J. Qu, B.D. Sherwin, N. MacCrann, Y. Li, I. Abril-Cabezas et al., The Atacama Cosmology Telescope: DR6 Gravitational Lensing Map and Cosmological Parameters, ApJ 962 (2024) 113 [2304.05203].
- [13] F.J. Qu, B.D. Sherwin, M.S. Madhavacheril, D. Han, K.T. Crowley, I. Abril-Cabezas et al., The Atacama Cosmology Telescope: A Measurement of the DR6 CMB Lensing Power Spectrum and Its Implications for Structure Growth, ApJ 962 (2024) 112 [2304.05202].
- [14] J. Torrado and A. Lewis, Cobaya: code for Bayesian analysis of hierarchical physical models, J. Cosmology Astropart. Phys. 2021 (2021) 057 [2005.05290].
- [15] A. Lewis, A. Challinor and A. Lasenby, Efficient Computation of Cosmic Microwave Background Anisotropies in Closed Friedmann-Robertson-Walker Models, ApJ 538 (2000) 473 [astro-ph/9911177].
- [16] A. Lewis, GetDist: a Python package for analysing Monte Carlo samples, 1910.13970.

- [17] P. Lemos and A. Lewis, CMB constraints on the early Universe independent of late-time cosmology, Phys. Rev. D 107 (2023) 103505 [2302.12911].
- [18] W. Hu, M. Fukugita, M. Zaldarriaga and M. Tegmark, Cosmic Microwave Background Observables and Their Cosmological Implications, ApJ 549 (2001) 669 [astro-ph/0006436].
- [19] W.J. Percival, W. Sutherland, J.A. Peacock, C.M. Baugh, J. Bland-Hawthorn, T. Bridges et al., Parameter constraints for flat cosmologies from cosmic microwave background and 2dFGRS power spectra, MNRAS 337 (2002) 1068 [astro-ph/0206256].
- [20] M. Loverde and Z.J. Weiner, Massive neutrinos and cosmic composition, J. Cosmology Astropart. Phys. 2024 (2024) 048 [2410.00090].
- [21] R. Besuner, A. Dey, A. Drlica-Wagner, H. Ebina, G. Fernandez Moroni, S. Ferraro et al., The Spectroscopic Stage-5 Experiment, arXiv e-prints (2025) arXiv:2503.07923 [2503.07923].
- [22] S. Hamidreza Mirpoorian, K. Jedamzik and L. Pogosian, Is Dynamical Dark Energy Necessary? DESI BAO and Modified Recombination, arXiv e-prints (2025) arXiv:2504.15274 [2504.15274].
- [23] E. Calabrese, J.C. Hill, H.T. Jense, A. La Posta, I. Abril-Cabezas, G.E. Addison et al., The Atacama Cosmology Telescope: DR6 Constraints on Extended Cosmological Models, arXiv e-prints (2025) arXiv:2503.14454 [2503.14454].
- [24] P. Ade, J. Aguirre, Z. Ahmed, S. Aiola, A. Ali, D. Alonso et al., The Simons Observatory: science goals and forecasts, J. Cosmology Astropart. Phys. 2019 (2019) 056 [1808.07445].
- [25] K.N. Abazajian, P. Adshead, Z. Ahmed, S.W. Allen, D. Alonso, K.S. Arnold et al., CMB-S4 Science Book, First Edition, arXiv e-prints (2016) arXiv:1610.02743 [1610.02743].
- [26] DES Collaboration, T.M.C. Abbott, M. Acevedo, M. Aguena, A. Alarcon, S. Allam et al., The Dark Energy Survey: Cosmology Results with ~1500 New High-redshift Type Ia Supernovae Using the Full 5 yr Data Set, ApJ 973 (2024) L14 [2401.02929].
- [27] D. Rubin, G. Aldering, M. Betoule, A. Fruchter, X. Huang, A.G. Kim et al., Union Through UNITY: Cosmology with 2,000 SNe Using a Unified Bayesian Framework, arXiv e-prints (2023) arXiv:2311.12098 [2311.12098].
- [28] D. Brout, D. Scolnic, B. Popovic, A.G. Riess, A. Carr, J. Zuntz et al., The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints, ApJ 938 (2022) 110 [2202.04077].
- [29] Y. Akrami, G. Alestas and S. Nesseris, Has DESI detected exponential quintessence?, arXiv e-prints (2025) arXiv:2504.04226 [2504.04226].
- [30] B.R. Dinda and R. Maartens, *Physical vs phantom dark energy after DESI: thawing quintessence in a curved background, arXiv e-prints* (2025) arXiv:2504.15190 [2504.15190].