

洛伦兹不变材料和超材料

Jon Lasas-Alonso^{1,*} and Gabriel Molina-Terriza^{2,3,4}

¹*Basic Sciences Department, Mondragon Unibertsitatea, Olagorta kalea 26, 48014 Bilbao, Spain*

²*Donostia International Physics Center, Paseo Manuel de Lardizabal 4, 20018 Donostia-San Sebastián, Spain*

³*Centro de Física de Materiales (CSIC-UPV/EHU),*

Paseo Manuel de Lardizabal 5, 20018 Donostia-San Sebastián, Spain

⁴*IKERBASQUE, Basque Foundation for Science, María Díaz de Haro 3, 48013 Bilbao, Spain*

(10Dated: 2025 年 6 月 28 日)

我们证明了由标量介电常数 ϵ 和磁导率 μ 定义的材料电磁构型关系对于所有惯性观察者来说是相同的，只要满足 $\epsilon\mu = 1$ 。为了突出我们一般结果的实际威力，我们将讨论这一特性发挥重要作用的方案，如菲涅尔-费索光学拖拽或移动电介质的修改后的斯涅尔定律。我们也证明了这种特殊行为可以扩展到系统，比如单轴各向异性介质或负折射率超材料。

在宏观电动力学中，许多问题考虑了其性质根据对称性分类的材料的存在。

例如，我们说一个宏观样本是均匀的，只要其组成从空间的一点到另一点不发生变化。我们也可以这样说一种材料是各向同性的，前提是它的电磁响应在旋转下不会改变。另外，如果样品的性质随时间不变，我们通常会说这种材料是静态的。相比之下，样本也可能被识别为不具备上述属性，即非均匀、各向异性或时变。所有这些特征都被转化为定义电磁本构关系张量的具体约束条件。在局部和线性响应区域中，非手性材料由两个张量函数定义，即相对介电率张量 $\bar{\epsilon}(\mathbf{r}, t)$ 和相对磁导率张量 $\bar{\mu}(\mathbf{r}, t)$ ，其中 \mathbf{r} 是位置矢量且 t 为时间。如果材料被识别为均匀和静态的，则意味着我们可以去除对 \mathbf{r} 和 t 的依赖关系。另一方面，如果我们处理的是各向同性材料，我们可以通过标量介电率和磁导率函数来表示本构关系。一种同时是均匀的、各向同性的和静态的材料可以用两个独立的量来表示，即标量电容率 ϵ 和标量磁导率 μ 。

材料可以在不同的对称群下保持不变。特别是，一个由常数 ϵ 和 μ 参数描述的环境，在包含连续空间平移、连续空间旋转和连续时间平移的群下是不变的。然而，根据经典电动力学和狭义相对论的一个众所周知的结果，这样的系统在洛伦兹变换 [1] 下不是不变的。从物理上讲，这意味着材料的电磁响应当从不同的惯性参考系观察时是不同的。或者说，等效地说，我们说当样品相对于实验室框架以一定速度移动时，构成关

系会被修改。在这封信中，我们展示了通过满足标量介电常数和磁导率的关系为 $\epsilon = 1/\mu$ 的材料来克服这一问题，与 μ 的值无关。请注意，这些介质当然包括真空，但不仅限于此。除非另有说明，否则我们将自己限制在均匀、各向同性且静态的材料上，以简化推导并专注于物理现象。我们首先证明满足此约束条件的电介质构成关系在其以任意速度移动时保持不变。然后，我们展示这种特定行为也可以在各向异性介质和负指数超材料中实现。最后，我们讨论洛伦兹不变性材料在其中起重要作用的具体问题，如菲涅耳-费索光学拖拽或运动介电体的修改折射定律。

让我们首先简要讨论一下洛伦兹变换是如何在一个通用的电介质系统上进行的。从被动的角度来看，执行这种变换意味着从一个以恒定速度 $-\mathbf{v}$ 移动的惯性参考系来研究样品，相对于共移动的参考系而言。这里，如果考虑自然单位，即光速是 $c = 1$ ，那么速度的模必须满足 $|\mathbf{v}| < 1$ 。请注意，这种情况相当于保持观察者静止并将样本视为以速度 \mathbf{v} 移动。后者处理洛伦兹变换的方式通常被称为主动视角，并且是我们在这里使用的。因此，考虑所有可能的电介质系统的洛伦兹变换等同于研究探针在相对于实验室参考系以任意恒定速度 \mathbf{v} 移动时的行为。沿着这个思路，一个洛伦兹不变的电介质材料是指其电磁特性与速度无关。一个电磁响应不随速度变化的样品会被所有惯性参考系同等感知，并因此可以被认为在洛伦兹变换下是不变的（图 1）。

为了证明一个电介质系统是洛伦兹不变的，我们必须检查当考虑以恒定速度 \mathbf{v} 移动的样品时，麦克斯

* jlasa@mondragon.edu

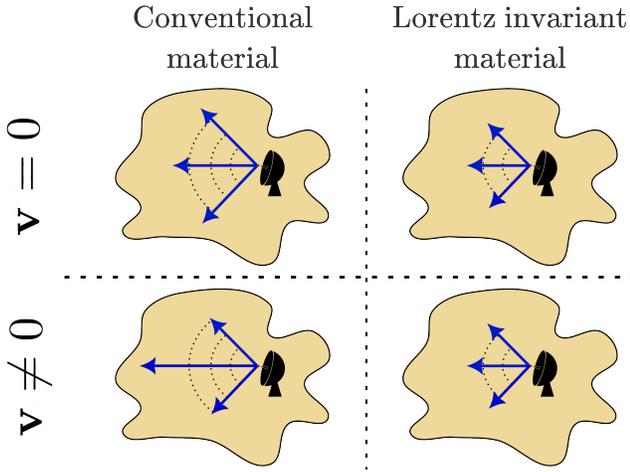


图 1. 电磁波在介质中传播时, 这些介质相对于放置在其内部的发射器是运动 ($v \neq 0$) 或静止 ($v = 0$)。当常规材料以一定速度移动时 $v \neq 0$, 其电磁响应会发生变化。这在左侧列中有所描述, 在这种情况下, 如果介质处于运动状态与静止状态相比, 内部的发射器会观察到电磁波传播的不同。对于洛伦兹不变性材料, 电磁特性保持不变。因此, 内部的发射器不会观察到电磁波传播的任何差异。

韦方程组

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) &= -\partial_t \mathcal{B}(\mathbf{r}, t), & \nabla \cdot \mathcal{D}(\mathbf{r}, t) &= 0 \\ \nabla \times \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) &= \partial_t \mathcal{D}(\mathbf{r}, t), & \nabla \cdot \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

以及本构关系

$$\mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \mathcal{E}(\mathbf{r}, t), \quad \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathcal{H}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

是如何被修改的。这个问题在 1908 年 [1–3] 由明可夫斯基提出, 他发现虽然运动物体的麦克斯韦方程的形式如方程 (1) 所示保持不变, 但在方程 (2) 中表达的本构关系必须被修改。以恒定速度运动的物体所获得的本构关系的形式为 \mathbf{v} 是 [4]:

$$\mathcal{D} + \mathbf{v} \times \mathcal{H} = \varepsilon (\mathcal{E} + \mathbf{v} \times \mathcal{B}) \quad (3)$$

$$\mathcal{B} - \mathbf{v} \times \mathcal{E} = \mu (\mathcal{H} - \mathbf{v} \times \mathcal{D}), \quad (4)$$

其中 “ \times ” 表示矢量积, 并且为了清晰起见, 省略了场对 (\mathbf{r}, t) 的依赖。方程 (3) 和 (4) 表明, 在共动参考系中各向同性的探针对于以恒定速度 $-\mathbf{v}$ [5] 运动的惯性参考系来说似乎呈现双各向异性。

以下我们证明存在一组介质样本, 当它们以任意恒定速度 \mathbf{v} 移动时, 其静止状态下的本构关系 (由方程 (2) 给出) 保持不变。为此, 我们将电磁场表示转

换为 Riemann-Silberstein (RS) 向量 [6] 的形式 (基于传统的电场和磁场的等效证明, 请参见补充材料)。对于不熟悉该概念的读者, 我们指出, RS 向量构成了所谓的 Beltrami 场的电磁版本, 在流体力学中经常使用 [7]。

RS 向量可以用多种方式定义, 但在这里我们将其构建为:

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\mathcal{D}(\mathbf{r}, t)}{\sqrt{\varepsilon}} + i \frac{\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)}{\sqrt{\mu}} \right], \quad (5)$$

以及一个用字段 \mathcal{E} 和 \mathcal{H} 定义的版本:

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)}{\sqrt{\mu}} + i \frac{\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)}{\sqrt{\varepsilon}} \right], \quad (6)$$

与 $i = \sqrt{-1}$ 一起。此时, 请注意方程中的线性组合。(5) 和 (6) 考虑实值的 $\mathcal{D}, \mathcal{B}, \mathcal{E}$ 和 \mathcal{H} 字段。因此, ε 和 μ 也必须是实数, 并且首先我们考虑它们都是正的, 即 $\varepsilon > 0$ 和 $\mu > 0$ 。就 RS 矢量而言, 静止介电样品的本构关系 ($\mathbf{v} = 0$) 可以简单地表示为: $\mathcal{F} = n\mathcal{G}$, 其中我们定义样品的折射率为 $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, 并且可以通过取方程 (2) 中指定的两个关系式的实部和虚部来恢复它们。

另一方面, 我们也可以使用 RS 矢量来表示以恒定速度运动的宏观物体的本构关系 \mathbf{v} :

$$\mathcal{F} - i\mathbf{v} \times \mathcal{G} = n\mathcal{G} - i\mathbf{v} \times \mathcal{F}. \quad (7)$$

在这种情况下, Eqs. (3) 和 (4) 分别通过考虑方程 (7) 的实部和虚部得到。

让我们更仔细地看看运动物体的本构关系的形式。实际上, 通过重新排列方程 (7) 中的项, 我们可以将其表示为:

$$[\bar{\mathbf{I}} + i\mathbf{v}\bar{\mathbf{V}}]\mathcal{F} = \left[\bar{\mathbf{I}} + \frac{i}{n}\bar{\mathbf{V}}\right]n\mathcal{G}, \quad (8)$$

其中 $\bar{\mathbf{I}}$ 表示三维恒等算子, 并且我们定义了 $\bar{\mathbf{V}} = \mathbf{v} \times$ 。请注意, 在方程 (8) 两边作用的算子可以表示为行列式不能同时消失的矩阵。这意味着对于每个电介质系统, 无论它们可能携带的速度如何, 我们总能计算出出现在方程 (8) 中的两个算子之一的逆。因此, 不失一般性, 我们可以表示以恒定速度 \mathbf{v} 移动的电介质探针的本构关系为:

$$\begin{cases} \mathcal{F} = (\bar{\mathbf{O}}^{-1}\bar{\mathbf{P}})n\mathcal{G} & \text{if } n^2|\mathbf{v}|^2 \neq 1 \\ (\bar{\mathbf{P}}^{-1}\bar{\mathbf{O}})\mathcal{F} = n\mathcal{G} & \text{else,} \end{cases} \quad (9)$$

其中我们定义了算子 $\bar{\mathcal{O}} = \bar{\mathcal{I}} + in\bar{\mathcal{V}}$ 和 $\bar{\mathcal{P}} = \bar{\mathcal{I}} + in^{-1}\bar{\mathcal{V}}$ 。请注意，这种形式的本构关系，如方程 (9) 所示，等同于文献中先前报道的其他形式 [8]。

方程 (9) 表明，移动介质的本构关系恰好有一种可能性与介质静止时相同，即通过考虑 $\bar{\mathcal{O}} = \bar{\mathcal{P}}$ 。在这种条件下， $\bar{\mathcal{O}}^{-1}\bar{\mathcal{P}} = \bar{\mathcal{P}}^{-1}\bar{\mathcal{O}} = \bar{\mathcal{I}}$ 得以满足，并且因此，在方程 (9) 的两种情况下都恢复了 $\mathcal{F} = n\mathcal{G}$ 。关键的是，除了平凡解 ($\mathbf{v} = 0$) 之外，只有另一种方式能够满足 $\bar{\mathcal{O}} = \bar{\mathcal{P}}$ ，即考虑一种电介质系统，该系统的 $n = n^{-1}$ 。如果我们用原始的介电常数和磁导率来表示这种约束条件，我们得到这类宏观介质满足约束条件 $\varepsilon\mu = 1$ 。换句话说，存在一类明确定义的电介质材料，其本构关系不会因携带的速度而改变。这是我们工作的核心结果。据我们所知，这是首次为任意速度下的电介质样品给出这一陈述的确切证明。

我们的结果具有深远的影响。首先，我们想指出，正如之前提到的那样，真空显然包含在洛伦兹不变材料的子集中。而在真空情况下 $\varepsilon = 1$ 和 $\mu = 1$ ，请注意其他电介质宏观系统对于 $\varepsilon \neq 1$ 和 $\mu \neq 1$ 也可能满足必要的约束条件，即 $\varepsilon = 1/\mu$ 。这意味着存在一组无限电介质材料，其对称性完全恢复了狭义相对论的对称性。对于这一类洛伦兹不变材料而言，在这些介质中传播的电磁波的速度与在真空中相同。此外，我们注意到，虽然这类材料可能很难在自然条件下找到，但可以通过使用超材料设计它们，在这种情况下我们可以探索具有负折射率的洛伦兹不变宏观系统。对于这类样品，介电常数和磁导率都是负的，即 $\varepsilon < 0$ 和 $\mu < 0$ 。因此，在考虑折射率时，必须取负平方根，即 $n = -\sqrt{|\varepsilon||\mu|}$ [9, 10]。然而，请注意，对于负指数材料而言，介电常数和磁导率的乘积只要满足 $\varepsilon = 1/\mu$ ，就可以符合约束条件 $\varepsilon\mu = 1$ ，这与常规介质材料的情况完全相同。

虽然我们的证明是为正折射率编写的，但将其扩展到负折射率超材料的情况是直接的。我们只需稍微修改 RS 矢量的定义为： $\mathcal{F} = 2^{-1/2}\{|\varepsilon|^{-1/2}\mathcal{D} + i|\mu|^{-1/2}\mathcal{B}\}$ ，并相应地修改为 $\mathcal{G} = 2^{-1/2}\{|\mu|^{-1/2}\mathcal{E} + i|\varepsilon|^{-1/2}\mathcal{H}\}$ 。这些重新定义导致了静止样品的本构关系的不同表达式，即 $\mathcal{F} = -\eta\mathcal{G}$ ，其中 $\eta = \sqrt{|\varepsilon||\mu|}$ 以及方程 (2) 中的关系通过考虑实部和虚部获得。因此，具有负折射率并以恒定速度 \mathbf{v} 移动的样品的本构关系表

达式为：

$$[\bar{\mathcal{I}} - i\eta\bar{\mathcal{V}}]\mathcal{F} = -\left[\bar{\mathcal{I}} - \frac{i}{\eta}\bar{\mathcal{V}}\right]\eta\mathcal{G}. \quad (10)$$

请注意，方程 (3) 和 (4) 也可以通过考虑方程 (10) 的实部和虚部分别获得。正如之前一样，有两种方法可以恢复静止状态下的本构关系 ($\mathcal{F} = -\eta\mathcal{G}$)：要么施加平凡条件 ($\mathbf{v} = 0$)，要么限制为负折射率材料，对于这些材料 $\eta = \eta^{-1}$ 成立。最后，如果我们用材料的介电常数和磁导率来表示这个最后一个约束，我们得到 $|\varepsilon||\mu| = \varepsilon\mu = 1$ 必须成立。同样地，可以类似地将证明扩展到各向异性介质，这些介质不能用标量磁导率和介电常数描述（参见补充材料）。

尽管之前常常假设洛伦兹不变性仅适用于真空 [11]，我们的结果证明了一定范围的介电材料、超材料和各向异性介质能够满足必要的约束条件。在我们看来，这开启了一个新范式，在这个范式中可以考虑各种不同底层环境下的狭义相对论对称性。接下来，我们将讨论洛伦兹不变性材料发挥重要作用的各种方案。这样做是为了展示我们一般结果在具体物理问题的讨论和分析中的实际能力。如果满足 $\varepsilon\mu = 1$ 的材料恢复了狭义相对论的对称性，这一事实需要体现在不同的电磁问题和可测量的移动电磁系统量中。

对于手稿的其余部分，我们坚持使用各向同性电介质样品。在移动各向同性电介质环境中剩下的对称性，即连续的时间和空间平移，表明单色平面波应该是这些系统的可能解。因此，我们可以寻找形式为 $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}\}$ 的解，类似地对于 \mathcal{H} 、 \mathcal{B} 和 \mathcal{D} 场也是如此。在上述表达式中， \mathbf{E}_0 表示电场的复振幅， \mathbf{k} 是波矢量， ω 是角频率。这构成了分析单色平面波性质的起点。例如，人们可以推导出电磁波通过移动电介质传播时的色散关系。这样的推导得到 [12]：

$$\frac{|\mathbf{k}|}{\omega} = \frac{-|\mathbf{v}|\xi \cos \psi + \sqrt{1 + \xi(1 - |\mathbf{v}|^2 \cos^2 \psi)}}{1 - \xi|\mathbf{v}|^2 \cos^2 \psi}, \quad (11)$$

其中 $\xi = (\varepsilon\mu - 1)\gamma^2$ 与 $\gamma = (1 - |\mathbf{v}|^2)^{-1/2}$ ，且 ψ 是 \mathbf{k} 和 \mathbf{v} 向量之间的角度。可以验证，洛伦兹不变材料无论介质的速度如何都不会改变色散关系，并且可以证明它们是唯一具有这种特性的材料类（参见补充材料）。特别是著名的菲涅尔-菲索相速度光学拖曳 (v_p) [13, 14]，在计算小介质速度时，即，

$$v_p \sim \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon\mu}\right)|\mathbf{v}| \cos \psi, \quad (12)$$

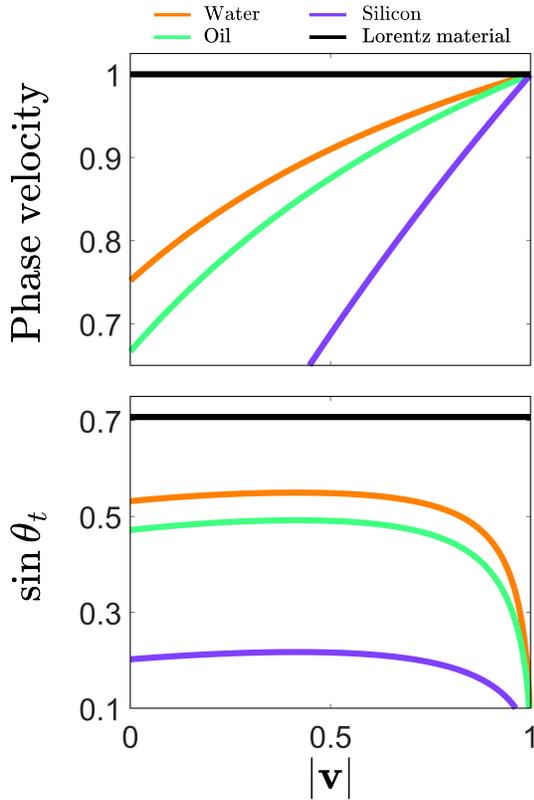


图 2. 上图: 水 ($\epsilon = 1.33^2$, $\mu = 1$)、油 ($\epsilon = 1.5^2$, $\mu = 1$)、硅 ($\epsilon = 3.5^2$, $\mu = 1$) 和洛伦兹不变材料 ($\epsilon = 2$, $\mu = 0.5$) 的相速度的确切表达式, 作为介质速度模量 $|\mathbf{v}|$ ($\psi = 0$) 的函数。下图板: 同一组材料 ($\theta_i = \pi/4, \phi_i = \pi/2$) 的折射角。

对于洛伦兹不变材料也会消失。对于介质的所有速度范围, 唯一不会改变 v_p 的环境正是洛伦兹不变材料(图 2, 上面板)。

我们也考察了平面波遇到以恒定速度移动的半无限平面时的反射和折射效应, \mathbf{v} 。这是一个可以观察到洛伦兹不变介质虽然具有类似于真空的性质, 但与真空不同的例子。让我们考虑介质的速度平行于平面界面的情况, [15]。通常情况下, 折射角随着入射角和介质速度的变化而变化(图 2, 下图, 彩色线条), 反射角始终等于入射角。另一方面, 反射光束的振幅一般依赖于入射偏振、 \mathbf{k} 与 \mathbf{v} 之间的夹角以及速度的模, $|\mathbf{v}|$ 。然而, 如果移动介质满足 $\epsilon\mu = 1$, 情况则大不相同。首先, 适用于移动介质的修正斯涅尔定律得到简化, 并且折射角与入射角一致, 就像没有界面一样。此外, 这个折射角是恒定的, 与介质的速度无关(图 2, 下图, 黑色曲线), 并且可以证明洛伦兹不变性材料是唯一一类具有这种特性的材料(参见补充资料)。尽管如此,

在反射波中仍可观察到介质的存在。当入射的圆偏振平面波在移动的洛伦兹不变性介质上被反射时, 反射波仅表现出相反的圆极化分量 [16], 其幅度反射率是 $r = (1 - Z)/(1 + Z)$, 其中 $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 是该介质的相对阻抗。因此, 对于洛伦兹不变性材料, 反射光功率不依赖于速度, \mathbf{v} 。结果再次表明, 洛伦兹不变性材料在移动时具有与静止时相同的特性。

总之, 我们确定了一组材料, 其电磁响应对于所有惯性观察者来说都是相同的, 打破了只有真空才具有这种特性的误解。令人着迷的是, 并且据我们所知, 这是首次在文献中报道了满足 $\epsilon\mu = 1$ 的宏观材料的这一基本特征。此外, 我们分析了各种不同的问题和量度, 证实洛伦兹不变性材料对电磁波传播具有根本性的物理影响。

我们相信, 洛伦兹不变材料的识别为一种新的范式铺平了道路, 在这种范式中, 狭义相对论的对称性将被纳入宏观电磁系统中, 涵盖物理学的基础和应用分支。例如, 我们的结果预示着负折射率超材料的有趣特性应可扩展到移动系统。此外, 我们预见从基于对称性的视角分析电磁现象的新机遇。特别是, 我们的发现开启了设计电磁助推本征模式 [17] 和研究它们与洛伦兹不变介质相互作用的大门, 例如基于对称性破缺原理 [18]。洛伦兹不变超材料也可能影响光子晶体的设计, 扩大可接受的对称性集 [19]。

致谢

J.L.A. 感谢 Diana Castro Sánchez 在构思想法和撰写手稿期间的密切支持。G.M.T. 感谢来自西班牙科学研究委员会量子技术平台 (QTEP) 的资金支持, 来自 IKUR 战略下 Ikerbasque 基金会与 DIPC/MPC 之间合作协定的资金支持, 代表巴斯克政府教育部门, 并且感谢来自项目 PID2022-143268NB-I00 的资金支持, 该项目由科学、创新和大学部提供。

-
- [1] H. Minkowski, “Die grundgleichungen für die elektromagnetischen vorgänge in bewegten körpern,” Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse , 53–111 (1908) .
- [2] A. Einstein and J. Laub, “On the fundamental electromagnetic equations for moving bodies,” Ann. Phys. **26**, 532–540 (1908) .
- [3] M. N. Saha and S. N. Bose, *The principle of relativity: original papers by A. Einstein and H. Minkowski*. (Calcutta University Press, 1920) .
- [4] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media* (Pergamon Press, 1984) .
- [5] A. Sommerfeld, *Electrodynamics. Lectures on theoretical physics vol. III* (Academic Press Inc., 1952) .
- [6] I. Bialynicki-Birula and Z. Bialynicka-Birula, “The role of the Riemann – Silberstein vector in classical and quantum theories of electromagnetism,” Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **46**, 053001 (2013) .
- [7] A. Lakhtakia, *Beltrami fields in chiral media* (World Scientific Co., 1994) .
- [8] W. Pauli, *Theory of relativity* (Pergamon Press, 1958) .
- [9] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ,” Sov. Phys. Usp. **10**, 509–514 (1968) .
- [10] J. B. Pendry, “Negative refraction makes a perfect lens,” Physical Review Letters **85**, 3966–3969 (2000) .
- [11] S. Franke-Arnold, G. Gibson, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, “Rotary photon drag enhanced by a slow-light medium,” Science **333**, 65–67 (2011) .
- [12] H. C. Chen, *Theory of electromagnetic waves: a coordinate-free approach* (McGraw-Hill Book Co., 1983) .
- [13] A. J. Fresnel, Ann. Chim. Phys. **9**, 57 (1818) .
- [14] H. Fizeau, C. R. Acad. Sci (Paris) **33**, 349 (1851) .
- [15] V. P. Pyati, “Reflection and refraction of electromagnetic waves by a moving dielectric medium,” Journal of Applied Physics **38**, 652 (1967) .
- [16] J. Lasa-Alonso, J. Olmos-Trigo, C. Devescovi, P. Hernández, A. García-Etxarri, and G. Molina-Terriza, “Resonant helicity mixing of electromagnetic waves propagating through matter,” Phys. Rev. Res. **5**, 023116 (2023) .
- [17] K. Y. Bliokh, “Lorentz-boost eigenmodes,” Phys. Rev. A **98**, 012143 (2018) .
- [18] J. Lasa-Alonso, C. Devescovi, C. Maciel-Escudero, A. García-Etxarri, and G. Molina-Terriza, “Origin of the Kerker phenomena,” Phys. Rev. Res. **6**, 043311 (2024) .
- [19] J. D. Joannopoulos, S. G Johnson, J. N. Winn, and R. D Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (Princeton University Press, 2007) .