Draft version 2025 年 6 月 28 日
Typeset using LaTeX default style in AASTeX631

食双星的物理学。第七部分。干涉测量模块

Miroslav Brož,[1] Andrej Prša,[2] Kyle E. Conroy,[2] Alžběta Oplištilová,[1] and Martin Horvat[3]

[1] Charles University, Faculty of Mathematics and Physics, Institute of Astronomy, V Holešovičkách 2, CZ-18200 Praha 8
[2] Villanova University, Dept. of Astrophysics and Planetary Sciences, 800 E. Lancaster Ave, Villanova, PA 19085, USA
[3] University of Ljubljana, Dept. of Physics, Jadranska 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

(10Received; Revised; Accepted)

Submitted to ApJS

摘要

干涉测量对于约束恒星系统的模型至关重要，通过解析空间上的角距离和直径远低于经典衍射极限。在这项工作中，我们描述了 Phoebe 的干涉模块，它可以用于此目的。由于 Phoebe 中的双星由三角网格表示，我们的复杂模型基于对三角形的积分。因此，罗氏畸变、旋转、非同步性、不对齐、组件日食、暗化、反射或辐射都被准确地考虑在内。为了比较的目的，我们提供了一个简化的模型，其中组件由圆形盘表示。我们方法的关键点是可以与其他数据集（光曲线、径向速度）结合使用，这使得构建稳健的恒星系统模型成为可能。此草稿指的是 Phoebe 的一个开发版本，可在 https://github.com/miroslavbroz/phoebe2/tree/interferometry 获取。它尚未被纳入官方的 Phoebe 仓库！

Keywords: 恒星：双星：食变 – 干涉测量法

1. 介绍

干涉观测已由光学、红外、亚毫米或射电仪器获得，包括 CHARA(ten Brummelaar et al. 2005)，VLTI(GRAVITY Collaboration et al. 2017)，ALMA(ALMA Partnership et al. 2015)，EHT(Event Horizon Telescope Collaboration et al. 2019) 或 VLBI(Ma et al. 1998)。它们允许检测尺度为 λ/B 的细节，其中 λ 是波长，B 是投影基线，而不是 $1.22\,\lambda/D$，其中 D 是口径直径（即衍射极限）。

它们都在焦平面上观察到条纹（或者等效地，相关器中的相关性）

$$I(x', y') = I_0\{1 + \mu \exp[2\pi \mathrm{i}(ux' + vy')]\}\,, \tag{1}$$

其中，I 是测量的强度，I_0 是平均强度，x',y' 是角焦平面坐标（以弧度为单位），$(u, v) = \vec{B}/\lambda$ 是投影基线（每条基线的周期数），或者等效地，‘空间频率’。

条纹的出现由天空平面中源强度的傅里叶变换 (van Cittert 1934; Zernike 1938)

$$\mu(u, v) = \frac{1}{I_0}\int I(x, y)\exp[2\pi \mathrm{i}(ux + vy)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,, \tag{2}$$

Corresponding author: Miroslav Brož
mira@sirrah.troja.mff.cuni.cz

决定。其实部 $\Re\mu$ 是条纹的对比度，而其虚部 $\Im\mu$ 是条纹的位移，对应于方程 (1) 中的相位偏移。

为了获得 $I(x,y)$，应使用逆傅里叶变换作为

$$I(x,y) = I_0 \int \mu(u,v) \exp[-2\pi \mathrm{i}(ux+vy)] \mathrm{d}u\mathrm{d}v\,, \tag{3}$$

前提是拥有完整信息（复可见度，全覆盖）。然而，这种情况很少出现；要么需要插值和外推 $\mu(u,v)$，或者使用源模型，拟合不完整的信息（实部可见度，有限覆盖）。

一般来说，精密仪器需要精确的模型。菲比 (Prša et al. 2016; Horvat et al. 2018; Jones et al. 2020; Conroy et al. 2020) 被公认为非常适用于恒星系统，因为它考虑了多种效应，洛希变形，旋转，非同步性，偏轴，组件的日食，包括三角形的部分日食，边缘变暗，引力变暗，反射或辐射。因此，它在天体物理学中有广泛的应用，从大质量双星，近距双星，接触系统，矮新星到系外行星。最后但同样重要的是，它提供了数值方法来估算，优化和参数采样，以进行其全面的统计分析。

此后，我们将描述如何将干涉测量法纳入 Phoebe 中，即，2 节中的方法和 3 节中的示例。事实上，我们提供了两种模型，复杂模型和简化模型，这使得我们可以进行比较、验证，最重要的是，评估简化模型是否适用。

2. 方法

2.1. 复杂模型

形式上，复杂模型是方程 (2) 的离散替代方案

$$\mu = \frac{1}{L_{\rm tot}} \sum_i I_{\mathrm{pass},i} S_i \cos\theta_i f_i \exp\left[-2\pi \mathrm{i}(ux_i+vy_i)\right]\,, \tag{4}$$

其中求和是在三角形上进行的，x,y 是角天球位置（以弧度为单位），u,v 为投影基线（每基线周期数），$I_{\rm pass}$ 为相关的通带强度，这些强度经过了边沿变暗和重力变暗处理，即与光曲线计算相同，S_i 为表面面积，θ_i 为出射角，f_i 为可见三角形的比例。对于将 μ 归一化为 1，总和除以总的通带通量，$L_{\rm tot}$。

作为一种近似，我们使用了通带（V，R，I，J，H，K，…）的强度，而不是单色光或窄带，对应于高光谱分辨率。尽管如此，确切的 λ 值用于 $(u,v) = \vec{B}/\lambda$。换句话说，假设在相应的通带内对象变化不大。如果需要，数据集可以被分割（例如，H 用于 PIONIER，K 用于 GRAVITY），或者用户可以定义更窄的通带。

在未来，通过干涉仪和光谱模块的结合，将能够根据各自的光谱-能量分布应用更精确的权重。

2.2. 简化模型

对于圆形盘面，无论是均匀的还是边缘变暗的，都存在解析解 (Hanbury Brown et al. 1974)。由于傅里叶变换是线性的，而相移只是乘以一个复指数，这使我们能够构建一个简化的模型，适用于分离、非接触且不发生日食的双星系统。它较差，但仍然可用于快速计算。

我们从定义开始，贝塞尔函数

$$J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x\right)\,, \tag{5}$$

普朗克函数

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}\,, \tag{6}$$

单色光度

$$L_\lambda = \pi R^2 B_\lambda\,, \tag{7}$$

参数

$$\arg = \frac{\pi\phi B}{\lambda}\,, \tag{8}$$

其中 $\phi = 2R/d$ 是角直径，而 d 是系统距离。然后，复可见性

$$\mu = \frac{1}{L_{\rm tot}}\sum_i L_{\lambda,i}\left(\frac{\alpha_i}{2}+\frac{\beta_i}{3}\right)^{-1}\left[\alpha_i\frac{J_1(\arg_i)}{\arg_i}+\beta_i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{J_{3/2}(\arg_i)}{\arg_i^{3/2}}\right]\exp\left[-2\pi{\rm i}(ux_i+vy_i)\right]\,, \tag{9}$$

其中求和是对分量（而不是三角形）进行的，$\alpha = 1 - u_{\rm limb}$ $\beta = u_{\rm limb}$ 是与线性边暗化定律相关的系数 (Hanbury Brown et al. 1974)。

2.3. 其他干涉测量可观测值

在可观察量中，通常可以从条纹恢复的是可见度的绝对值

$$V = |\mu|\,, \tag{10}$$

或可见度的平方

$$V^2 = \mu\mu^*\,. \tag{11}$$

它们都与条纹的对比度有关。

对于三个基线的组合，定义三重积为

$$T_3 = \mu(u_1,v_1)\mu(u_2,v_2)\mu(-(u_1+u_2),-(v_1+v_2))\,. \tag{12}$$

其参数 $\arg T_3$ 称为闭合相位。由于上述基线形成了一个封闭三角形，它是一个自校准量，不受视宁度的影响。另一方面，三重积振幅 $|T_3|$ 类似于可见度，需要适当的校准。

事实上，干涉测量中使用了其他一些可观测量，例如，估计量 C_1,C_2 (Roddier & Lena 1984; Mourard et al. 1994), 互谱 W_{12} (Berio et al. 1999, 2001), 或差分可见度 ΔV (Mourard et al. 2009)。Phoebe 目前不支持这些中的任何一种。

2.4. 实现说明

我们在 Phoebe 中引入了三个新的数据集，VIS、CLO、T3。相应的数量`vises`,`clos`,`t3s` 被暴露给用户（作为“枝条”)。例如，`vises = b.get_value('vises', dataset='vis01', context='model')`，或者可选地，`vises = b['vises@vis01@phoebe01@latest@vis@model'].value`。更多的示例可以作为 Jupyter 笔记本获得。标准的 OIFITS 文件 (Pauls et al. 2005; Duvert et al. 2017) 可以通过 oifits 模块以标准方式输入。

Phoebe 的其他所有功能都对这些新数据集开箱即用，包括计算畸变、日食、残差、χ^2、估计、优化、采样、绘图等。

内部，我们引入了`original_index`，用于传递 u，v，λ（以米为单位）作为输入，并传递 V^2，$\arg T_3$，$|T_3|$ 作为输出，这比之前的方案快三倍。

3. 示例

以下，我们提供一些费比干涉仪模块计算的示例。与其他软件包进行比较，例如，LITPRO(Tallon-Bosc et al. 2008)，PMOIRED(Mérand 2022) 或 Xitau(Brož 2017; Brož et al. 2021, 2022a,b, 2023) 表明我们的结果是一致的，前提是相应的近似条件得到满足，（均匀圆盘、球形成分，...)。

3.1. 简化模型与复杂模型的比较

第一个示例是计算 Phoebe 中默认二元系统 $|V|^2$ 的平方可见度。它是分离的，由球形成分组成，因此简化的模型近似是可以接受的，这已经通过复杂模型得到了验证（见图 1）。当然，这只是在非食期间成立。

3.2. 闭合相位

第二个示例，是计算闭合相位 $\arg T_3$ 的过程，我们假设了不同的倾角 ($i = 80°$) 和不同的次级温度 ($T_2 = 5000\,\mathrm{K}$)，以诱导光中心运动，这直接与闭合相位相关（图 2）。在这里，我们更倾向于绘制固定基线上的时间依赖性 (u_1, v_1, u_2, v_2)，而不是不同的基线。尽管如此，简单的模型仍然与复杂模型一致。

3.3. *limb darkening*

第三个示例是不同边缘变暗系数的计算。我们假设了一个线性定律，由单一数字参数化（图 3）。可见度的变化如预期那样；如果边缘较暗，则视半径较小，需要较长基线来测量它。此外，$|V|^2(B)$ 的第二个极大值是边缘变暗的一个已知约束条件。在 Phoebe 中，边缘变暗系数与大气相关联；它们不再被视为自由参数。相反，必须调整有效温度、重力（$g = Gm/R^2$）或金属丰度以适应这样的干涉观测数据。

3.4. 旋转

如果恒星表面的几何形状或畸变更为复杂，简化模型将不再适用。这尤其适用于快速旋转的恒星，这些恒星首先变成椭球形然后逐渐接近临界表面具有 3:2 的比例。此外，这些恒星表现出不均匀的温度分布 (von Zeipel 1924; Aufdenberg et al. 2006)，并且——如果倾斜——呈现出不对称的强度分布。

我们计算了多个模型，从临界旋转速率到慢速旋转恒星（图 4）。在两个垂直方向上的 3:2 比例可能是测量旋转最简单的方法，然而，这些模型在 $|V|^2(B)$ 的第二个极大值处存在显著差异，可以以百分比水平进行测量。

3.5. 日食

如果日食发生在干涉测量观测过程中，简化模型再次不再适用。在 Phoebe 中，日食被精确计算 (Prša et al. 2016)，干涉测量可观测值也是如此。因此我们计算了一系列默认双星的模型以展示这一能力（图 5）。在日食过程中，一种典型的双星模式会平滑地转变为单一恒星，以及相反。然而，确实干涉测量观测 – 如果计划进行的话 – 会被安排在非日食期间进行，以达到最大的空间分辨率。

3.6. 多个系统

最后，多个系统也可以通过 Phoebe 的开发版本进行计算。[1] 这对于 O 型星和 B 型星非常有用，因为它们几乎从不是单星系统，通常都是由两个以上的恒星组成 (Duchêne & Kraus 2013)。我们为默认的三重星系统计算了一个模型以展示这一功能（图 6）。如预期的那样，平方可见度 $|V|^2(u, v)$ 展现出了两个不同距离和方向上的双星系统的特征模式。

请注意这个特定的三重系统过于紧凑，开普勒动力学已不再足以描述其运动。为了避免相应的系统误差，应选择 N 体动力学来考虑摄动、扁率和相对论效应（使用 Phoebe 的开发版本）。

4. 结论

我们已经描述了 Phoebe 的干涉测量模块，并通过一些示例说明了其使用方法。然而，关键点在于将干涉测量观测与其他“正交”观测（光曲线、视向速度）相结合。这应该能够构建出具有百分之一精度的恒星系统模型 (Pietrzyński et al. 2013)。

[1] https://github.com/miroslavbroz/phoebe2/tree/interferometry

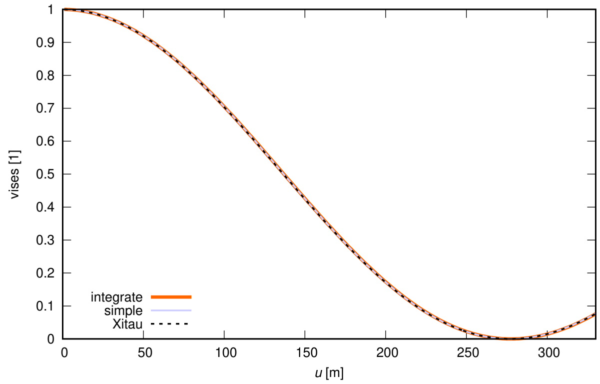

图 1. 基本示例平方可见性 $|V|^2$ 在基线 u（以米为单位）的计算结果默认双星系统在 Phoebe 中（即，$P = 1\,\mathrm{d}$，$a = 5.3\,R_\odot$，$m_1 = m_2 \doteq 0.998813\,M_\odot$，$R_1 = R_2 = 1\,R_\odot$）。假定该系统的距离为 100 pc。波长 $\lambda = 662.5\,\mathrm{nm}$，对应的通带是 Johnson R。由于这些组件近似为球形，复杂的模型通过三角形积分（橙色）、简单的模型使用边缘昏暗的圆盘（灰色），以及与 Xitau（黑色点线）的比较都非常吻合。

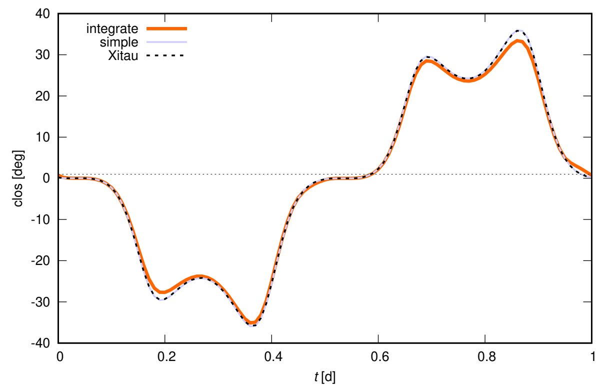

图 2. 闭合相位示例针对默认双星计算，具有不同的倾角 ($i = 80^\circ$) 和不同的次星温度 ($T_2 = 5000\,\mathrm{K}$)。在这种情况下，光中心在移动，闭合相位也在变化 ($\arg T_3$)。

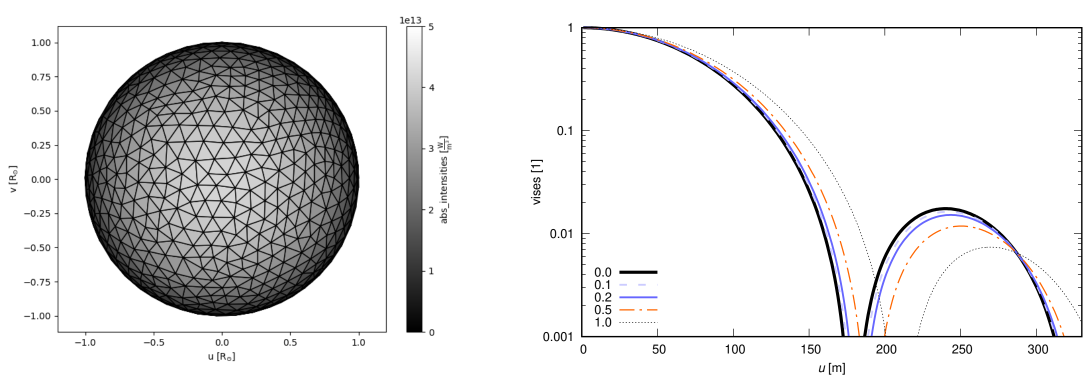

图 3. 边缘变暗示例计算了 Phoebe 中默认恒星的值（即，$m = 1\,M_\odot$，$R = 1\,R_\odot$）；在距离为 10 pc 处观测。边缘变暗系数设置为手动线性；测试了以下值：0.0, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0。可见度如预期变化。

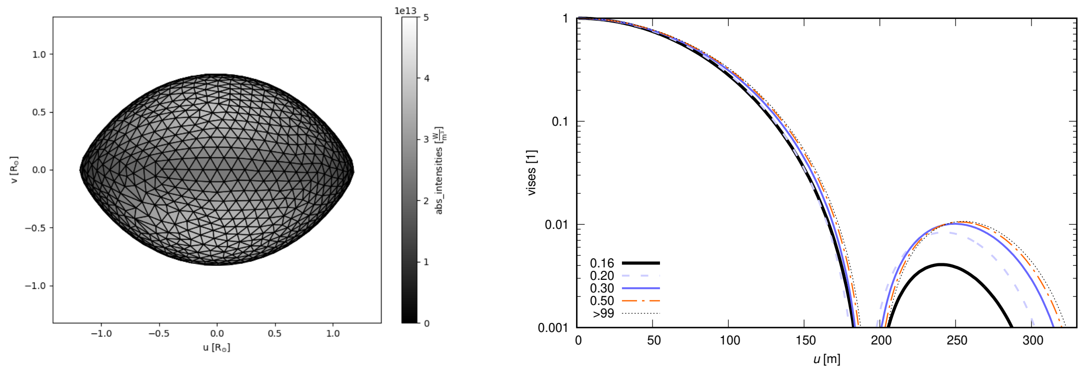

图 4. 旋转示例计算用于 Phoebe 中默认的恒星。测试了以下自转周期值：0.16（接近临界值）、0.20、0.30、0.50 以及 >99 天。可见性变化如预期。

第一个应用将是用于 ε 奥里和其它猎户腰带星，我们已经成功地通过 VLTI/GRAVITY 和 PIONIER 仪器获得了这些恒星的干涉测量数据 (Oplištilová et al. 2025)。

1 本工作得到了捷克科学基金会通过资助 25-16507S（M. Brož）的支持。

REFERENCES

ALMA Partnership et al. 2015, ApJL, 808, L3

Aufdenberg, J. P., et al. 2006, ApJ, 645, 664

Berio, P., Mourard, D., Bonneau, D., Chesneau, O., Stee, P., Thureau, N., Vakili, F., & Borgnino, J. 1999, Journal of the Optical Society of America A, 16, 872

Berio, P., Mourard, D., Pierron, M., & Chelli, A. 2001, Journal of the Optical Society of America A, 18, 614

Brož, M. 2017, ApJS, 230, 19

Brož, M., et al. 2021, A&A, 653, A56

—. 2022a, A&A, 657, A76

—. 2022b, A&A, 666, A24

—. 2023, A&A, 676, A60

Conroy, K. E., et al. 2020, ApJS, 250, 34

Duchêne, G., & Kraus, A. 2013, ARA&A, 51, 269

Duvert, G., Young, J., & Hummel, C. A. 2017, A&A, 597, A8

Event Horizon Telescope Collaboration et al. 2019, ApJL, 875, L2

GRAVITY Collaboration et al. 2017, A&A, 602, A94

Hanbury Brown, R., Davis, J., Lake, R. J. W., & Thompson, R. J. 1974, MNRAS, 167, 475

Horvat, M., Conroy, K. E., Pablo, H., Hambleton, K. M., Kochoska, A., Giammarco, J., & Prša, A. 2018, ApJS, 237, 26

Jones, D., et al. 2020, ApJS, 247, 63

Ma, C., et al. 1998, AJ, 116, 516

Mérand, A. 2022, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 12183, Optical and Infrared Interferometry and Imaging VIII, ed. A. Mérand, S. Sallum, & J. Sanchez-Bermudez, 121831N

Mourard, D., Tallon-Bosc, I., Rigal, F., Vakili, F., Bonneau, D., Morand, F., & Stee, P. 1994, A&A, 288, 675

Mourard, D., et al. 2009, A&A, 508, 1073

Oplištilová, A., Brož, M., Hummel, C., Harmanec, P., & Barlow, B. 2025, A&A, submit.

Pauls, T. A., Young, J. S., Cotton, W. D., & Monnier, J. D. 2005, PASP, 117, 1255

Pietrzyński, G., et al. 2013, Nature, 495, 76

Prša, A., et al. 2016, ApJS, 227, 29

Roddier, F., & Lena, P. 1984, Journal of Optics, 15, 171

Tallon-Bosc, I., et al. 2008, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 7013, Optical and Infrared Interferometry, ed. M. Schöller, W. C. Danchi, & F. Delplancke, 70131J

ten Brummelaar, T. A., et al. 2005, ApJ, 628, 453

van Cittert, P. H. 1934, Physica, 1, 201

von Zeipel, H. 1924, MNRAS, 84, 665

Zernike, F. 1938, Physica, 5, 785

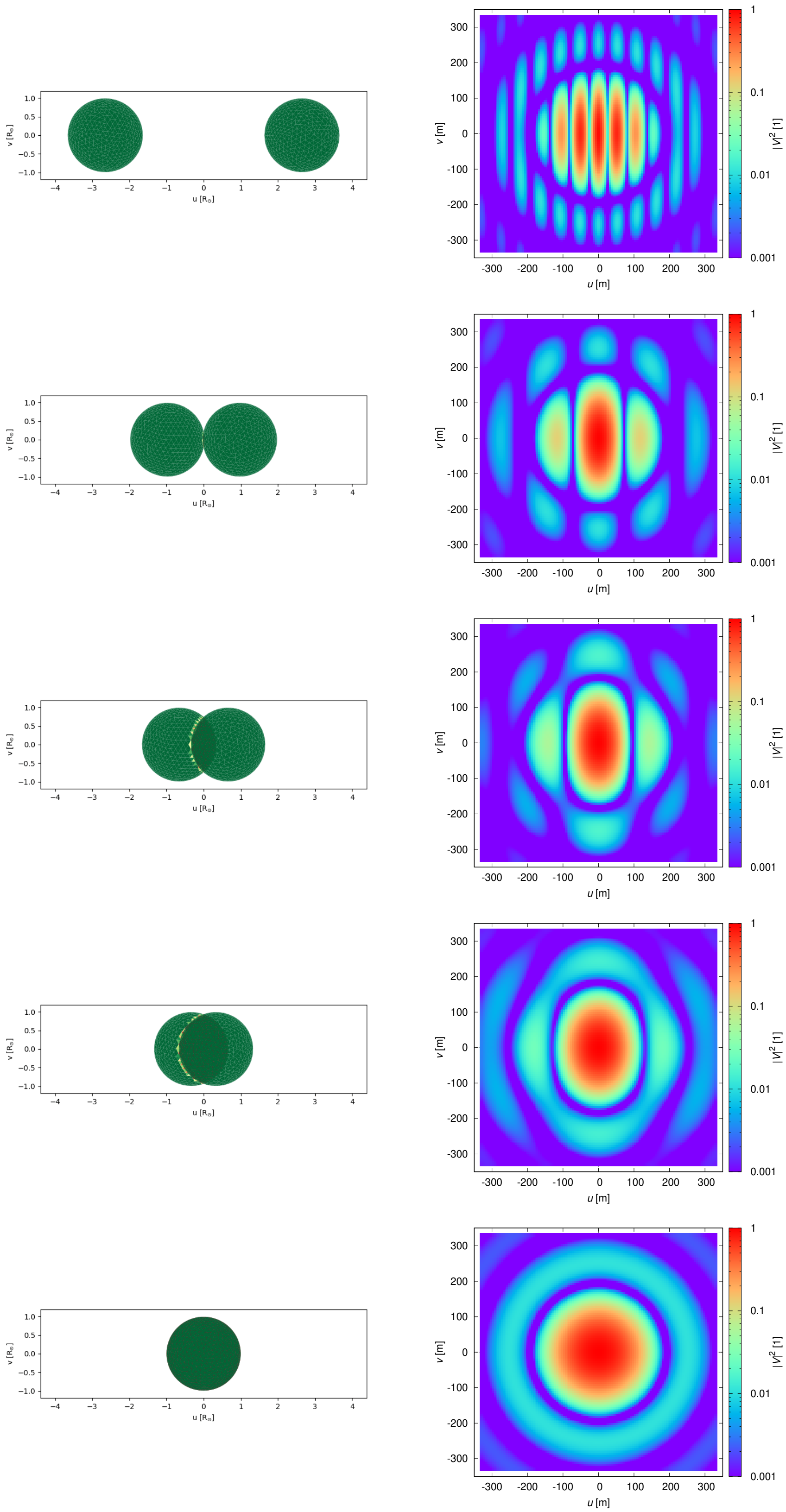

图 5. 日食示例计算了 Phoebe 中的默认双星。左：带有可见三角形分数的网格。右：平方可见性 $|V|^2$（颜色），作为基线 u,v（以米为单位）的函数。在日食过程中，双星特有的模式逐渐变为单星。

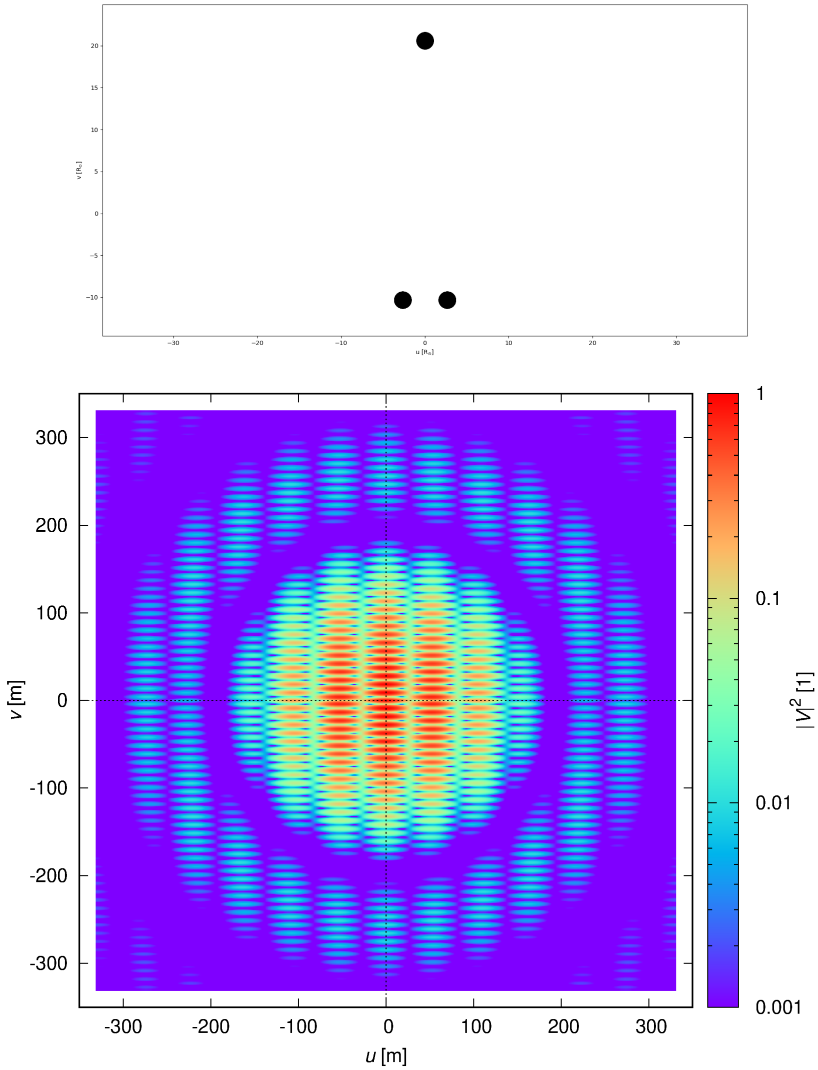

图 6. 三重系统示例为 Phoebe 中的默认三重系统计算所得（即，$P_1 = 1\,\mathrm{d}$，$P_2 = 10\,\mathrm{d}$，$a_1 = 5.3\,R_\odot$，$a_2 \doteq 30.994588\,R_\odot$，$m_1 = m_2 \doteq 0.998813\,M_\odot$，$m_3 = 1\,M_\odot$，$R_1 = R_2 = 1\,R_\odot$）。一个模式具有两个处于不同距离和不同方位的双星系统的特征。