非均匀来流中圆柱的涡致阻力预测

Jiashun Guan (关家顺),¹ Haoyang Hu (胡皓阳),¹ Tianfang Hao (郝天放),² Huimin Wang (王慧敏),¹

Yunxiao Ren (任耘霄)*,1 and Dixia Fan (范迪夏)3

¹⁾Department of Mechanics and Engineering Science, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China

²⁾School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871,

China

³⁾School of Engineering, Westlake University, Hangzhou 310024, China

(10*Electronic mail: renyx@pku.edu.cn)

(10Dated: 2025年6月28日 被流体力学物理接受(2025年6月8日))

在这封信中,开发了一种基于物理的数据驱动策略来预测非均匀流条件下圆柱体上的涡激阻力——这 是在中等雷诺数下工程应用中的一个常见问题。传统的基于压力信号的模型由于复杂的涡动力学与非 均匀流动耦合而表现出局限性。为了解决这个问题,建立了将上游速度测量值(作为流入校准)与基于 压力信号的输入相结合以增强预测能力的改进全连接神经网络(FCNN)架构(*R²* ~ 0 → 0.75)。在雷诺数 *Re* = 4000 下实施直接数值模拟(DNS)用于模型训练和验证。进行迭代优化以推导出最优的压力传感器 布置和上游位置速度分量的输入配置。优化后的模型在未来时间窗口为一个时间单位内预测高振幅阻力 系数波动(*C_d* = 0.2–1.2)得分达到 0.75(*R²*)。观察到模型性能与优化后压力信号输入之间的指数关系,并 通过该比例解释了稀疏但优化后的传感器的预测能力。最优的传感器布置对应于流动分离动力学在涡激 阻力生成中起主导作用的物理机制。这项工作推进了机器学习在流体结构相互作用系统中的应用,为现 实世界工程条件下湍流中的统计预报提供了一种可扩展策略。

圆柱结构周围的流场吸引了超过一百年的持续研 究关注¹⁻⁷,这源于其基本的流动配置和涉及海洋工程 系统、风力工程应用、建筑空气动力学等实际应用。在 真实世界的工程应用中,非均匀进流条件总是引入湍 流效应⁸,表现出比圆柱流尾迹动力学更为复杂的特性 ^{5,9},例如:平均流动中的缩减排泡和阻力(升力)系数 的高幅度波动 *C*_d (*C*_l)¹⁰。

至今,测量流体结构相互作用系统中的¹¹⁻¹³和预测^{14,15}动态演化过程仍然存在技术挑战,而这对防止极端事件¹⁶引起的结构损坏和频率锁定^{6,8}至关重要。通过利用机器学习和数据驱动方法¹⁷⁻¹⁹,在统计预测、流场重建、流动控制及逆问题求解等领域取得了进展。 Barthel 和 Sapsis¹⁴提出了一种基于表面压力信号的波 浪变换处理的数据驱动方法,用于预测翼型极端事件, 并通过简单的前馈神经网络和最少的传感器部署实现 了精确预报。Kim 和 Sapsis²⁰利用离散小波变换处理表 面压力信号,实现了动态失速翼型实时升力系数预测。

尽管前述工作通过小波处理的压力信号和神经网 络在预测机翼升力方面取得了成功,但纯基于压力信 号的模型在应用于圆柱流问题时存在固有局限性—— 特别是在预测非均匀进流条件下的阻力系数时尤为明显,这种情况通常出现在中等雷诺数范围内的实际工程应用中的圆柱流。在这种情况下,由非均匀进流引起的复杂涡脱落动力学、三维尾迹不稳定性以及空间异质压力分布削弱了表面压力特征与阻力力统计之间的直接相关性。通过融入物理解释以规避传统的暴力测试方法,本研究建立了一个经过修改的建模框架,专门设计用于应对这些挑战。

直接数值模拟(DNS)在雷诺数为 Re = UD/v = 4000 时对圆柱周围的流场进行了实施,其中U、D和v分别为流量、圆柱直径和运动粘度。流动受不可压缩Navier-Stokes 方程的控制:

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\nabla^2 \boldsymbol{u}$$
(1a)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{1b}$$

其中, **u** 是速度矢量 (*u*,*v*,*w*) 和 *p* 是压力场。这些方程 通过将流速 *U* 和圆柱直径 *D* 分别设定为特征速度和长 度尺度来无量纲化,并使用开源谱元代码 Nek5000²¹ 求 解。在流向、跨度方向以及平行于圆柱的方向上分别应 用周期性边界条件,导致圆柱的非均匀流入。空间离散



图 1. (a) 谱元的空间分布和涡度的 Z-分量在 X - Y 截面平面 (Z = 1.5) 中的分布。插入图是红色方框的放大视图, 红点表 示监测点均匀分布的位置。插入图中的星号表示第一个监测点 (pt = 1),标签数字沿圆周顺时针增加。(b) 通过涡旋判据 $Q = 1.5 U^2/D^2$ 对湍流结构进行可视化,颜色由涡度的 Z-分量确定。

化使用了 17020 个谱元,精度为 7th 阶。周期性圆柱的 长度为 3 D,并被离散成 5 个元素。流线-跨度截面视 图的谱元如图 1a 所示。时间步长设置为 0.0005 D/U, 导致 CFL 数约为 0.5 以确保数值稳定性。仿真跨越了 一个总的时间无量纲值为 3000 D/U,包括一个初始瞬 态阶段 (300 D/U)用于流体发展以及随后的一个统计 稳定期 (2700 D/U),在非均匀入口条件下获取湍流统 计。沿圆柱分布的 32 个点以及位于 (-2,0,0),(-1,0,0) 和 (-0.7,0,0) 的三个上游点 (如图 1a 所示)的速度和 压力每 20 个时间步长输出一次 (Δt = 0.01 D/U)。数值 设置通过将均匀进流条件下时间平均的 (1000D/U)压 力分布与之前的实验结果 ²² 进行比较来验证,显示在 监控点位置上的偏差内有良好的一致性 3.4%。

图 2中的数值结果被划分为训练集和测试集(分别为 2400 D/U 和 300 D/U),用于后续的 C_d 预测,该预测使用的是全连接神经网络(FCNN),其架构为:输入-FC24-FC28-FC24-FC16-FC8-输出(图 3)。输出层的固定长度为 1,是未来时间窗口 $\Delta t_p = 1 D/U$ 内预测的阻力系数 C_d (除非本研究中另有说明),而隐藏层保持固

定的架构。请注意,输入层具有可变维度,本研究的主要目的是识别优化的输入配置。每个全连接层后面都跟着一个双曲正切激活函数 tanh,以提供网络的非线性。此外,为了确保输入特征之间的尺度一致,所有训练样本集均使用最小-最大缩放器线性归一化到 [-1,1]范围内。通过结合余弦退火学习率调度器和 AdamW 优化器²³ 实现了加速训练和缓解过拟合。学习率初始化为 10⁻³ (截断至 10⁻⁴),权重衰减系数为 10⁻⁴。训练周期设置为 50,预热周期是 3。平均绝对误差 (MAE)用作损失函数:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} |\hat{C}_d(t) - C_d(t)|, \qquad (2)$$

其中, $\hat{C}_d(t)$ 和 $C_d(t)$ 分别是长度为 N 的预测和训练集。 模型性能通过测试集中的预测结果与 DNS 结果之间的 R^2 分数进行量化:

$$R^{2} = 1 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{(\hat{C}_{d} - C_{d})^{2}}{\sigma^{2}},$$
(3)

其中, σ^2 是测试集中 C_d 的方差。在本研究中, R^2 计 算为相同模型配置下五次独立训练试验所得平均值。

测量的阻力系数 C_d 通过连续小波变换(CWT)和 Morse 小波²⁴ 进行了处理,如图 2所示。在频率空间中 可以观察到三个明显的峰值,分别位于f=0.005、0.01 和 0.02 附近。基于 CWT 处理结果,应用了一种更快 的方法,即离散小波变换 (DWT)²⁵,对压力信号的前 一时段 $\Delta t_w = 2^n \Delta t$ 进行了处理,得到了特征频率的振 幅 $\gamma_n(t)$,其中下标 n 表示 nth 级 DWT 系数。遵循之前 提出的路径路线^{14,20},每个点的压力信号由 DWT 处理 的系数 $\gamma(t) = \gamma_0(t)/2 + \gamma_{10}(t)/2$ 及其时间导数 $d\gamma/dt \approx$ $(\gamma(t) - \gamma(t - \Delta t))/\Delta t$ 表示,对应特征频率峰值范围 $f \in$ [0.005,0.02]。包含单点压力信号(γ和 dγ/dt)的预测 模型分别在圆柱周围的 32 个点上进行训练(图 4a 中 的灰色符号)。与均匀进流条件下的单点基础预测模型 20相比,在非均匀进流条件下,结果表现出显著下降 的性能, 即 $R^2 \sim 0$ 。潜在的物理解释可以直观地获得: 非均匀流入条件引入多尺度频率峰值(图2),且经过 小波变换处理的系数 γ 无法解析宽带频谱成分。

为了将经过 DWT 处理的预测算法扩展到非均匀 流入条件,我们将上游点的速度信号添加到输入数组 中。速度信号提供了流入的宏观校准,替代了阻力系数 *Ca* 动态中的低频峰值。因此,压力信号的 DWT 处理系



图 2. 在非均匀进流条件下,以下测量结果被呈现:阻力系数 C_d ,压力 p 在 pt = 4 (蓝色)和 pt = 21 (红色),流向速度 u 在 (-1,0,0), 以及经过连续小波变换 (CWT)处理的 C_d 信号。底部面板中的轮廓代表频率 f 的振幅,线性地覆盖范围 [0,0.1]。



图 3. 全连接神经网络 (FCNN) 的架构图, 其中 Rⁱ 表示每个全 连接层的长度。

数 γ 被调整为 $\gamma = \gamma_0(t)$,代表高频峰值 $f \in [0.01, 0.02]$, 而模型训练的输入包括速度 u = (u,v,w)、它们的时间 导数 $du/dt \approx (u(t) - u(t - \Delta t))/\Delta t$ 、DWT 处理系数 γ 及其时间导数 $d\gamma/dt$ 。初步试验在速度 u = (u,v,w) 为 (-1,0,0) 和一个压力信号下进行(图 4a 中的紫色符 号),展示了可测量的性能提升。优化的速度和压力信 号组合将在下面展示。

尽管模型训练的计算成本较低,输入空间包含了 2^{32+3×3}~10¹²种不同的速度-压力信号组合,几乎不可

能达到全局最优。因此,输入中的速度分量(u,v,w)暂 时固定在点 (-1,0,0) 以优化压力传感器的位置。通过 沿圆周(图4a)所有32个测量点的迭代评估,顺序选 择展示最大 R² 值的压力信号,并将其添加到下一次迭 代的输入中。优化迭代导致 Ni 逐渐增加,这代表了输 入中的优化压力信号数量(图4b)。为了约束输入数组 的大小,当Ni达到5或R²接近99%R_b时,优化迭代将 终止。观察到最大值 R^2 指数级地接近其最佳性能 R_b^2 , 当优化输入包含不断增加的 N_i (如图 4b 中的钴蓝色线 所示)。通过最小二乘法拟合获得最佳性能 $R_b^2 = 0.74$ 。 指数标度也通过速度为 (-2,0,0) 和 (-0.7,0,0) 的输入 得到了验证,分别由图 4b 中的浅蓝色线条所示。指数 渐近趋势表明了一种有效的配置,即仅需几个信号传 感器就能在Ca预测中表现出色,例如,带有两个压力 信号和速度为 (-2,0,0) 的输入实现了比 90% R_b² 更好 的性能。

前四个优化的压力传感器位置是 pt = 18,30,8,22, pt = 18,31,23,8 和 pt = 18,1,31,23, 分别通过在速度 为 (-2,0,0), (-1,0,0) 和 (-0.7,0,0) 的输入下获得。与 最初的直觉相反,在上游有限距离 (1-2D) 处获得的 速度显示出比贴近壁面的对应部分 $(R_b^2 > 0.7)$ 更优的 预测能力 ($R_b^2 = 0.65$),随后的讨论将集中在这些较好的方面。我们发现,前两个优化的 *pt* 在具有不同上游速度的输入之间保持空间一致性,并位于流动分离点(¹⁰)的前沿。这种空间相关性强调了流动分离动力学在涡诱导阻力生成机制 (^{5,26,27})中的主导作用。第三个和第四个优化的 *pt* 位于圆柱体的前缘 (pt = 22,23)和后缘 (pt = 8),表明相应流场区域中的水动力相互作用对预测模型起到了补充作用。类似的结论也在翼型升力预报中²⁰ 被报道过。后缘区域(特别是接近尾部的点,例如 *pt*9)会经历间歇性涡脱落,增强了混沌和多尺度压力信号的波动(图 2)。这种非线性动态在



图 4. (a) 在 32 个测量点上的优化迭代。交叉符号 × 表示各自优 化迭代期间达到的最大值 R^2 。灰色符号是仅使用压力信号输入 的结果 ($\gamma 和 d\gamma/dt$),而彩色符号则是通过在 (-1,0,0) 和 du/dt处使用修改后的 γ 、 $d\gamma/dt$ 和 u = (u,v,w) 输入获得的。(b) 缩放 定律(蓝色线条)表示 R^2 指数趋近于最佳性能 R_b^2 ,其中 N_i 为 输入中优化的压力信号数量。拟合的 R_b^2 是 0.65,0.74 和 0.72,相 应的速度在 (-0.7,0,0),(-1,0,0) 和 (-2,0,0)。叉号符号对应于 (a) 中的结果。



图 5. 优化输入中的速度组合。红色十字 (×) 表示每次迭代中的 最大 R² 值。图例中的坐标表示模型中使用的速度信号的位置。

其 DWT 处理系数 γ 和时间导数 dγ/dt 中引起了信息泄漏,尤其是在后者处于一阶时间精度的情况下。

获得优化的压力信号组合后,三个上游点的速度 (u,v,w) 被分解为 9 个独立变量,通过迭代过程来优 化速度组合。压力传感器的布置在本次优化中指定为 pt = 18,30,8,22,基于它们在图 4b 所示的指数缩放中 的更快收敛。图 5所示的结果揭示了几项发现:(1)上 游速度分量 u 表现出最高的信息含量,其次是v,在第 二次迭代期间生成一个特征的帽状形状(^)。(2)w-分量 的速度贡献可忽略不计,这与物理解释一致,即平行于 圆柱的 w 分量对进流校准的影响有限。(3) 类似于压力 传感器放置优化的结果,使用少至两个速度信号在预 测准确性上取得了显著提升 R^2 显著地 (R^2 :~0 →~



图 6. 预测准确性(R²)在不同未来时间窗口 Δt_p。误差棒表示 从五次独立训练试验计算得出的±2个标准差。红色点是图 7中 所示的两次独立训练试验。



图 7. 阻力系数 C_d 在 $\Delta t_p = 1 D/U(a)$ 和 $\Delta t_p = 5 D/U(b)$ 中由优化输入的 FCNN 预测的结果与 DNS 基准进行了比较。右侧面板是预 报结果与 DNS 基准之间的概率密度函数 (p.d.f.) 的比较。

0.7);从而证明了进流校准策略的有效性。根据图 5所示的结果,优化的输入配置包括在u(-2,0,0)、v(-2,0,0)、u(-1,0,0)和v(-0.7,0,0)处的速度信号,结合压力信号pt = 18,30,8,22。这种组合实现了具有 $R^2 = 0.75$ 的预测模型,如图 6和图 7a 所示。预测结果曲线和 DNS结果曲线在整个时间演化过程中几乎重合,除了预测结果显示了小尺度波动。随着未来时间窗口 Δt_p 的增加,模型的预测精度单调下降(见图 6)。请注意,非均匀来流中波动阻力系数 $C_d \sim 0.2$ -1.2的预测结果仍与直接数值模拟基准保持定性一致性,即使在扩展的 $\Delta t_p = 5 D/U$ 条件下(图 7b)。

本研究开发的 FCNN 模型在保持高计算效率的同 时展示了足够的准确性,能够实现在复杂非均匀来流 条件下对圆柱体的实时阻力预测。为解决由非均匀来 流引起的预测不准确问题,我们将上游速度测量引入 网络输入中,这并非通过暴力测试获得,而是遵循物 理解释,即上游速度作为进流校准。因此,提出并验证 了一种结合优化的压力信号和优化的上游速度信号的 策略,并与 DNS 结果进行了比较。在输入中加入的优 化压力信号数量与 *R*² 之间出现了指数缩放关系,表明 前两个优化的压力信号对预测效果具有主导影响。此 外,这些优化的压力信号能够稳健地定位流动分离点 的前沿位置,在涡诱导动力学中的重要性已在先前文 献^{5,10,26,27} 中得到了充分证明。优化结果可以从物理上 解释为轻微的前沿波动可以非线性放大,最终控制下 游流场中的混沌涡旋动力学。虽然指数缩放关系在所 有研究案例中表现出稳健性能,但基于 Navier-Stokes 方程对其进行理论解释仍是一个难题。此外,我们预 计提出的用于复杂流动环境预测统计信息^{10,27,28} 的进 流校准策略具有实验验证、流动控制方案和工程应用 的潜力。

致谢

作者感谢中国国家自然科学基金(项目编号 U24A20266)的支持。计算资源由 superserver@js 提 供支持。关健对在第 26 届理论与应用力学国际会议 (ICTAM 2024)上与 D. Kim 进行的有见地的讨论表示

数据可用性

支持本研究中发现的数据和代码可在合理请求的 情况下从通讯作者处获得。

- ¹M. M. Zdravkovich, *Flow around Circular Cylinders: Volume 2: Applications*, Vol. 2 (Oxford University Press, 1997).
- ²T. Von Kármán, "über den mechanismus des widerstandes, den ein bewegter körper in einer flüssigkeit erfährt," Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. **1911**, 509–517 (1911).
- ³E. Konstantinidis and C. Liang, "Dynamic response of a turbulent cylinder wake to sinusoidal inflow perturbations across the vortex lock-on range," Phys. Fluids **23**, 075102 (2011).
- ⁴C. Norberg and B. Sunden, "Turbulence and reynolds number effects on the flow and fluid forces on a single cylinder in cross flow," J. Fluids Struct. **1**, 337–357 (1987).
- ⁵K. Williamson, "Vortex dynamics in the cylinder wake," Annu. Rev. Fluid Mech. 28, 477–539 (1996).
- ⁶K. Lin, J. Wang, D. Fan, and M. S. Triantafyllou, "Flow-induced cross-flow vibrations of long flexible cylinder with an upstream wake interference," Phys. Fluids **33**, 065104 (2021).
- ⁷A. G. Kravchenko and P. Moin, "Numerical studies of flow over a circular cylinder at re = 3900," Phys. Fluids **12**, 403–417 (2000).
- ⁸P. W. Bearman and T. Morel, "Effect of free stream turbulence on the flow around bluff bodies," Prog. Aerosp. Sci. **20**, 97–123 (1983).
- ⁹S. Bhattacharyya, I. H. Khan, S. Verma, S. Kumar, and K. Poddar, "Experimental investigation of three-dimensional modes in the wake of a rotationally oscillating cylinder," J. Fluid Mech. **950**, A10 (2022).
- ¹⁰B. Song *et al.*, "Direct numerical simulation of flow over a cylinder immersed in the grid-generated turbulence," Phys. Fluids **34**, 015109 (2022).
- ¹¹S. Bhattacharyya, R. Naidu S, K. Poddar, and S. Kumar, "Flow past a rotationally oscillating cylinder near a plane wall," Phys. Rev. Fluids 8, 094102 (2023).
- ¹²J. Guan *et al.*, "A study of fish undulatory swimming based on merged cfd and experimental video of the swimming movement of mosquito fish," in *OCEANS* 2021: San Diego – Porto (IEEE, San Diego, CA, USA, 2021) pp. 1–6.

- ¹³I. H. Khan *et al.*, "Flow past two rotationally oscillating cylinders," J. Fluid Mech. **969**, A16 (2023).
- ¹⁴B. Barthel and T. P. Sapsis, "Harnessing instability mechanisms in airfoil flow for data-driven forecasting of extreme events," AIAA Journal **61**, 4879–4896 (2023).
- ¹⁵S. Lee and D. You, "Data-driven prediction of unsteady flow over a circular cylinder using deep learning," J. Fluid Mech. **879**, 217–254 (2019).
- ¹⁶T. P. Sapsis, "Statistics of extreme events in fluid flows and waves," Annu. Rev. Fluid Mech. **53**, 85–111 (2021).
- ¹⁷D. Fan, L. Yang, Z. Wang, M. S. Triantafyllou, and G. E. Karniadakis, "Reinforcement learning for bluff body active flow control in experiments and simulations," Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **117**, 26091–26098 (2020).
- ¹⁸M. P. Brenner, J. D. Eldredge, and J. B. Freund, "Perspective on machine learning for advancing fluid mechanics," Phys. Rev. Fluids 4, 100501 (2019).
- ¹⁹S. L. Brunton, B. R. Noack, and P. Koumoutsakos, "Machine learning for fluid mechanics," Annu. Rev. Fluid Mech. **52**, 477–508 (2020).
- ²⁰D. Kim and T. Sapsis, "Real-time forecast of airfoil lift under dynamic stall conditions," in 26th International Conference of the Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM) (Daegu, Korea, 2024).
- ²¹F. Paul, J. W. L. Fischer, and S. G. Kerkemeier, "Nek5000 webpage," http: //nek5000.mcs.anl.gov(2008).
- ²²C. Norberg, "An experimental investigation of the flow around a circular cylinder: Influence of aspect ratio," J. Fluid Mech. **258**, 287–316 (1994).
- ²³I. Loshchilov and F. Hutter, "Decoupled weight decay regularization," in 7th International Conference on Learning Representations, ICLR 2019 (ICLR, 2019).
- ²⁴S. C. Olhede and A. T. Walden, "Generalized morse wavelets as a superfamily of analytic wavelets," IEEE Transactions on Signal Processing **60**, 6036–6041 (2012).
- ²⁵D. Sundararajan, Discrete Wavelet Transform: A Signal Processing Approach (John Wiley & Sons, Singapore Pte. Ltd., 2015).
- ²⁶M. S. Bloor, "The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder," J. Fluid Mech. **19**, 290 (1964).
- ²⁷I. Khabbouchi, H. Fellouah, M. Ferchichi, and M. S. Guellouz, "Effects of freestream turbulence and reynolds number on the separated shear layer from a circular cylinder," J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. **135**, 46–56 (2014).
- ²⁸S. Bhattacharyya, I. Hussain Khan, P. Sunil, S. Kumar, and K. Poddar, "Experimental investigation of flow past a rotationally oscillating tapered cylinder," Phys. Rev. Fluids 8, 054103 (2023).