

动态聚焦以抑制螃蟹交叉平面束碰撞中的发射度传输

Derong Xu,^{1,*} J Scott Berg,¹ Michael M Blaskiewicz,¹ Yue Hao,² Yun Luo,¹ Christoph Montag,¹
Sergei Nagaitsev,¹ Boris Podobedov,¹ Vadim Ptitsyn,¹ Ferdinand Willeke,¹ and Binping Xiao¹

¹Brookhaven National Laboratory

²Michigan State University

(10Dated: 2025 年 6 月 28 日)

扁平强子束碰撞, 虽然预计会将峰值亮度提高大约一个数量级, 但尚未得到证实。我们的研究表明了一个关键限制: 当实际波动通过同步贝特拉共振放大时, 在扁平束碰撞中会导致横向发射度转移。基于电子离子对撞机设计参数进行的束流-束流模拟显示, 这种效应导致垂直发射度增长, 这可能会扭曲扁平束轮廓并降低亮度。我们提出了一种结合六极磁铁与蟹腔的动态聚焦方案来抑制由沙漏效应引起的共振。这种方法提高了对波动的耐受性, 并增强了扁平束碰撞的稳健性。这一实用缓解措施有助于在下一代轻子-强子对撞机中采用扁平束碰撞。

电子离子碰撞器(EICs)是探测核结构和测试量子色动力学(QCD) [1] 的强大工具。继 HERA[2] 成功开创高能电子-质子碰撞和深度非弹性散射 [3] 之后, 位于布鲁克海文国家实验室(BNL)的下一代 EIC 旨在提供高亮度、极化轻子-强子碰撞, 并具有广泛的能量可调性 [4]。类似的提案包括在欧洲核子研究组织(CERN)的 LHeC[5] 和中国的 EicC[6], 反映出全球推动 QCD 前沿的决心。为了达到高亮度, EIC 采用扁平强子束和蟹式交叉方案。这些特性引入了新的束流动力学挑战, 并促使开展这项研究。

在相互作用区域(IR)中, 较大的交叉角度对于避免寄生碰撞 [7]、减少接近相互作用点(IP)处的背景, 并容纳探测器和 IR 磁铁是必不可少的。尽管交叉角度减少了束流重叠, 但可以通过蟹式交叉方案恢复亮度损失。在此方案中, 射频(RF)蟹腔施加时间依赖的横向踢击, 旋转粒子群以实现有效的正面碰撞 [8]。在 CERN 的 SPS[9] 上已经展示了质子束团的蟹式交叉, 在 KEKB 上的电子束蟹式交叉使轻子对撞机达到了记录亮度 [10]。因此, 蟹式交叉已成为现代对撞机设计的关键特征, 包括 HL-LHC[11]、EIC 和 EicC。除了恢复几何亮度外, 蟹腔还抑制了交叉角度引起的低阶同步-摆振共振。EIC 的基本设计方案在强子环中包含了第一和第二谐波的蟹腔 [12]。

亮度是碰撞机的主要优值, 而束流-束流相互作用经常限制其可达到的数值, 这一点在 [13] 莱pton 和 [14] 哈德ron 机器中都有观察到。描述由碰撞引起的最大调谐偏移的束流-束流参数量化了相反束流之间的电磁相互作用强度。将束流平坦度定义为在相互作用

点的长宽比, $\kappa \equiv \sigma_y^*/\sigma_x^*$, 高斯分布碰撞束的亮度和束束参数可以表示为 [15]:

$$L \propto \frac{1}{\kappa}, \quad \xi_x \propto \frac{\beta_x^*}{1+\kappa}, \quad \xi_y \propto \frac{\beta_y^*}{\kappa(1+\kappa)} \quad (1)$$

其中 $\beta_{x,y}^*$ 表示在相互作用点的 β 函数, L 是亮度, $\xi_{x,y}$ 是束束参数。通过缩放 $\beta_x^* \propto 1+\kappa$ 和 $\beta_y^* \propto \kappa(1+\kappa)$, 可以增加亮度同时保持束-束参数不变, 而使用较小的 κ 。

在 RHIC 成功演示了扁平强子束 [16], 这支持在 EIC 基线中采用扁平束配置, 旨在实现 $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ 的峰值亮度。EIC 设计选择了扁平度 $\kappa = \beta_y^*/\beta_x^* = \epsilon_y/\epsilon_x < 0.1$, 其中 $\epsilon_{x,y}$ 是横向束发射率。由此产生的强子和电子环中的小垂直 β_y^* 变得与强子束长 σ_z 相当, 从而产生沙漏效应 [17]。尽管这种效应不会显著降低亮度, 但它引入了非线性的纵向-横向耦合, 激发了更高阶的同步-贝特atron 共振 [18]。

如图 1 所示, 频率映射分析揭示了在

$$2\nu_x - 2\nu_y + p\nu_z = 0 \quad (2)$$

处有一条清晰的共振线, 其中 p 是一个整数, 而 $\nu_{x,y,z}$ 分别是水平、垂直和纵向调谐。

当束流动力学受此共振控制时, 显然有两个不变量 [19]: $J_x + J_y = \text{const}$ 和 $2J_z + pJ_y = \text{const}$, 其中 $J_{x,y,z}$ 是所有三个平面中的作用变量。在同步加速器中, 纵向发射度通常比横向发射度大几个数量级。因此, 大多数粒子满足 $J_z \gg J_{x,y}$ 。对于这些粒子, 当它们远离共振时, 它们表现出小振幅振荡在 J_y 中。当处于共振时, 垂直作用量围绕中心 $(J_x + J_y)/2$ 振荡, 导

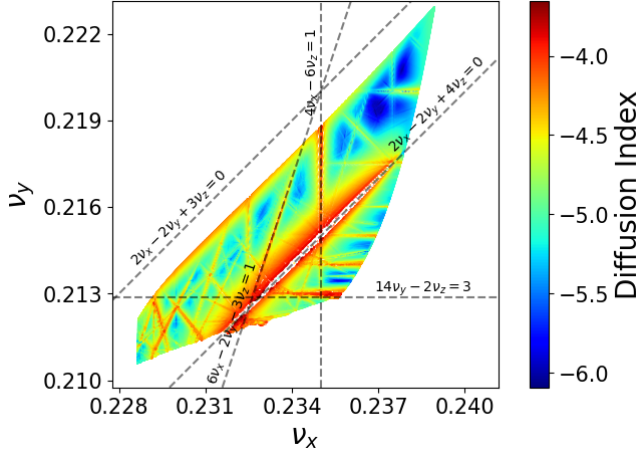


图 1. 频率图显示了由沙漏效应引起的共振 $2\nu_x - 2\nu_y + p\nu_z = 0$, 粒子跨越横向平面 $(0, 6\sigma_x^*) \times (0, 6\sigma_y^*)$, 具有纵向偏移 $z = 3\sigma_z$ 。

致横向发射度交换。由于束-束力在大振幅时减弱, 调频偏移总是主导共振宽度 [20]。沙漏效应进一步调整横向调频相对于纵向位置的变化, 因此粒子会进出共振状态。结果, 粒子最终达到一个修改后的横向平衡分布。

然而, 在实际的加速器操作中, 物理噪声是不可避免的。外部扩散在共振附近可以显著增强, 这种现象被称为共振流 [21]。小发射度比 ϵ_y/ϵ_x 进一步增加了垂直发射度对这类波动的敏感性。

物理噪声源在幅度和频率谱上差异很大。为简化起见, 本文考察了对三种代表性类型的鲁棒性: 低频电子轨道纹波、电子尺寸纹波以及强子束内散射 (IBS)。轨道和尺寸的纹波主要由磁铁电源噪声驱动, 并且通常表现出与强子贝特共振调谐 [22] 相隔很远的窄带谱。相比之下, IBS 作为一个宽带、白噪声源, 其频谱与强子调谐线重叠, 尽管其扩散幅度要小得多。

图 2 显示了在三种类型的波动下垂直发射度显著增长。对于电子轨道和尺寸的起伏, 水平发射度随时间减小, 表明横向发射度转移。在 IBS 情况下, 水平发射度增长率从名义值 200%/h 减少到拟合值 193%/h, 再次反映出重新分配到了垂直平面。与轨道起伏相比, 电子尺寸的起伏在同一幅度下引起更大的垂直增长, 因为它既引发直接扩散又调制频率, 增强共振穿越并放大发射度交换。

由于高能强子束的实际冷却技术仍在开发中 [23–25], 来自共振流的垂直发射度增长构成了一个显著挑

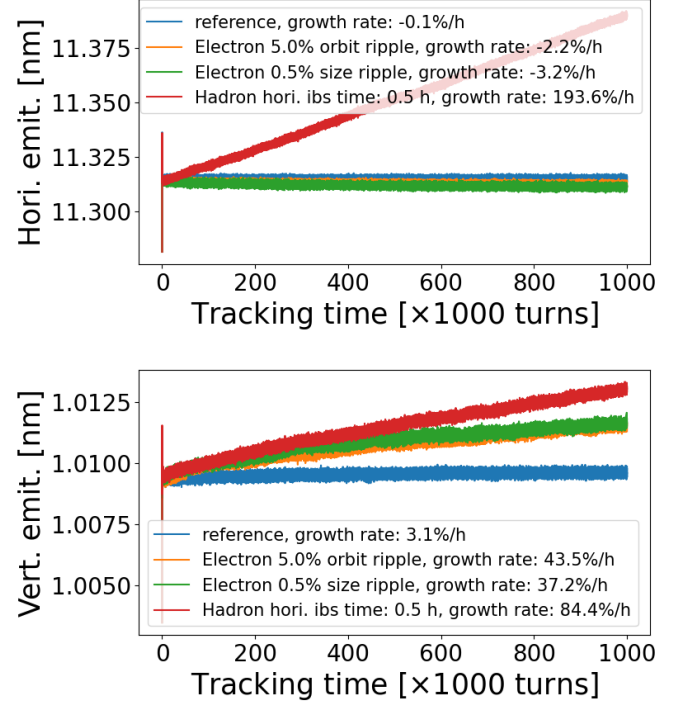


图 2. 发射度在三种类型波动下的演化: 电子轨道抖动、电子束尺寸抖动和强子束内散射 (IBS)。轨道和尺寸的抖动被建模为中心频率为 60 Hz 的窄带信号, 具有 10 Hz 带宽, 代表电源噪声。它们的均方根振幅以 IP 处的电子束尺寸进行归一化。IBS 被建模为宽带随机过程, 其强度由 $1/e$ 水平发射度增长时间定义。

战。发射度倾向于从发射度较大的平面转移到发射度较小的平面。与基于色散机制重新分配扩散或冷却率 [26, 27] 不同, 同步-贝特atron 共振诱导了一个单向的发射度流动, 并且不能实现跨平面冷却。这需要专门的垂直冷却: 由水平 IBS 驱动的垂直增长无法仅通过水平冷却来抑制。

不相等的横向发射度、同步-贝特龙共振和物理波动共同构成了驱动发射度转移的基本要素。一种缓解策略是减少已知来源如磁铁电源纹波 [28] 的波动幅度。虽然在原则上有效, 这种方法增加了加速器子系统的成本, 甚至需要超越当前技术水平技术。专用反馈系统可以缓解这种限制, 但在机器运行过程中未知或不可预测的噪声源仍然是一项持续的挑战。这些考虑强调了需要采取主动策略来抑制发射度转移。

另一种可能的缓解策略是避免束-束调制足迹内的共振线。然而, 对于 EIC 来说, 追求高亮度需要一个较大的束-束足迹。此外, 短的强子束长度和射频系统

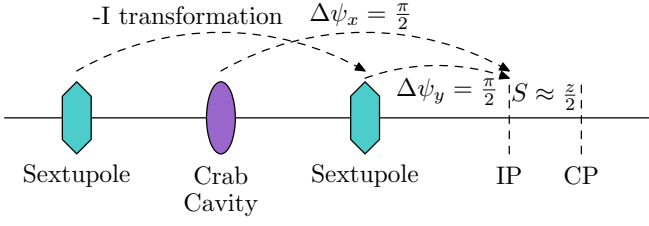


图 3. 六极磁体和蟹腔的位置以产生动态聚焦。为了清晰起见，忽略了 IP 的另一侧，假设存在对称性和局部封闭的蟹交叉方案。 $\Delta\psi_{x,y}$ 的值表示相应相位前进量模 π 的余数。

的约束共同限制了纵向调制的可用范围。因此，前面讨论的共振条件变得不可避免。由于这种共振源于沙漏效应，可以通过利用动态聚焦的概念来削弱它。

最初由 R. Brinkmann 为 THERA[29] 提出的动态聚焦方案采用射频四极场 (RFQ) 生成时间依赖性聚焦。粒子根据其纵向位置接受不同的聚焦，使其在碰撞点 (CP) 处的贝塔函数对齐。虽然该概念被认为可以减轻强烈的沙漏效应 [30] 引起的类似头尾不稳定性，并且被提及作为未来对撞机的一种潜在选项 [31]，设计 RFQ 以提供这种动态聚焦在技术上仍然具有挑战性。目前还没有在实际机器中展示出实现这一目标的方法。

蟹腰方案提供了一种动态聚焦的有效实现。蟹六极磁铁应用特定变换以抑制束流-束流共振 [32]。这种变换的一个副作用是在重叠区域内重新分配垂直贝塔函数，从而获得适度的几何亮度增益 [33]。

与用于抵消振荡器调制的动态聚焦效应相当的效果可以通过组合六极子和蟹腔来实现。在蟹交叉方案中，CP 位置仍然由相对撞束中相反粒子在纵向坐标上决定。沙漏效应，表现为垂直振荡器调制，源于 IP 和 CP 之间的漂移空间。由于强子束比电子束长得多，CP 实际上位于距离 IP [34, 35] 的距离 $S \approx z/2$ 处，其中 z 是强子粒子的纵向坐标。蟹腔赋予纵向变化的横向踢，其特征是蟹色散 [36]。在腔的下游，这个踢转化为水平位移。放置在该区域的六极子可以提供时间相关的聚焦，有效地对抗 IP 到 CP 的偏移。该机制类似于最终聚焦段 [37] 中的色散补偿方案，尽管它依赖于非零蟹色散而不是动量色散。

图 3 说明了螃蟹交叉方案中产生动态聚焦的相对位置。假设了一个水平局部螃蟹交叉方案，在该方案中，螃蟹弥散被限制在 IP 周围的上游和下游螃蟹

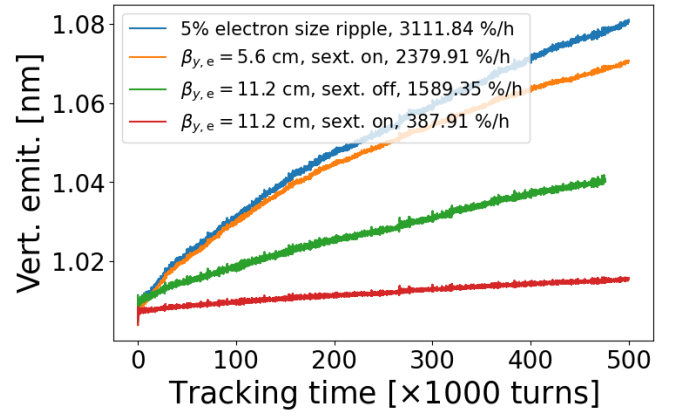


图 4. 在 5% 电子束尺寸波动下强子的垂直发射度演化，包括有和没有动态聚焦以及增加电子垂直贝塔函数的情况。

腔室之间。螃蟹腔室与 IP 之间的水平相位提前量为 $\pi/2 \bmod \pi$ 。

为了补偿垂直方向的 IP 到 CP 的位移，一个六极磁铁被插入了蟹腔和 IP 之间，其垂直相位推进量为 $\pi/2 \bmod \pi$ 。所需的六极磁铁强度积分由以下公式给出：

$$K_2 L = \frac{\sqrt{\beta_x^*/\beta_{s,x}}}{4\theta_c \beta_{s,y} \beta_y^* \cos \psi_x} \quad (3)$$

这里， θ_c 是半交叉角， ψ_x 是从六极磁铁到 IP 的水平相位推进量，而 $\beta_{s,x}$ 和 $\beta_{s,y}$ 是在六极磁铁处的贝塔函数。

为了消除六极磁铁引入的二次几何项，另一个六极磁铁被放置在蟹腔外部，使得两个六极磁铁形成一个 $-I$ 变换。这种抵消是不完美的，因为在第二个六极磁铁处蟹散射消失。因此，在 CP 处剩余的水平偏转为：

$$\Delta p_x = -\frac{\beta_{s,x}}{\beta_x^* \beta_{s,y} \beta_y^*} \left(\frac{\theta_c z_0^2}{4} + \frac{x_0 z_0}{2} \right) \quad (4)$$

其中 x_0 和 z_0 是在 IP 处的水平和纵向相空间坐标。通过减小比值 $\beta_{s,x}/\beta_{s,y}$ ，可以将这个剩余项最小化，从而确保对水平动力学的扰动可忽略不计。

图 4 展示了六极校正方案在电子束尺寸波动 5% 下的有效性，否则会引发显著的垂直发射度增长。除了强子束的垂直贝塔函数外，电子垂直贝塔函数 $\beta_{y,e}^*$ 也对沙漏效应有所贡献，因为它决定了束-束相互作用期间电子束尺寸的变化。虽然单独加倍 $\beta_{y,e}^*$ 或应用六极校正都能提供部分缓解，但它们的结合显著抑制了发射度的增长。这些结果进一步证实了垂直发射度增长源于沙漏效应，并确认了所提出的校正策略的有效性。

然而, $\beta_{y,e}^*$ 也受到束-束相互作用的限制。在直线加速器-环形加速器对撞机中, 条件 $\beta_{y,e}^* > \sigma_z$ 更容易满足。相比之下, 在环形-环形对撞机中, $\beta_{y,e}^*$ 受到最大可维持束-束参数的限制; 超过这一阈值会导致电子垂直发射度膨胀。模拟表明上限约为 0.15 [38], 而在圆形轻子对撞机操作中通常达到的典型值略高于 0.1 [39, 40]。EIC 的束-束研究与此限制一致。强-强模拟表明, 电子束发射度在 $5.6 \text{ cm} < \beta_{y,e}^* < 8.4 \text{ cm}$ 范围内保持稳定, 对应于垂直束流参数为 0.10 – 0.15。我们的研究表明, 在此可行范围内以较大的 $\beta_{y,e}^*$ 运行可以抑制沙漏效应对强子束的影响。

实现动态聚焦方案并增加 $\beta_{y,e}^* = 7.2 \text{ cm}$ 可以将对电子轨道波动、尺寸变化和强子 IBS 扩散的容忍度提高两到三倍, 同时带来轻微的亮度提升。这种增强的抗实际噪声能力凸显了该方案的实际优势。

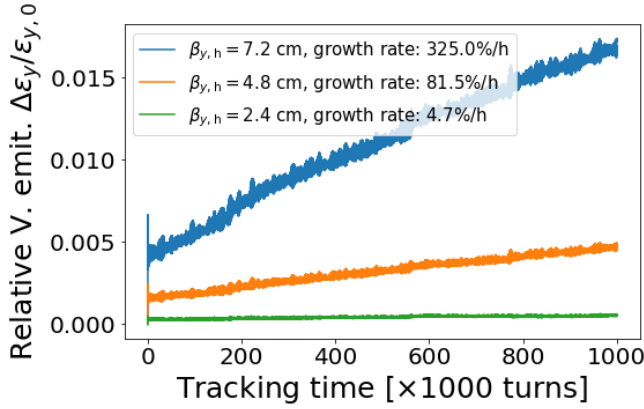


图 5. 强子垂直发射度在具有动态聚焦的 5% 电子束尺寸波动下的演化。发射度归一化为其初始值。将强子 β_y^* 减少到 2.4 cm 消除了垂直发射度的增长。相比之下, 同样的波动在没有动态聚焦的情况下导致增长率超过 3000%/h (见图 4)。

超越 EIC, 该方法为未来的轻子-强子对撞机提供了更广泛的应用。EIC 的设计限制了垂直散度以匹配 IP 处的水平散度 [41], 从而限制了强子的垂直 beta 函数 $\beta_{y,h}^*$ 减小。动态聚焦解耦了 $\beta_{y,h}^*$ 与强子束长度 σ_z 。通过在保持 σ_y^* 恒定的同时减少 $\beta_{y,h}^*$, 发射度比 ϵ_y/ϵ_x 得到改善, 垂直束流参数减小, 并且共振驱动项强度减弱。图 5 的仿真结果表明, 在垂直 beta 为 2.4 cm 时, 即使是 5% 的电子束尺寸波动也不会引起垂直发射度的增长。这一策略为未来高亮度对撞机中稳健的平坦强子束碰撞开启了新的机遇。

然而, 实现所需的束流光学性能存在显著的挑战。

蟹腔需要特定的水平相位前进和较大的水平贝塔函数来补偿交叉角, 而六极磁铁则需要相对于 IP 精确控制垂直相位。放置六极磁铁进一步受益于较大的垂直贝塔函数和较小的水平贝塔函数, 以减少所需的强度和残留的非线性效应。在类似于 EIC 的局部蟹腔方案中, 蟹腔靠近最终聚焦四极磁铁的限制使得由于布局约束而难以增加额外的六极磁铁空间。尽管如此, 在对撞机光学范围内的这些设计挑战似乎是可管理的。

一个可能的解决方案是将蟹腔放置得远离 IP, 从而更好地分离水平和垂直的贝塔峰值, 并提供更多的自由度来控制相位提前。另一种方案是全局蟹腔方案, 在 KEKB 中成功运行, 并被考虑用于 HL-LHC [42]。它还被评估过用于 EIC, 未发现任何不利的束流-束流效应 [43]。其促进动态聚焦的潜力值得进一步探索。

总结而言, 我们在平面束碰撞中识别出了由同步-贝特龙共振驱动的发散传递效应, 这种共振放大了物理波动。为了抑制这一效应, 我们提出了一种结合六极磁铁与偏转腔的动态聚焦方案。该方法提高了噪声容忍度, 实现了适度的亮度增益, 并为未来对撞机放松沙漏约束提供了一个实用路径。

该项研究使用了美国能源部科学办公室用户设施——国家能源研究科学计算中心 (NERSC) 的资源, 该中心由合同号 DE-AC02-05CH11231 运营。本工作得到了布鲁克海文科学协会有限责任公司合同号 DE-SC0012704 的支持, 合同方为美国能源部, 并获得了美国能源部早期职业奖支持。

* dxu@bnl.gov

- [1] A. Accardi, J. Albacete, M. Anselmino, N. Armesto, E. Aschenauer, A. Bacchetta, D. Boer, W. Brooks, T. Burton, N. B. Chang, *et al.*, Electron-ion collider: The next qcd frontier: Understanding the glue that binds us all, *The European Physical Journal A* **52**, 1 (2016).
- [2] F. Willeke, The HERA lepton – proton collider, in *Challenges and Goals for Accelerators in the XXI Century* (World Scientific Publishing Company, 2016) Chap. 15, pp. 225–242.
- [3] Z. collaboration, Measurement of inelastic production in deep inelastic scattering at her, *The European Physical Journal C-Particles and Fields* **44**, 13 (2005).
- [4] F. Willeke and J. Beebe-Wang, *Electron Ion Collider*

- Conceptual Design Report 2021*, Tech. Rep. (Brookhaven National Lab. (BNL), Upton, NY (United States); Thomas Jefferson National Accelerator Facility (TJ-NAF), Newport News, VA (United States), 2021).
- [5] J. Fernandez, C. Adolphsen, P. Adzic, A. Akay, H. Aksakal, J. Albacete, B. Allanach, S. Alekhin, P. Allport, V. Andreev, *et al.*, On the relation of the lhec and the lhcb, arXiv preprint arXiv:1211.5102 (2012).
 - [6] D. P. Anderle, V. Bertone, X. Cao, L. Chang, N. Chang, G. Chen, X. Chen, Z. Chen, Z. Cui, L. Dai, *et al.*, Electron-ion collider in china, *Frontiers of Physics* **16**, 1 (2021).
 - [7] K. Hirata, *Don't be afraid of beam-beam interactions with a large crossing angle*, Tech. Rep. (SCAN-9411248, 1994).
 - [8] R. Palmer, *Energy scaling, crab crossing and the pair problem*, Tech. Rep. (Stanford Linear Accelerator Center, 1988).
 - [9] R. Calaga, A. Alekou, F. Antoniou, R. Appleby, L. Arnaudon, K. Artoos, G. Arduini, V. Baglin, S. Barriere, H. Bartosik, *et al.*, First demonstration of the use of crab cavities on hadron beams, *Physical Review Accelerators and Beams* **24**, 062001 (2021).
 - [10] T. Abe, K. Akai, M. Akemoto, A. Akiyama, M. Arinaga, K. Ebihara, K. Egawa, A. Enomoto, J. Flanagan, S. Fukuda, *et al.*, Compensation of the crossing angle with crab cavities at kek, in *2007 IEEE Particle Accelerator Conference (PAC)* (IEEE, 2007) pp. 27–31.
 - [11] G. Apollinari, O. Brüning, T. Nakamoto, and L. Rossi, High luminosity large hadron collider hl-lhc, arXiv preprint arXiv:1705.08830 (2017).
 - [12] D. Xu, Y. Hao, Y. Luo, C. Montag, and J. Qiang, Study of Harmonic Crab Cavity in EIC Beam-Beam Simulations, in *Proc. IPAC'21*, International Particle Accelerator Conference No. 12 (JACoW Publishing, Geneva, Switzerland, 2021) pp. 2595–2597, <https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2021-WEPAB009>.
 - [13] K. Ohmi, M. Tawada, Y. Cai, S. Kamada, K. Oide, and J. Qiang, Beam-beam limit in e^+e^- circular colliders, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 214801 (2004).
 - [14] K. Ohmi and F. Zimmermann, Fundamental beam-beam limit from head-on interaction in the large hadron collider, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **18**, 121003 (2015).
 - [15] A. W. Chao, M. Tigner, H. Weise, and F. Zimmermann, *Handbook of accelerator physics and engineering* (World scientific, 2023).
 - [16] Y. Luo, D. Xu, M. Blaskiewicz, and C. Montag, Experimental demonstration of a large transverse emittance ratio 11 : 1 in the relativistic heavy ion collider for the electron-ion collider, *Phys. Rev. Lett.* **132**, 205001 (2024).
 - [17] M. A. Furman, Hourglass effects for asymmetric colliders, in *Proceedings of the 1991 IEEE Particle Accelerator Conference*, Vol. 1 (IEEE, San Francisco, CA, 1991) pp. 422–424.
 - [18] D. Xu, Y. Hao, Y. Luo, and J. Qiang, Synchrotron resonance of crab crossing scheme with large crossing angle and finite bunch length, *Phys. Rev. Accel. Beams* **24**, 041002 (2021).
 - [19] S. Y. Lee, Single particle dynamics at synchro-betatron coupling resonances, *Phys. Rev. E* **49**, 5706 (1994).
 - [20] A. Chao, P. Bambade, and W. Weng, Nonlinear beam-beam resonances, in *Lecture Notes in Physics: Nonlinear Dynamics Aspects of Particle Accelerators* (Springer, 1986) pp. 77–103.
 - [21] J. Tennyson, Resonance transport in near-integrable systems with many degrees of freedom, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **5**, 123 (1982).
 - [22] B. Podobodov and M. Blaskiewicz, *Eddy current shielding of the magnetic field ripple in the EIC electron storage ring vacuum chambers*, Tech. Rep. (Brookhaven National Laboratory (BNL), Upton, NY (United States), 2023).
 - [23] M. Blaskiewicz, Cooling of high-energy hadron beams, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **64**, 299 (2014).
 - [24] V. N. Litvinenko and Y. S. Derbenev, Coherent electron cooling, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 114801 (2009).
 - [25] J. Jarvis, V. Lebedev, A. Romanov, D. Broemmelsiek, K. Carlson, S. Chattopadhyay, A. Dick, D. Edstrom, I. Lobach, S. Nagaitsev, H. Piekarz, P. Piot, J. Ruan, J. Santucci, G. Stancari, and A. Valishev, Experimental demonstration of optical stochastic cooling, *Nature* **608**, 287 (2022).
 - [26] J. Wei and G. Parzen, Intra-beam scattering scaling for very large hadron colliders, in *PACS2001. Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference (Cat. No. 01CH37268)*, Vol. 1 (IEEE, 2001) pp. 42–44.
 - [27] P. Baxevanis and G. Stupakov, Transverse dynamics considerations for microbunched electron cooling, *Phys. Rev. Accel. Beams* **22**, 081003 (2019).
 - [28] B. P. et al., Physics-driven specifications for the eic esr magnet power supply ripple, in *Proc. 16th International Particle Accelerator Conference, IPAC'25 - 16th International Particle Accelerator Conference No. 16* (JACoW

- Publishing, Geneva, Switzerland, 2025) pp. 746–749.
- [29] R. Brinkmann and M. Dohlus, *A method to overcome the bunch length limitation on β_p^* for electron-proton colliders*, Tech. Rep. (DESY M-95-11, 1995).
 - [30] L. Wang, Beam-beam dynamics with strong hourglass effect (2024), iCFA mini workshop Beam-Beam Effects in Circular Colliders, EPFL, Lausanne, Sep. 2-5, 2024.
 - [31] Y. Acar, A. Akay, S. Beser, A. Canbay, H. Karadeniz, U. Kaya, B. Oner, and S. Sultansoy, Future circular collider based lepton–hadron and photon–hadron colliders: Luminosity and physics, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **871**, 47 (2017).
 - [32] D. Shatilov, E. Levichev, E. Simonov, and M. Zobov, Application of frequency map analysis to beam-beam effects study in crab waist collision scheme, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14**, 014001 (2011).
 - [33] M. Zobov, D. Alesini, M. E. Biagini, C. Biscari, A. Bocci, R. Boni, M. Boscolo, F. Bossi, B. Buonomo, A. Clozza, G. O. Delle Monache, T. Demma, E. Di Pasquale, G. Di Pirro, A. Drago, A. Gallo, A. Ghigo, S. Guiducci, C. Ligi, F. Marcellini, G. Mazzitelli, C. Milardi, F. Murtas, L. Pellegrino, M. A. Preger, L. Quintieri, P. Raimondi, R. Ricci, U. Rotundo, C. Sanelli, M. Serio, F. Sgamma, B. Spataro, A. Stecchi, A. Stella, S. Tomassini, C. Vaccarezza, M. Schioppa, M. Esposito, P. Branchini, F. Iacoangeli, P. Valente, E. Levichev, P. Piminov, D. Shatilov, V. Smaluk, N. Arnaud, D. Breton, L. Burmistrov, A. Stocchi, A. Variola, B. F. Viaud, S. Bettoni, K. Ohmi, and D. Teytelman, Test of “crab-waist” collisions at the DAΦNE Φ factory, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 174801 (2010).
 - [34] K. Hirata, H. W. Moshhammer, and F. Ruggiero, A symplectic beam-beam interaction with energy change, *Part. Accel.* **40**, 205 (1992).
 - [35] D. Xu, V. S. Morozov, D. Sagan, Y. Hao, and Y. Luo, Enhanced beam-beam modeling to include longitudinal variation during weak-strong simulation, *Phys. Rev. Accel. Beams* **27**, 061002 (2024).
 - [36] D. Xu, Y. Luo, and Y. Hao, Combined effects of crab dispersion and momentum dispersion in colliders with local crab crossing scheme, *Phys. Rev. Accel. Beams* **25**, 071002 (2022).
 - [37] P. Raimondi and A. Seryi, Novel final focus design for future linear colliders, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3779 (2001).
 - [38] K. Ohmi, M. Tawada, Y. Cai, S. Kamada, K. Oide, and J. Qiang, Luminosity limit due to the beam-beam interactions with or without crossing angle, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **7**, 104401 (2004).
 - [39] P. Y. Shatunov, D. E. Berkaev, Y. M. Zharinov, I. M. Zemlyansky, A. S. Kasaev, A. N. Kyrpotin, I. A. Koop, A. P. Lysenko, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, V. P. Prosvetov, Y. A. Rogovsky, A. L. Romanov, A. I. Senchenko, A. N. Skrinsky, Y. M. Shatunov, and D. B. Shwartz, Status and perspectives of the vepp-2000, *Physics of Particles and Nuclei Letters* **13**, 995 (2016).
 - [40] D. Zhou, K. Ohmi, Y. Funakoshi, and Y. Ohnishi, Luminosity performance of superkekb, *Journal of Instrumentation* **19** (02), T02002.
 - [41] V. Ptitsyn, Accelerator physics challenges for eic, in *Proc. 14th International Particle Accelerator Conference, IPAC’23 - 14th International Particle Accelerator Conference No. 14* (JACoW Publishing, Geneva, Switzerland, 2023) pp. 2621–2626.
 - [42] Y.-P. Sun, R. Assmann, R. Tomás, and F. Zimmermann, Crab dispersion and its impact on the cern large hadron collider collimation, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **13**, 031001 (2010).
 - [43] D. X. et al., Assessing global crabbing scheme feasibility for electron-ion collider, in *Proc. 15th International Particle Accelerator Conference, IPAC’24 - 15th International Particle Accelerator Conference No. 15* (JACoW Publishing, Geneva, Switzerland, 2024) pp. 226–229.