量子加速的无线通信：概念、连接与影响

Naoki Ishikawa, *Senior Member, IEEE*, Giuseppe Thadeu Freitas de Abreu, *Senior Member, IEEE*, Petar Popovski, *Fellow, IEEE*, and Robert W. Heath Jr., *Fellow, IEEE*.

摘要—量子计算正准备重新定义通信系统的算法基础。虽然量子叠加和纠缠能够为特定问题提供二次或指数级加速，但识别出这些优势能在工程上带来好处的应用案例仍然是非平凡的。本文以通信界熟悉的方式介绍了量子计算的基础知识，概述了容错量子计算的当前限制，并揭示了量子系统与无线系统之间的数学和谐性，这使得该主题对无线研究人员更具吸引力。基于对开创性和前沿研究的系统回顾，我们提炼出了用于开发量子加速通信系统的常见设计趋势，并强调了所吸取的经验教训。关键见解在于经典启发式方法可以优化某些量子参数，突显出经典计算和量子计算互补的优势。本文旨在催化在量子信息处理与未来通信系统交叉领域的跨学科研究。

I. 介绍

与当前接近物理极限的计算技术（下文简称为经典计算）不同，量子计算利用了前沿且下一代的技术，为未来几十年乃至更长时间内的进步提供了可能，并为某些计算问题提供了根本性的加速。例如，Shor 算法为质因数分解提供了指数级加速 [1]。Grover 算法实现了对无结构搜索问题的二次加速 [2]，包括 NP 难组合优化问题 [3]。

实现这些优势需要容错量子计算（FTQC），其巨大的资源需求仍然是一个主要障碍。尽管硬件开销仍然巨大，最近的研究，尤其是发现使用不到一百万个嘈杂的量子比特 [4] 可以在大约一周内分解 2048 位 RSA 整数的结果表明，这一障碍正在稳步缩小。这些进展表明，实用的大规模 FTQC 正从长期的愿望转变为中期的工程技术挑战，为通信系统中的新应用奠定了基础。

本文的目的是概述量子计算，特别关注其数学基础及其与通信社会相关的潜在应用。将展示一些数学基础与无线通信理论之间存在有趣的相似之处。然后介绍一种能够实现二次加速的代表性量子算法。通过系统回顾，我们提炼出将量子及相关技术移植到复杂通信问题中的共同趋势，并提供经验教训。最后，我们概述了在量子计算和未来通信系统的交叉领域中等待解决的开放挑战。

N. Ishikawa (corresponding author) is with the Faculty of Engineering, Yokohama National University, Japan. G. T. F. de Abreu is with the School of Computer Science and Engineering, Constructor University, Germany. P. Popovski is with the Department of Electronic Systems, Aalborg University, Denmark. R. Heath is with the Department of Electrical and Computer Engineering, the University of California, San Diego, USA.

II. 量子计算基础

熟悉线性代数的无线研究人员可以通过类比通信理论工具迅速掌握量子计算的基础。

A. 量子比特、量子态和门

量子计算和经典计算在信息的表示和操作方式上根本不同。特别是，在量子计算中，一个量子位，或者更简洁地说一个*量子比特*，作为信息的基本单位，并且作为一个物理量，可以存在于一种状态，这种状态是两种确定状态的组合，或者说更准确地，叠加，可以用 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 来表示。具体来说，一个量子态可以表示为 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的线性组合，使得它可以在同一时刻以某种方式同时存在于这两种状态中：

$$a\,|0\rangle + b\,|1\rangle\,. \tag{1}$$

在这里，我们通常使用狄拉克符号（bra-ket notation），其中 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 是二维空间中的标准基向量，*i.e.* 分别是单位矩阵的第一列和第二列。两个数 a 和 b 是复数值，称为振幅，决定了量子位倾向于每个可能状态的程度。测量量子态类似于投掷一个（有偏的）硬币。当对其进行测量时，它将以概率 $|a|^2$ 崩溃到 0，或以概率 $|b|^2$ 崩溃到 1。自然地，这些概率必须加起来等于 1。一旦测量完成，原始的量子态就会不可逆地丢失。这种崩溃行为在量子算法和量子通信协议中得到了利用，其中通过测量来提取有用的结果。

比特由两个值之一决定，即 0/1，而量子位则是由两个连续复数值 a/b 的函数，这可能会吸引通信工程师将信息调制到 a 和 b 中。在量子计算的*幅度编码*中，经

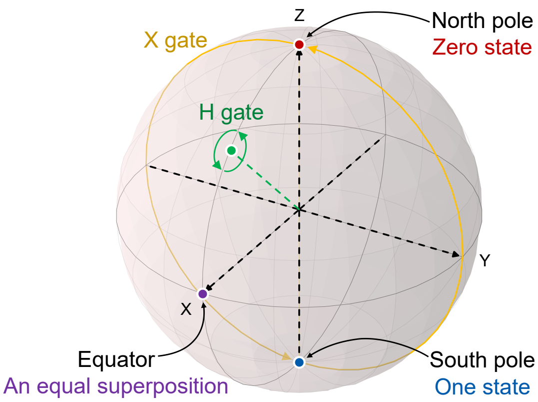

FIGURE 1. 布洛赫球提供了一个量子态的三维可视化，这是通过一个数学约束条件实现的，该条件将量子态限制在球体表面。一个基本的量子门操作可以表示为围绕布洛赫球任意轴旋转的量子态。

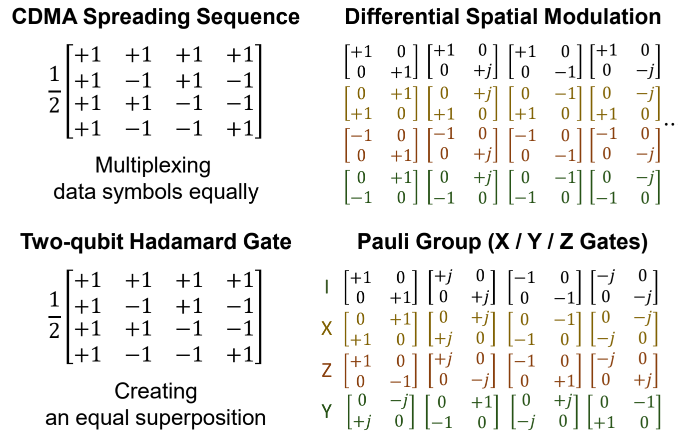

FIGURE 2. 量子系统和无线系统之间的相似性，例如等量叠加和稀疏西矩阵。

典数据被调制成 a（或 b）的振幅，类似于经典通信中的脉冲幅度调制。在相位编码中，数据被调制到 a 和 b 之间的相对相位上，这反映了差分移相键控。当处理许多相同准备的量子比特时，实际优势显现出来。除此之外，还有几种其他操作将经典数据映射到量子态。这类技术通常被称为量子嵌入。

概率之和为一的自然约束条件使得量子态可以表示在一个称为布洛赫球的三维球体表面上，如图 1 所示。如果我们把布洛赫球想象成一个地球仪，那么零态 $|0\rangle$ 位于北极，一态 $|1\rangle$ 位于南极，它们的等概率叠加对应于赤道上的任意一点。

量子计算机应用量子门来操控一个量子比特，每个门操作对应于 Bloch 球上任意轴的量子态旋转。某些量子门操作还可以生成叠加和纠缠。这些现象是量子计算的核心内容，因此将在后续部分进行更详细的探讨。

B. 量子叠加

无线研究人员可能会熟悉以下 Hadamard 矩阵：

$$\mathrm{H} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

这样一个称为 H 门的 Hadamard 矩阵可以生成等概率叠加。当 H 门应用于状态 $|0\rangle$ 时，结果是在 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间的等概率叠加。如图 1 所示，H 门对应于在 X 轴和 Z 轴之间以 45 度角的轴上进行 180 度旋转。当应用于 $|0\rangle$ 时，它将状态移动到 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间的一半位置，在 X 轴的前方。自然地，再次对该状态应用 H 门会将其带回零状态。

布洛赫球上的操作也可以用基本线性代数来表示。由于状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 分别对应于单位矩阵的第一列和第二列，因此 H 门的应用可以通过 $\mathrm{H}|0\rangle$ 和 $\mathrm{HH}|0\rangle$ 来理解。对于一个两量子比特系统，例如初始化为状态 $|00\rangle$ 的系统，两量子比特哈达玛门是通过取两个哈达玛矩阵的张量积来扩展的。有趣的是，如图 2所示，这个四乘四矩阵反映了在具有四个用户终端的 CDMA 中使用的扩频序列，这对无线研究者来说是非常熟悉的。

一般来说，在 CDMA 中，来自 2^n 个用户的符号以等权重叠加，而在量子计算中，一套 n 个量子比特的所有 2^n 种可能状态的等权重叠加由一个 n-量子比特寄存器表示。对于这种等权重叠加，量子算法反复应用量子门操作，通过建设性干涉选择性地增强期望状态的振幅，同时通过破坏性干涉抑制不期望的状态，从而增加观察到期望状态的概率。这一过程类似于一种无线通信技术，该技术使用线性运算来在空间上引导信号功率并抑制不需要方向上的干扰，同时保持总传输功率不变。

C. 量子纠缠

量子纠缠类似于拥有两枚总是匹配的魔法硬币。在东京翻转一个，在加利福尼亚翻转另一个，两者会立刻同时显示正面或反面。对于双量子比特系统，这种纠缠可以通过 H 门和受控非门（CNOT 门）生成，也称为受控-X 门。

为了详细说明，考虑一个 X 门，它作用于单个量子比特时，将 $|0\rangle$ 翻转为 $|1\rangle$，将 $|1\rangle$ 翻转为 $|0\rangle$。尽管 X 门类似于经典的 NOT 操作，但它有独特的量子力学解释，对应于 Bloch 球体 X 轴上的 180 度旋转，如图 1 中的黄色箭头所示。反过来，CNOT 门作用于一对量子比特：一个指定为控制位，另一个为目标位。如果控制量子比特处于零状态，该门将保持目标量子比特不变。相

比之下，如果控制量子比特处于一状态，则对目标量子比特应用 X 门。总而言之，CNOT 门有效地执行了一个条件性的 X 操作，类似于经典的 XOR 门。

这将我们引向了一个自然的问题：如果 CNOT 门的控制量子位处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的等概率叠加态，会发生什么？如果目标量子位处于零状态，则得到的状态被称为贝尔态。测量它会产生结果 00 或 11，每个结果的概率都是 1/2。也就是说，单独测量任何一个量子位都会产生随机的结果（0 或 1），但是在测量一个量子位后，另一个量子位的状态立即变得确定了，这就是所谓的纠缠。这些纠缠的量子位可以通过光学纤维甚至自由空间光链路在长距离上传输。被称为*量子通信*，它甚至在遥远的位置也能够实现类似魔法硬币的行为。不幸的是，基于射频的量子通信被认为在室温下具有挑战性。

操纵量子态的幺正门与在非相干无线通信中的差分编码中使用幺正矩阵有惊人的相似之处。X 门对应于一个简单的二乘二反对角线矩阵。正如这个矩阵表示在布洛赫球上的 X 轴上 180 度旋转一样，Y 轴和 Z 轴的旋转分别由 Y 门和 Z 门实现。如图 2所示，这些矩阵在矩阵乘法下形成一个封闭群，称为泡利群。类似的思想独立地用于通过稀疏幺正差分空间调制 [5] 的无线通信。

III. 量子和无线系统中隐藏的数学和谐性

量子计算和无线通信之间存在有趣的数学相似性，其中之一是格拉斯曼流形在这两个领域中所扮演的角色。在无线系统中，设计最优 MIMO 预编码码本的问题可以在瑞利衰落条件下被表述为一个在格拉斯曼流形 [6] 上的优化问题。例如，在使用多个天线传输单个数据流时，会采用单位范数的预编码向量以保持恒定的平均发射功率。仅相差全局相位的预编码向量可以实现相同的平均互信息，形成一个等价类。

所有这样的等价类的集合可以解释为一个称为复 Grassmann 流形的商空间。对于给定的码本大小，最优码本设计涉及最大化均匀分布在 Grassmann 流形上的码字之间的最小距离。在这种情况下常用的度量是弦长距离，即连接两个码字（或子空间）的弦的长度，特别是在瑞利衰落条件下最大化平均互信息时。

有趣的是，在无线通信中的 Grassmann 流形的几何结构也出现在表示（纯）量子状态中。特别地，对一个量子态向量 *i.e.*，即 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的线性组合进行全局相位旋转，并不会影响量子测量的结果概率。这意味着所有仅相差全局相位的量子态向量代表相同的物理状态。正如无线通信的情况一样，每个量子态都可以表示为一个模除全局相位的单位向量，对应于一个商空间。因此，单个或多个量子比特的纯态自然地在复 Grassmann 流形结构中被表示。

量子计算中的一个重要指标是保真度，它量化了两个量子态之间的相似性，并且可以使用 Grassmann 流形上的弦距离来表征。保真度也被用作量子设备的性能指标，表明实现的状态再现目标状态的准确性。给定两个量子态，每个都被表示为复数 Grassmann 流形上的一个点，保真度 F 计算为它们之间内积的平方模。相比之下，弦距离由

$$d = \sqrt{1 - F}, \tag{3}$$

给出，突显了直接的数学联系。

值得注意的是，格拉斯曼几何与量子编码理论之间的联系自 20 世纪 90 年代末就已经被指出 [7]。这一联系使得能够构建用于非相干通信的新类时空块码 [8]，其中也使用了 X、Y 和 Z 门。

IV. 基于 Grover 的量子优化算法及其相关方法

人们提出了各种方法利用量子力学及其相关技术来解决 NP 难问题。

此类问题的专用物理机器包括 D-Wave 开发的量子退火器（QA）和 NTT 与斯坦福大学开发的相干伊辛机（CIM）。两者都能获得二次无约束二进制优化（QUBO）问题的近似解，而 QA 已经可以在公共云上使用，但 CIM 尚未商业化。尽管它们都不能提供证明过的加速或最优性保证，但能够在足够短的时间内产生高质量的近似解 [9]，这使它们从工程角度来看具有吸引力。

对于在通用门控量子计算机上运行的算法，著名的做法是量子近似优化算法（QAOA）和基于 Grover 的方法。QAOA 方法的设计考虑到了当今嘈杂中尺度量子（NISQ）计算机，因此具有被许多实验演示支持的优势。然而，QAOA 的原则根植于量子绝热定理，这一原理同样支撑着 QA，使得这种方法在缺乏加速保证方面存在同样的局限性，尽管如果其层数足够大，它仍然可以产生高质量的近似解。

Grover 算法可以在当今的小规模 NISQ 设备上运行，而大规模实例最终将需要 FTQC。Grover 算法在无结构搜索的查询复杂度方面提供了可证明的最佳二次加速。通过其广义和扩展算法，它作为一个多功能子程

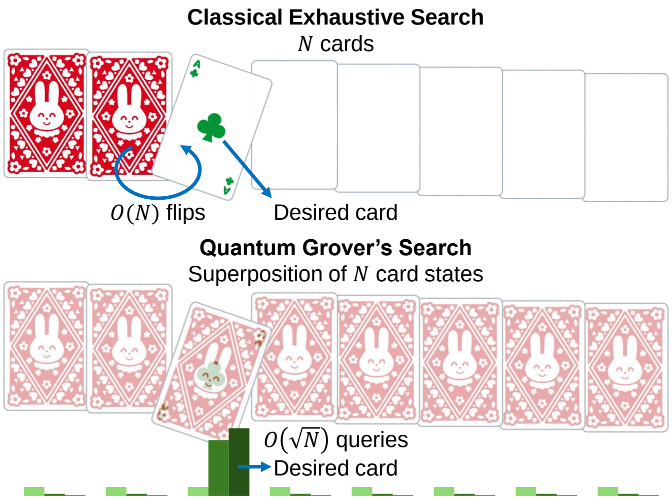

FIGURE 3. 翻牌类比说明 Grover 的二次加速。经典穷举搜索在最坏情况下需要 N 次翻牌来找到所需的卡片，而 Grover 算法仅需大约 $\sqrt{N}$ 次查询即可找到。

序加速了许多搜索类型和组合优化问题。失败概率可以指数级降低，并且有很大概率找到最优解。

Grover 搜索的基本机制可能初看起来抽象甚至难以理解。为了建立一些直觉，让我们通过以下游戏来解释其原理。想象有一副 N 张牌的牌组，其中只有一张是所需的牌，如图 3所示。一个经典玩家的每一步操作包括翻一张牌。因此，通过经典的穷举搜索，该经典玩家预计在平均翻 $N/2$ 张牌后找到所需卡片。最坏的情况下，所有 N 张牌都必须被翻开，导致最坏情况下的时间复杂度为 $O(N)$。

相比之下，每个量子玩家的操作包括同时剥去所有卡片背面的一层，使它们略微透明。经过反复执行这样的操作大约 $\sqrt{N}$ 次后，量子玩家可以确定所需卡片在牌堆中的确切位置。这里所说的“同时剥去所有卡片的背面”对应于对一个预言机进行查询，而总查询次数决定了整个过程的查询复杂度。现在，如果我们假设翻转一张卡片的成本与向预言机进行一次查询的成本相同或在一个常数因子范围内，量子玩家进行了 $O(\sqrt{N})$ 次操作，而经典玩家则需要 $O(N)$ 次操作。这种改进通常被称为二次加速。

Grover 算法及其用于全局最小化的自适应扩展，Grover 自适应搜索（GAS），需要构建一个适当的预言机，这是一个量子电路，能够识别给定的量子态是否满足所需的条件。针对特定问题构造量子电路的有效方法已经被提出。这一领域的突破与二元多项式优化问题 [3] 相关，该问题是寻求最小化 n 个二元变量的成本函数。由于这些问题具有 NP 难的性质，在许多二元优化问题中，需要计算所有的 2^n 个成本值才能获得精确解。

GAS 的量子电路 [3] 如图 4所示。它解决了一个在 $n+m$ 个量子比特上的二进制多项式优化问题：前 n 个量子比特用于存储二进制变量，剩下的 m 个量子比特以补码形式存储成本，符号位存储在最高有效量子比特中。每个成本函数项对应一个特定的门集，并且可以处理 QUBO 和更高阶无约束二进制优化（HUBO）问题。最初的提案假设整数系数，但后来的工作 [10] 扩展了映射以涵盖任意实数值。

GAS 算法从 H 门创建的均匀叠加态开始，并使用 CNOT 门和特定门的条件行为并行计算所有 2^n 成本。这通常被称为量子并行性，且常被误解为仅此就提供了量子优势。事实并非如此，因为测量返回的是一个概率仅为 $1/2^n$ 的结果。算法通过 $O(\sqrt{2^n})$ 次操作放大该概率。GAS 自适应地应用这种增强，调整一个常数项，使得较少的状态变为负值，直到只有全局最小值存活下来。查询复杂度仍然是指数级的，但二次加速有效地将问题规模减半，在大规模实例中这一增益是显著的。

V. 案例研究和经验教训

量子计算在通信问题中的应用可以追溯到 2010 年代初 [11]，由南安普顿大学的一个研究小组率先开展。图 5展示了一个时间线，按 CIM、QA、QAOA 和基于 Grover 的算法（包括 GAS）对这些早期先驱性研究进行了分类。它展示了物理层、数据链路层和网络层中量子相关研究的发展，并鼓励未来通信系统中的经典计算与量子计算协同设计。从这些研究中，可以识别出三种共同的趋势。

首先，大多数研究针对的是 NP 难离散优化问题。但是，即使问题是连续的，诸如 Harrow-Hassidim-Lloyd 算法和量子梯度下降等量子算法在某些假设下仍然可以提供可证明的速度提升。

其次，大多数问题被公式化为 QUBO 或 HUBO 问题。特别是，CIM 和 QA 支持 QUBO 问题，而 QAOA 和 GAS 也可以支持包含高阶项的 HUBO 问题。尽管使用二进制变量和自旋变量的公式在数学上是等价的，但成本函数中的项数可能会有所不同。即使获得的公式看起来与一个众所周知的组合优化问题相同，也会利用诸如信道随机性、干扰和网络动态之类的通信特定结构。

第三，基准测试是精细的。QA、CIM 和 QAOA 可以通过实际运行时间和近似比进行评估。强大的经典基线，如高效的近似算法、半定松弛、元启发式方法和机

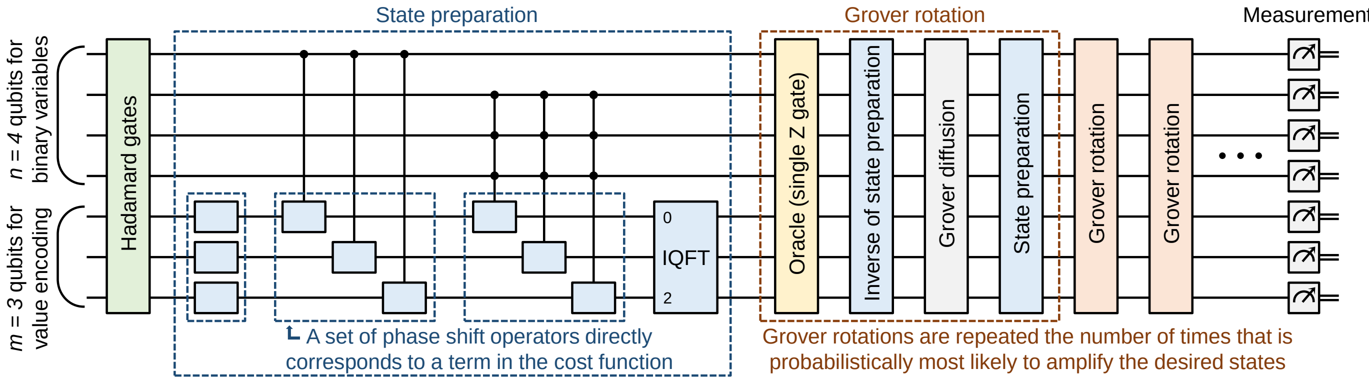

FIGURE 4. Grover 自适应搜索的量子电路概述，其中 $n = 4$ 个量子位存储候选解，$m = 3$ 个量子位以相位形式编码它们的成本。逆量子傅里叶变换（IQFT）将这些相位转换为振幅，然后重复的预言翻转和 Grover 扩散操作放大所需的态，最后通过测量读取该态。

Coherent Ising Machine (CIM)	**Quantum Annealing (QA)**	**Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)**	**Grover-based Algorithms**
2018 CDMA Multiuser Detection 10.1063/1.5041998	2016 Wireless Scheduling 10.1038/srep25797	2019 Channel Decoding 10.1109/ISIT.2019.8849710	2013 Multiuser Detection 10.1109/ACCESS.2013.2259536
2021 Channel Assignment 10.1109/LWC.2021.3077311	2019 MIMO Detection 10.1145/3341302.3342072	2020 Wireless Scheduling 10.3390/app10207116	2015 Differential Detection 10.1109/ACCESS.2015.2432015
2022 MIMO Detection 10.1109/TWC.2022.3189604	2019 TDMA Scheduling 10.1109/ICSPCS47537.2019.9008543	2020 Quasi-ML Detection 10.1364/ofc.2020.t3d.6	2017 NOMA Detection 10.1109/ACCESS.2017.2736978 **Idealized Oracles**
2024 NOMA User Pairing 10.1109/TVT.2023.3300920	2020 LDPC Decoding 10.1145/3372224.3419207	2022 MIMO Detection (BPSK) 10.1109/TCOMM.2022.3185287	2021 Index Selection Problem 10.1109/ACCESS.2021.3103207
2024 32-user 256-QAM Detection 10.1109/TWC.2024.3450190	2021 MIMO Precoding 10.1109/ICC42927.2021.9500557	2023 NOMA User Pairing 10.1109/ICC45041.2023.10279755	2023 MIMO Detection 10.1109/TCOMM.2023.3244924
2024 Reconfigurable Antenna 10.1109/ICCWORKSHOPS59551.2024.10615498	2022 RIS Allocation Scheduling 10.1109/TETC.2021.3115107	2024 MIMO Detection 10.1109/TWC.2024.3383101	2023 Channel Assignment 10.1109/TQE.2023.3293452

FIGURE 5. 早期关于将 CIM、QA、QAOA 以及基于 Grover 的算法应用于通信系统的先驱研究的时间线。

器学习已经为小到中规模的 NP 难问题提供了快速高质量的近似解。由于基于 Grover 的算法可以被视为量子穷举搜索，因此它是少数可以直接与经典穷举搜索进行公平且具有信息量比较的情况之一。

从图 5 中总结的传统开创性研究，我们将其分类为两类，并从每类中呈现几个案例。

A. 案例研究 1：检测/解码

a) 问题与挑战： 最大似然（ML）检测和无线系统中的信道解码都因传输位数的指数级增长而计算复杂度高。实际系统采用线性或低复杂度方法来减少延迟，但这以降低准确性为代价。量子计算提供了潜在的速度提升，但需要谨慎地问题表述以避免搜索空间扩展。

b) 关键贡献： 普林斯顿大学的一项开创性研究 [12] 将 MIMO 检测作为一个二进制优化问题，并使用 QA 解决了这个问题，达到了接近 ML 的性能，超过了传统的线性检测器。在基于 Grover 的方法中，[10] 首先构建了一个用于 MIMO 检测的显式预言机。GAS 的内部参数是根据成本函数分布分析和一个经典的近似解来确定的。对于极化码解码 [13]，初始量子态被制备为仅有效码字的均匀叠加，避免了搜索空间不必要的扩展，并实现了纯二次加速。

c) 仿真结果： 对于 MIMO 检测，图 6显示了使用 GAS 中不同初始化阈值达到 ML 解所需查询次数的累积分布函数。与经典穷举搜索（对应于 ML 检测）相比，原始带有随机初始阈值的 GAS 以显著较少的查询达到了最优结果，实现了二次加速。相反，选择通过分布分析或半定松弛获得的良好初始阈值导致了查询复杂度的实际常数因子减少，并且两者的结合提供了最佳性能。

d) 经验教训： 经典和量子计算可以有效结合以提高收敛速度。将搜索空间限制为有效解的量子状态准备对于实现纯粹的量子加速至关重要。

B. 案例研究 2：通信系统中的组合优化

a) 问题与挑战： 许多通信系统中的离散优化问题可以映射到诸如图着色、二次分配和旅行商等著名

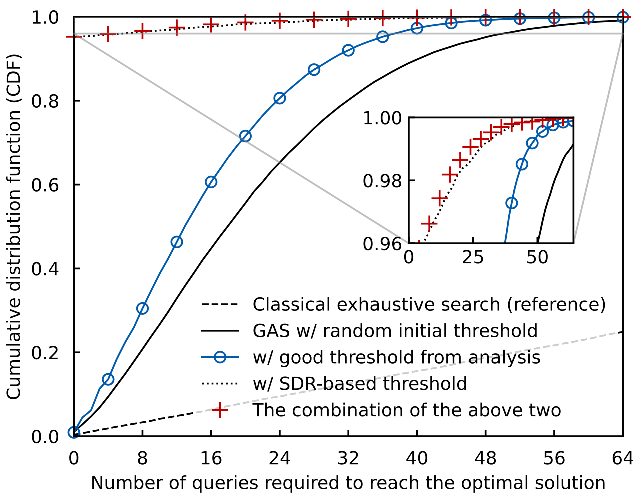

FIGURE 6. GAS 在 MIMO ML 检测中实现的二次加速。仅更改 GAS 内部的初始阈值就会极大地改变达到最优解所需的问题复杂度。

的组合优化问题上。然而，通信系统中特有的某些约束条件使这些问题更加复杂。特别是，广泛使用的成本函数公式有时是次优的，并且可能会不必要地扩大搜索空间。此外，涉及最大-最小（或最小-最大）目标的问题不能直接表示为 QUBO 或 HUBO，因为将它们转化为二进制多项式尤其困难，尽管这类公式在通信系统中经常出现。

b) 关键贡献: 在 [14] 中，通过引入格雷码二进制编码解决了图着色和旅行商问题，这减少了电路深度，从而最小化了汉明距离转换并消除了冗余量子门。对于最大-最小问题，专门为最大-最小分散和代码簿设计问题 [15] 开发了一种 QUBO 形式化技术。具体来说，幂平均近似替代了最大-最小表达式，使得能够进行兼容量子计算的二进制形式化。此外，Dicke 状态初始化确保了在可行解上的均匀叠加，而无需罚项，显著简化了量子电路。

c) 经验教训: 特殊的编码受经典通信启发，可以显著简化量子电路。即使是众所周知的组合优化问题也可以重新表述为适合高效量子优化的形式。

VI. 结论与讨论

在这篇文章中，我们介绍了与无线研究相关的量子计算基础知识，强调了叠加态、纠缠以及状态向量形式主义，并且阐述了它们与无线通信理论的协同作用。然后我们提出了 GAS 作为一种提供二次加速的二元多项式优化算法。我们的调查提炼出了常见趋势，并通过两个案例研究展示了量子加速通信系统的机会，包括与经典计算的协同作用、通过适当的均匀叠加实现纯粹的速度提升以及电路简化。

我们希望本文能够激发对通信领域量子加速进一步探索的兴趣。在量子计算与无线通信交叉领域的未来研究中，仍存在若干开放性的挑战。

A. 利用相似性

一个有希望的例子在于格拉斯曼填充问题。在无线通信中，对于特定参数的解决方案被称为格拉斯曼星座，这些主要是在非相干通信背景下研究的。这些技术也可以应用于量子态层析成像，其目标是使用尽可能少的测量来重建未知的量子态。选择均匀分布的最佳测量方向本质上就是格拉斯曼线填充问题。然而，尽管已知有几个非常对称的测量方向，但显式公式仅存在于有限的系统大小中。对于更大的系统，尚未给出一般的证明，并且完美星座是否存在仍然是量子信息、离散几何和无线通信中的一个开放问题。

B. 量子纠错

基于 Grover 的方法的基本限制在于，对于大规模实例需要量子容错计算（FTQC），其中理想化的、完全纠错的逻辑量子位可以执行深度电路并具有可忽略的退相干和门保真度损失。实现 FTQC 的关键要求是开发高效的量子纠错码，这激发了对经典和量子纠错之间结构联系的兴趣。特别是，经典 LDPC 码与其量子对应物之间的关系是一个活跃的研究领域。经典 LDPC 码因其接近容量的性能和低解码复杂性而在无线系统中得到广泛应用。相比之下，量子 LDPC 码有望实现可扩展的错误校正。基本差异，如量子特有的错误、不可克隆定理以及量子位之间有限的连接性，使得量子纠错远为更具挑战性。

C. 成本效益分析

量子技术在现实世界中推广的一个决定性障碍是成本效益。对操作者而言，最终重要的是一单位时间或解决一个实例的成本，而这又受到能源消耗、制造成本和长期维护开支的影响。理想情况下，性能的评判不应仅仅基于查询复杂度，还应考虑整个系统开销下的实际运行时间。这些开销包括数据传输延迟、量子嵌入以及读出延迟，还有由量子错误校正本身带来的大量量子比特开销。只有在全面计算了这一系列成本后，我们才能决定何时全容错量子计算将在金钱和能量上超越最好的经典替代方案。

参考文献

[1] P. Shor, “Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring,” in *Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, Santa Fe, NM, USA, Nov. 20-22, 1994.

[2] L. K. Grover, “A fast quantum mechanical algorithm for database search,” in *ACM Symposium on Theory of Computing*, Philadelphia, Pennsylvania, USA, May 22-24, 1996.

[3] A. Gilliam, S. Woerner, and C. Gonciulea, “Grover adaptive search for constrained polynomial binary optimization,” *Quantum*, vol. 5, 2021.

[4] C. Gidney, “How to factor 2048 bit RSA integers with less than a million noisy qubits,” *arXiv:2505.15917*, 2025.

[5] Y. Bian, X. Cheng, M. Wen, L. Yang, H. V. Poor, and B. Jiao, “Differential spatial modulation,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 64, no. 7, pp. 3262–3268, 2015.

[6] D. Love, R. Heath, and T. Strohmer, “Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2735–2747, 2003.

[7] P. W. Shor and N. J. A. Sloane, “A family of optimal packings in Grassmannian manifolds,” *Journal of Algebraic Combinatorics*, vol. 7, pp. 157– – 163, 1998.

[8] T. C. Cuvelier, S. A. Lanham, B. R. L. Cour *et al.*, “Quantum codes in classical communication: A space-time block code from quantum error correction,” *IEEE Open Journal of the Communications Society*, vol. 2, pp. 2383–2412, 2021.

[9] R. Hamerly, T. Inagaki, P. L. McMahon *et al.*, “Experimental investigation of performance differences between coherent Ising machines and a quantum annealer,” *Science Advances*, vol. 5, no. 5, 2019.

[10] M. Norimoto, R. Mori, and N. Ishikawa, “Quantum algorithm for higher-order unconstrained binary optimization and MIMO maximum likelihood detection,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 71, no. 4, pp. 1926–1939, 2023.

[11] P. Botsinis, D. Alanis, Z. Babar *et al.*, “Quantum search algorithms for wireless communications,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, no. 2, pp. 1209–1242, Secondquarter 2019.

[12] M. Kim, D. Venturelli, and K. Jamieson, “Leveraging quantum annealing for large MIMO processing in centralized radio access networks,” in *Proceedings of the ACM Special Interest Group on Data Communication, NY, USA*, Aug. 2019, pp. 241–255.

[13] S. Fujiwara and N. Ishikawa, “Quantum speedup for polar maximum likelihood decoding,” *arXiv:2411.04727 [quant-ph]*, 2024.

[14] Y. Sano, K. Mitarai, N. Yamamoto *et al.*, “Accelerating Grover adaptive search: Qubit and gate count reduction strategies with higher-order formulations,” *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, vol. 5, p. 3101712, 2024.

[15] K. Yukiyoshi, T. Mikuriya, H. S. Rou *et al.*, “Quantum speedup of the dispersion and codebook design problems,” *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, vol. 5, p. 3103216, 2024.

Naoki Ishikawa [SM’22] is an Associate Professor in the Faculty of Engineering at Yokohama National University, Japan. He was certified as an Exemplary Reviewer of IEEE Transactions on Communications in 2017 and 2021.

Giuseppe T. F. de Abreu [SM’09] is a Professor of Electrical Engineering in the School of Computer Science and Engineering at Constructor University Bremen, Germany. He is serving as an editor to the IEEE Signal Processing Letters and to the IEEE Online Journal of the Communications Society.

Petar Popovski [F’16] is a Professor at Aalborg University, Denmark, where he heads the section on Connectivity and a Visiting Excellence Chair at the University of Bremen. He is the Editor-in-Chief of IEEE JSAC. His research interests are in communication theory and wireless connectivity.

Robert W. Heath, Jr. [F’11] is the Charles Lee Powell Chair of Wireless Communications with the Department of Electrical and Computer Engineering, University of California, San Diego, CA, USA. He is also the President and the CEO of MIMO Wireless Inc. He received the 2025 IEEE/RSE James Clerk Maxwell Medal.