

夸克物质在手征交叉处的声速

Oleksii Ivanytskyi^a

Incubator of Scientific Excellence—Centre for Simulations of Superdense Fluids, University of Wrocław, Max Born plac 9, Wrocław, 50-204, Poland

David Blaschke^{b,c,d}

Institute of Theoretical Physics, University of Wrocław, Max Born plac 9, Wrocław, 50-204, Poland

Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf (HZDR), Bautzner Landstrasse 400, Dresden, 01328, Germany

Center for Advanced Systems Understanding (CASUS), Untermarkt 20, Görlitz, 02826, Germany

Gerd Röpke^e

Institute of Physics, University of Rostock, Albert-Einstein Str. 23-24, Rostock, D-18059, Germany

Abstract

基于由群分解启发的广义 Beth-Uhlenbeck 热力学方法，我们提出了热强相互作用物质的统一状态方程，并分析了其在广泛温度范围内的性质。将强子视为介质中的色单态多夸克簇，并伴有 Polyakov 规范下的背景胶子场。通过 Polyakov 环机制以及由禁闭密度泛函方法启发的大真空夸克质量来考虑 QCD 的禁闭特性。我们证明，介子和部分子自由度之间的突然切换——这是手征对称性动力学恢复的一个显著表现——伴随着在手征交叉处熵密度的平滑行为。首次分析了强相互作用物质不同组分对其声速贡献的影响。研究表明，手征对称性的恢复将介子气体的声速驱动到负值，表现出其机械不稳定，并且与格点 QCD 数据存在显著矛盾。考虑部分子激发自然解决了这一矛盾。

Keywords: 贝特-乌伦贝克方法，手征交叉，声速

1. 介绍

量子色动力学 (QCD) 的极端复杂性大大掩盖了对其相图的探测，这一直是过去几十年中理论 Fukushima and Hatsuda [14]、实验 Busza et al. [13] 和天体物理研究 Baym et al. [2] 的重点。手征对称性的动力学恢复以及色非单重态夸克和胶子（也称为部分子）的脱禁，是与 QCD 相图相关的关键主题之一。

目前，只有在离散欧几里得时空晶格上对 QCD 分区函数进行蒙特卡罗模拟（参见例如 Borsanyi et al. [9, 11], Bazavov et al. [4, 5], Borsányi et al. [10]) 才能从第一原理出发解决这些问题，并直接探测 QCD 的状态方程 (EoS)。然而，即使是晶格 QCD 模拟也仅限于

相图的某个区域，在该区域内，重子化学势不超过温度的三倍。在这些条件下，QCD 相图不被认为包含任何可以通过某些热力学量的异常行为来轻易检测到并用作手征对称性恢复和/或解禁表象的相变。相反，在较小的重子化学势下，人们预期有介子与部分子之间的平滑过渡。因此，仅使用体积热力学数据来探测手征对称性的恢复以及色解禁似乎是困难的。这解释了需要有关 QCD 物质组成的信息。

这些信息只能在一个统一的方法中获得，该方法同时包含强子和部分子的自由度。与此同时，在低温下抑制非单色夸克和胶子以及在高温下强子的解离应该在这种方法中考虑进去以提供其与 QCD 相图预期现象学的定性一致。在低温下对部分子进行压制可以通过由 Refs. 中的限制密度泛函 Ivanytskyi and Blaschke [17, 16] 和 Polyakov 环机制（见例如 Refs.[21, 19]) 所激发的大夸克自能来实现。允许在高温下的强子解离

Email addresses: oleksii.ivanytskyi@uwr.edu.pl (Oleksii Ivanytskyi^a), david.blaschke@uwr.edu.pl (David Blaschke^{b,c,d}), gerd.roepke@uni-rostock.de (Gerd Röpke^e)

要求将它们视为不是基本准粒子，而是 (反) 夸克的介质有效关联。这个任务可以通过 Baym and Kadanoff [3], Baym [1] 提出的针对热费米子系统的聚类分解方法系统地解决。

在这项工作中，我们应用了之前在 Ref.[8] 中开发的统一强子-部分子方程状态，并受到 QCD 物质聚类分解的启发来研究其手征交叉区域的热力学和组成。我们首次分析了 QCD 物质各个组分对手征方程状态刚度的单独贡献并检查它们机械稳定性的相关问题。为此，我们计算并对比了晶格 QCD 数据中 QCD 物质的整体音速及其各组成部分的个别音速。我们得出结论，QCD 物质的机械稳定性要求在手征交叉伪临界温度之后立即激发部分子自由度。这意味着强子和部分子之间存在一个突然切换，这无法通过各种热力学量的平滑行为检测到。

论文组织如下。下一节我们将基于 QCD 物质的聚类分解来构建模型。其熵密度和声速在第 3 节中进行分析 and 讨论。结论给出在第 4 节。

2. QCD 物质的簇分解

所谓的 Φ -泛函方法通过 Baym and Kadanoff [3], Baym [1] 系统地处理热介质中的多粒子相关性，这等价于 QCD 物质的团簇分解。在这个方案中，夸克表现为单体，而强子和多重夸克色态（例如二夸克）则作为不同大小的团簇共同处理。所有团簇（包括单体）的格林函数应同时作为一个耦合施温格-多森方程系统的解找到，并且团簇自能定义为 Φ -泛函对相应传播子的功能导数。将 Φ -泛函限制在日落型二圈不可约图的类别中，等价于热和/或密集费米系统 Ropke et al. [22] 中团簇化问题的广义贝斯-乌伦贝克方法。进一步的简化与将夸克处理在平均场水平上有关，这允许后续确定所有可能尺寸的簇 $\hat{S}_n$ 的格林函数 n 使用较小尺寸簇的格林函数 $\hat{S}_{m < n}^{-1}$ 。这种方案激发了从参考文献 [8] 中制定统一的团簇化 QCD 物质模型。在本节中，我们简要介绍该模型。为简单起见，我们考虑零重子密度的情况，此时温度 T 是唯一的热力学参数。

夸克的手征动力学通过夸克质量从真空 M_f 从 $M_{u,d}|_{T=0} = 627\text{MeV}$, $M_s|_{T=0} = 770\text{MeV}$ 突变为当前的 $m_{u,d} = 5.6\text{MeV}$, $m_s = 124\text{MeV}$ 值在伪临界温度 $T_c = 156.6\text{MeV}$ 处建模，因此

$$M_f = \theta(T_c - T)M_f|_{T=0} + \theta(T - T_c)m_f, \quad (1)$$

其中下标索引 “ f ” 标记夸克味道。真空夸克质量是根据以下描述的过程固定的，而当前的质量则根据 Workman et al. [25] 的《粒子物理评论》选择的。值得一提的是，在手征对称性破缺区域如此高的夸克质量是由 Ivanytskyi and Blaschke [16, 17] 发展的禁闭密度泛函方法所激发的。更复杂的手征动力学建模对应于在自洽的手征夸克模型内确定有效夸克质量。这一任务已经在提及的夸克物质手征禁闭密度泛函方法中成功完成。为了简化，在这项工作中我们省略了这一步骤，而是通过简单地规定夸克质量的温度依赖性来建模自发破缺的手征对称性和其动力学恢复，将 T_c 作为输入参数处理。它的使用值是根据手征交叉点的格点 QCD 数据固定下来的 [5]。

描述的手性动力学是通过 QCD 的运行耦合 g 由 Polyakov 胶子场 $A^\mu = A_a^\mu \lambda_a$ 来规范化的，其中 λ_a 是 $SU(N_c)$ 色群生成元在 $N_c = 3$ 处。胶子场作为 $\hat{S}_1^{-1} = i\partial + gA - \hat{M}$ 进入介质中的夸克传播子，并由 Polyakov 环势 U_ϕ 表示。后者明确依赖于温度、Polyakov 循环变量 $\phi = \text{tr}_c \exp(gA_3^0 \lambda_3/T)/N_c$ 及其复共轭。定义中 ϕ 的迹是在色指数上进行的。在这项工作中，我们使用来自 Ref.Lo et al. [19] 中的势能 U_ϕ 。注意，在本文考虑的零重子密度下，Polyakov 循环变量是实数，因此我们在下面使用 $\phi^* = \phi$ 。

具有三动量 $|\mathbf{k}| > \Lambda_{\text{pert}} = 222\text{MeV}$ 的微扰夸克态的贡献由通过 Polyakov 胶子场规范的质量为零的夸克的 $O(\alpha_s)$ 阶微扰修正来计算。QCD 耦合的运行导致

$$\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi} = \frac{12\pi}{11N_c - 2N_f} \left[\ln^{-1} \frac{T^2}{T_*^2} - \frac{T_*^2}{T^2 - T_*^2} \right], \quad (2)$$

其中 $N_f = 3$ 是夸克味的数量， $T_* = 94\text{MeV}$ 。根据 Shirkov [23] 提出的解析微扰理论程序，消除了该表达式中的兰道奇异点。

热力学势能的一个强子或由 n_i (反) 夸克组成的类型为 i 的彩色多夸克团簇，由广义 Beth-Uhlenbeck 公式给出

$$\Omega_i = (-1)^{n_i} d_i T \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\omega}{\pi} \ln(1 + (-1)^{n_i+1} f_i) \sin^2 \delta_i \frac{\partial \delta_i}{\partial \omega}, \quad (3)$$

其中 d_i 是这个团簇的自旋-同位旋-色多重性因子。注意，色单重态强子中的多重性因子的色因子为一。方程 (4) 中的热分布函数读作

$$f_i = \frac{\partial}{\partial \ln \omega} \left\{ \frac{\ln(1 + y_i)}{\ln(1 + 3\phi y_i + 3\phi y_i^2 + y^3)} \frac{\text{hadrons}}{N_c^{-1} \text{ colored clusters}} \right\} \quad (4)$$

其中 $y_i = (-1)^{n_i+1} e^{\omega/T}$ 。从这个表达式可以看出，彩色多夸克状态，例如二重夸克，与夸克一样受到 Polyakov 胶子场的规范变换。彩色多夸克团簇的热分布包含因子 N_c^{-1} ，该因子补偿了已经在简并度因子 d_i 中计算过的它们的颜色态的重复计数。通过设置 Polyakov 环变量 $\phi = 1$ ，并比较强子和彩色多夸克团簇的分布，可以发现这一因子的必要性。

多夸克簇的谱性质由相移 $\delta_i = \Im \ln \hat{S}_i$ 携带。定义后者需要多夸克簇的格林函数，这些可以通过相应的自能构建。然而，为了便于在 Ref. Blaschke et al. [8] 中的计算，这些相移是通过参数模型来定义的。在多夸克簇静止框架中的相应相移 ($\mathbf{k} = 0$ 和 $\omega = M$) 是

$$\delta_i = \delta_i^* \left[\theta(M_{\text{thr},i} - M) + \frac{1}{\pi} \arccos \left(\frac{2M - 2M_{\text{thr},i} - N_i \Lambda_i}{N_i \Lambda_i} \right) \times \theta(M - M_{\text{thr},i}) \theta(M_{\text{thr},i} + \Lambda_i N_i - M) \right]$$

其中

$$\delta_i^*(M) = \begin{cases} \pi \theta(M - M_i), & T < T_c \\ \pi \theta(M - M_{\text{thr},i}) \frac{\arctan\left(\frac{M^2 - M_i^2}{\Gamma_i M_i}\right) - \arctan\left(\frac{M_{\text{thr},i}^2 - M_i^2}{\Gamma_i M_i}\right)}{\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{M_{\text{thr},i}^2 - M_i^2}{\Gamma_i M_i}\right)}, & T > T_c \end{cases} \quad (6)$$

方程。(5) 和 (6) 包含 $N_i = N_{l,i} + N_{s,i}$ ，其中 $N_{l,i}$ 和 $N_{s,i}$ 分别是构成类型为 i 的多夸克簇的轻夸克和奇异（反）夸克的数量。该聚集体的质量和衰减宽度分别定义为

$$M_i = M_{i,T=0} + \alpha_1 \Gamma_i, \quad (7)$$

$$\Gamma_i = \alpha_2 (T - T_c) \theta(T - T_c), \quad (8)$$

而 $\alpha_1 = 11.4$ 和 $\alpha_2 = 1.9$ 则根据熵密度的格点数据进行调整。强子的真空质量是根据《粒子物理评论》由 Workman et al. [25] 固定的。由于带色多重夸克聚集体尚未被实验观测到，它们的真空质量仍然未知。在这项工作中，我们估计为

$$M_{i,T=0} = N_{l,i} M_{l,T=0} + N_{s,i} M_{s,T=0} - (N_i - 1)B, \quad (9)$$

其中 $B = 471 \text{ MeV}$ 是每个夸克键的结合能。该结合能在拟合方程 (9) 与核子、伪标量和矢量介子基态质量时确定（参见参考文献 Blaschke et al. [8] 的详细信息）。等式 (5) 和 (6) 中的多夸克团簇的温度依赖衰减阈值是

$$M_{\text{thr},i} = N_{l,i} M_l + N_{s,i} M_s. \quad (10)$$

描述的多夸克团簇处理方案对应于 QCD 低温相中的 Mott 哈德龙共振气体 (MHRG) 图像。如图 1 所示，在

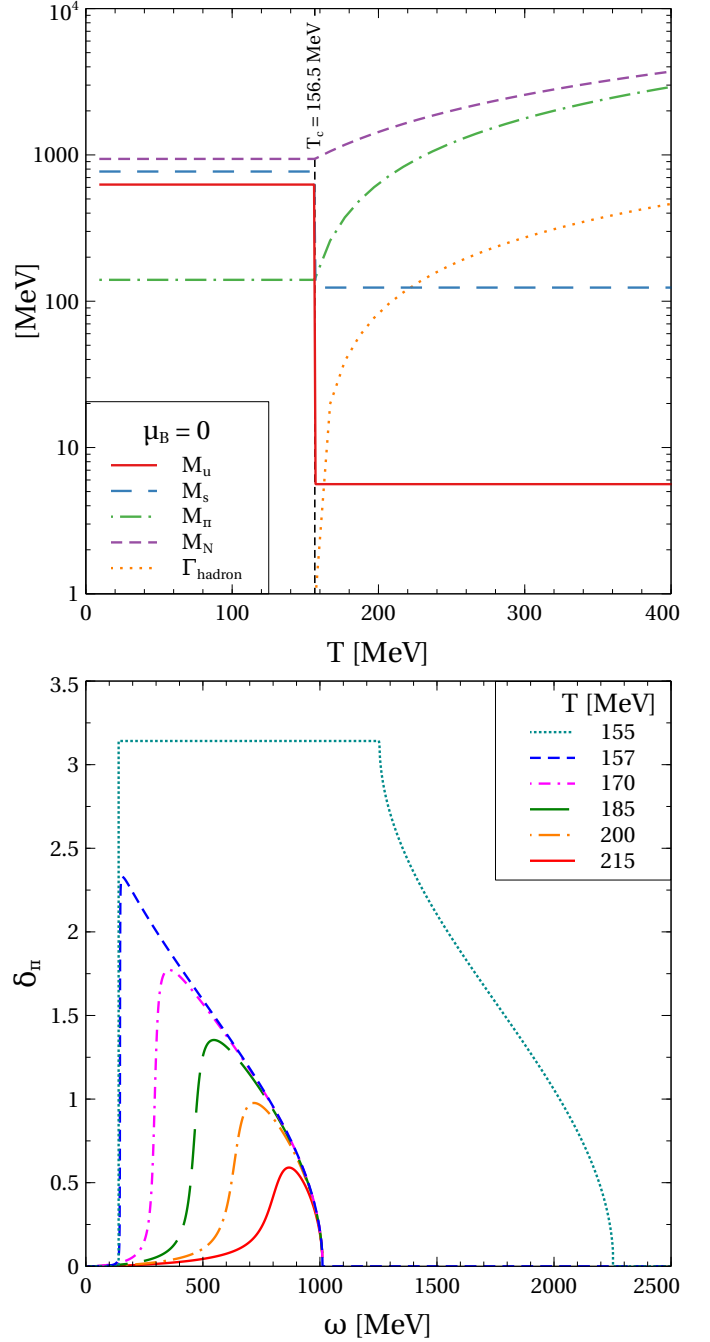


图 1: 夸克、介子和核子的质量谱以及这些强子的 Breit-Wigner 模型衰变宽度随温度的变化 (上图) 和作为通用示例在静止帧中使用的介子参数相移 (下图)。上图中的虚线表示手征交叉过渡的温度。下图图例中的数字对应于计算相移时的温度。这些计算是在零化学势下进行的。

伪临界温度以下，夸克变得沉重，而强子和带色多夸克团簇的质量达到它们的真空值。这提供了 $M_{\text{thr},i} > M_i$ ，使得团簇的夸克衰变在动量上是禁止的。因此，在 $T < T_c$ 处，强子和带色多夸克团簇成为宽度消失的稳定束缚态。同时，后者受到 Polyakov 循环机制的抑制。在伪临界温度及其以上，夸克变得轻盈，使得多夸克团簇

的夸克衰变成为可能。这表现为团簇的 Mott 解离。在 $T > T_c$ 处，这些团簇作为具有有限宽度的短寿命共振态存在。参数化 (7) 和 (8) 源于通过 Blaschke et al. [7] 对 π 介子极化算符进行两圈近似分析所得的结果。

MHRG 图也在图 1 所示的静止相移行为中得到了反映。伪临界温度以下的强子和有色多夸克团簇的束缚态性质由 δ_i 在 $\omega = M_i$ 处的跃升来体现，这导致了谱函数 $\sin^2 \delta_i \delta \delta_i / \partial \omega = \delta(\omega - M_i)$ 中有无限窄的正贡献。 δ_i 在 $\omega > M_{\text{thr},i}$ 处平滑下降的部分对应于强子和有色多夸克团簇的夸克连续区。它在其谱函数中产生了负贡献。描述的相移元素被其平坦部分分隔，该平坦部分在 $\delta_i = \pi$ 处为 $\omega \in [M_i, M_{\text{thr},i}]$ 。它在莫特温度下消失，这与伪临界温度一致，因为在这种情况下 $M_i = M_{\text{thr},i}$ 。在这个温度以上，强子和有色多夸克团的质超过它们的衰变阈值并且宽度是有限的。这导致了没有高度为 π 的平坦部分的平滑谐振型相移。

当前模型的总热力学势可以写为

$$\Omega = -\frac{T}{V} \text{tr} \ln (\hat{S}_1^{-1}) + \mathcal{U}_\phi + \sum_i \Omega_i + \frac{T}{2V} \cdot \quad \cdot, \quad (11)$$

其中 V 是系统的空间体积，最后一项表示两圈微扰修正

$$\frac{T}{2V} \cdot \quad \cdot = \frac{32\pi\alpha_s}{3} \left[\frac{T^2}{2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{f_1}{|\mathbf{k}|} + \left(\int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{f_1}{|\mathbf{k}|} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

如所见，方程 (12) 中的费曼图包括了夸克线和胶子线。因此， $O(\alpha_s)$ 阶校正不仅考虑了微扰夸克态的贡献，还考虑了介导它们之间散射过程的胶子的贡献。注意，纯胶子 $O(\alpha_s)$ 阶图可以通过用胶子线替换方程 (11) 和 (12) 中的夸克线来获得，但在热力学势的微扰修正中不存在该图。这是因为所有的纯胶子贡献，无论是微扰还是非微扰的，已经在拟合纯规范 QCD 格点数据的 Polyakov 环势中得到了考虑。

Polyakov 循环变量通过最小化热力学势来定义，即作为方程 $\partial\Omega/\partial\phi = 0$ 的解。找到它之后，可以通过众所周知的热力学恒等式 $s = -\partial\Omega/\partial T$ 和关系式 $c_s^2 = \partial \ln T / \partial \ln s$ 来获得熵密度和声速平方。这些表达式可以用来定义不同组分对熵密度的部分贡献作为 $s_a = -\partial\Omega_a/\partial T$ ($a =$ (非) 微扰夸克、胶子、强子和带色多夸克团簇) 以及它们各自的声速 $c_{s,a}^2 = \partial \ln T / \partial \ln s_a$ 。对于非微扰夸克， s_a 计算为质量 (1) 的费米子准粒子的熵密度，这些准粒子由 Polyakov 胶子场规范。胶子和微扰夸克的熵密度分别通过对 Polyakov 环势和方程 (12) 求导直接得到。介子和带色多夸克簇的熵密度应作为其

热力学势 Ω_i 的部分 T 导数来评估。重要的是要提到，这些 Ω_i 中进入的相移也依赖于温度。同时，它们的微分项正好被温度导数 Φ -泛函的相应项抵消，如果后者仅限于两圈骨架图 [24, 6]。 s_a 的显式表达式可以在文献中找到。[8]。

在分析手征交叉点处 QCD 物质的性质之前，我们想讨论个别声速的物理意义。将定义自定义为 $ds_a/dT = s_a/Tc_{s,a}^2$ ，并使用热力学第二定律 $dQ_a = Tds_a$ 以及通过相应的个别热容表示的传热量作为 $dQ_a = C_a dT$ ，后者可以写成

$$C_a = \frac{s_a}{c_{s,a}^2}. \quad (13)$$

从这个关系中我们可以得出结论，对于伪临界温度以上的强子和带色多夸克团簇观察到的负 $c_{s,a}^2$ 会导致热平衡不稳定，除非由于部分子的出现总声速为正，从而导致热量容量为正。因此，个别声速允许探测 QCD 物质各个组分的热平衡稳定性。

在参考文献 Blaschke et al. [8] 和本研究中，我们考虑了质量低于 2.6 GeV 的 58 种介子、60 种重子和 60 种反重子，以及氦核和参考文献 Buccella [12] 中描述的假设自旋-味-色单态六夸克状态及其反粒子。所有可能味道成分的二重子、四重子和五重子也包括在内及其反粒子。

3. 声速在手征交叉处

定义 QCD 物质的熵密度与温度的关系是确定其声速的第一步。图 2 展示了上面提到的 s 作为 T 的函数。在伪临界温度以下，熵密度主要由弱相互作用强子的 MHRG 主导，这可以通过假设强子相互作用饱和到共振形成的 Hadron Resonance Gas 模型相当准确地描述，即 Hagedorn [15]。夸克、胶子和带色多夸克簇在这一域中的贡献受到抑制，因为它们是非单态的色状态。在 $T = T_c$ 处，强子和带色多夸克簇经历 Mott 解离，超过这一点时它们以短寿命共振形式存在。这削弱了它们对熵密度的贡献。同时，强子解离使夸克去禁闭。它们的热激发在伪临界温度以上为主要贡献者。通过胶子场测量，夸克激发也驱动 Polyakov 环变量在 $T > T_c$ 的增长。这表明了胶子的热激发，它们对 s 也有重要贡献。同时，多夸克团簇在 $T > T_c$ 处由于其组成夸克的莫特解离仍然受到抑制。然而，带色的团簇具有较大的重子荷和自旋同位旋简并因子。正因为如此，它们携带着显

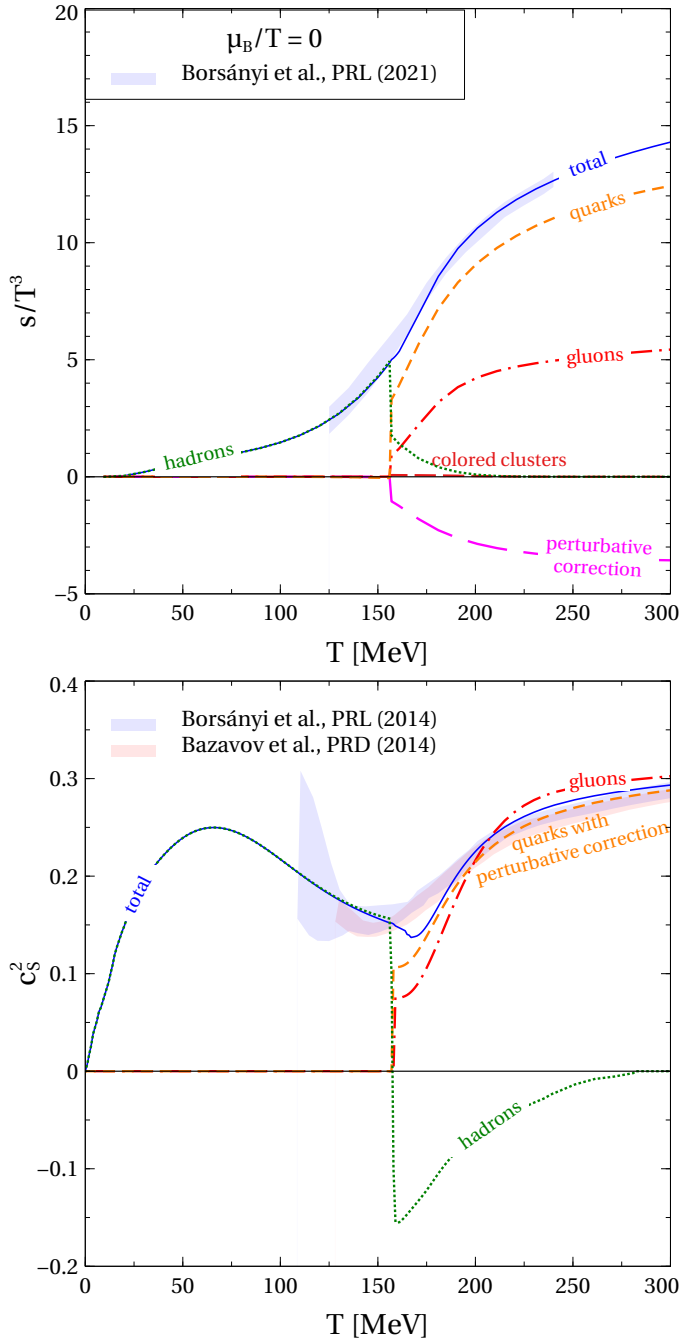


图 2: 熵密度 (上图) 和速度-of-声音 (下图) 的温度依赖性 QCD 物质。阴影区域表示来自文献的格点 QCD 数据。[10, 11, 4]。计算是在化学势为零的情况下进行的。

著比例的重子荷，并因此在有限重子化学势 [8] 处扮演着重要角色。例如，在 $\mu_B/T = 3$ 处，由带色多夸克团簇携带的部分熵与胶子携带的一致。值得一提的是，该模型还探究了尚未观测到的六夸克体系在有限重子密度下的热力学重要性。如预期的那样，夸克的贡献渐近饱和至斯特藩-玻尔兹曼极限，而计入微扰修正则使其与 $O(\alpha_s)$ 微扰结果一致。

如图 2 所示，在伪临界温度下，无色强子和有色部分子自由度之间的转换是突然且尖锐的，因为 QCD 物质不同组分的部分贡献在 T_c 处是不连续的。然而，总熵密度的行为是连续和平滑的，并与参考文献中的格点 QCD 数据吻合良好。Borsányi et al. [10] 这种规律性以及 s 的温度导数与其在夸克和强子之间突然转换是一致的，也符合夸克-强子对偶性的物理图景 [20]。技术上来说， s 的这种规律性是由强子、多夸克簇、夸克和胶子在伪临界温度下对总熵密度部分贡献的下降和跳跃幅度完美抵消所提供的。相应的声速也与参考文献中的格点 QCD 数据有合理的吻合。Borsanyi et al. [11], Bazavov et al. [4]

值得注意的是，即使夸克质量在 T_c 处不连续，在当前方法中评估的轴向凝聚物在伪临界温度处仍然是连续和平滑的。类似于熵密度的情况，夸克对总轴向凝聚物贡献的不连续性由强子轴向凝聚物的不连续性补偿，后者可以通过使用强子 σ -项 [18] 的群分解形式主义来评估。

在伪临界温度以下，QCD 物质的热力学性质主要由强子定义，并且它们各自的声速与总声速一致。在低温下，总的熵密度在 $T \approx 60\text{MeV}$ 达到最大值。在此温度之上，比介子更重的强子态被激发，这降低了 MHRG 的个别声速。夸克和胶子的个别声速在 $T < T_c$ 时消失，因为在低温下部分是禁闭的。高于伪临界温度后，强子解离并且 MHRG 变得机械不稳定，这一点从其个体声速的负值可以看出来。此外，在这种情况下 MHRG 的热平衡也是不稳定的。因此，热力学平衡 QCD 物质的机械稳定性要求立即在 T_c 之后激发部分子自由度。图 2 表明夸克和胶子的个别声速在伪临界温度之上迅速增长并渐近饱和到符合值 $c_s^2 = 1/3$ 。这稳定了高温下的 QCD 物质。总的声速在其略高于伪临界温度时有一个最小值。这反映了由于部分子自由度去禁闭而在手征交叉附近 QCD 物质的软化。

有趣的是，在伪临界温度之上，夸克的个体声速超过了胶子的个体声速，此时非微扰和微扰夸克态的总熵密度也高于胶子的熵密度。这意味着在提到的温度下，QCD 物质的刚度主要是由夸克引起的。在更高的温度下，胶子的个体声速高于夸克的个体声速。同时，如图 2 的上部所示，在任何温度下，非微扰和微扰夸克态所携带的熵密度都超过胶子所携带的熵密度。因此，在高温下，夸克和胶子对 QCD 物质的刚度做出了相容的

贡献。

4. 结论

一个统一的状态方程，考虑了强子、夸克、二重夸克、四重夸克、五重夸克和胶子，是基于广义 Beth-Uhlenbeck 方法对具有聚类化的热费米系统而制定的。该状态方程应用于零重子密度下的 QCD 物质建模。通过将夸克质量从高真空值急剧切换到相对较小的当前夸克质量来模拟夸克物质的适当手征动力学。通过用 Polyakov 胶子场对有色夸克和多重夸克态进行规范变换，引入了 QCD 的禁闭特性。

该模型不仅用于分析热 QCD 物质的大量热力学性质，还用于分析其组成。特别关注了伪临界温度附近的手征交叉过渡区域。虽然有粒子、夸克、彩色多夸克态和胶子的部分贡献在伪临界温度下表现出剧烈的不规则性，但总熵密度保持平滑，与格点 QCD 数据相符，这符合零重子密度下的 QCD 过渡的交叉性质。发现由 Polyakov 环机制在低温下以及其 Mott 解离在高温下，彩色多夸克簇的贡献受到抑制。

集群化 QCD 物质的声速首次被分析。结果显示，手征对称性的恢复导致 MHRG 表现出机械不稳定，这体现在其个体声速在伪临界温度以上出现负值。这意味着，在手征交叉后，QCD 物质的热力学性质由部分子自由度决定。考虑到这些因素使得当前模型与晶格 QCD 关于声速的数据具有合理的一致性。

尽管该方法的一般特性允许其应用于任意的重子密度，但可靠地建模 QCD 相图在大 μ_B 时应考虑可能存在一阶相变及其临界端点。这一任务可以在手征对称限制密度泛函方法 [17, 16] 中实现，这超出了本文的工作范围。

致谢

O.I. 的工作是在华沙理工大学卓越计划—研究型大学项目框架内完成的，该项目由波兰教育部和科学部资助。O.I. 和 D.B. 感谢波兰国家科学中心编号为 2021/43/P/ST2/03319 的资助支持。G.R. 的工作得到了亚历山大·冯·洪堡基金会与波兰科学基金会联合奖学金的支持。

References

- [1] Baym, G., 1962. Selfconsistent approximation in many body systems. Phys. Rev. 127, 1391–1401. doi:10.1103/PhysRev.127.1391.
- [2] Baym, G., Hatsuda, T., Kojo, T., Powell, P.D., Song, Y., Takatsuka, T., 2018. From hadrons to quarks in neutron stars: a review. Rept. Prog. Phys. 81, 056902. doi:10.1088/1361-6633/aaae14, arXiv:1707.04966.
- [3] Baym, G., Kadanoff, L.P., 1961. Conservation Laws and Correlation Functions. Phys. Rev. 124, 287–299. doi:10.1103/PhysRev.124.287.
- [4] Bazavov, A., et al. (HotQCD), 2014. Equation of state in (2+1)-flavor QCD. Phys. Rev. D 90, 094503. doi:10.1103/PhysRevD.90.094503, arXiv:1407.6387.
- [5] Bazavov, A., et al. (HotQCD), 2019. Chiral crossover in QCD at zero and non-zero chemical potentials. Phys. Lett. B 795, 15–21. doi:10.1016/j.physletb.2019.05.013, arXiv:1812.08235.
- [6] Blaizot, J.P., Iancu, E., Rebhan, A., 2001. Approximately selfconsistent resummations for the thermodynamics of the quark gluon plasma. 1. Entropy and density. Phys. Rev. D 63, 065003. doi:10.1103/PhysRevD.63.065003, arXiv:hep-ph/0005003.
- [7] Blaschke, D., Buballa, M., Dubinin, A., Roepke, G., Zablocki, D., 2014. Generalized Beth–Uhlenbeck approach to mesons and diquarks in hot, dense quark matter. Annals Phys. 348, 228–255. doi:10.1016/j.aop.2014.06.002, arXiv:1305.3907.
- [8] Blaschke, D., Cierniak, M., Ivanytskyi, O., Röpke, G., 2024. Thermodynamics of quark matter with multiquark clusters in an effective Beth-Uhlenbeck type approach. Eur. Phys. J.

- A 60, 14. doi:10.1140/epja/s10050-023-01229-8, arXiv:2308.07950.
- [9] Borsanyi, S., Endrodi, G., Fodor, Z., Jakovac, A., Katz, S.D., Krieg, S., Ratti, C., Szabo, K.K., 2010. The QCD equation of state with dynamical quarks. *JHEP* 11, 077. doi:10.1007/JHEP11(2010)077, arXiv:1007.2580.
- [10] Borsányi, S., Fodor, Z., Guenther, J.N., Kara, R., Katz, S.D., Parotto, P., Pásztor, A., Ratti, C., Szabó, K.K., 2021. Lattice QCD equation of state at finite chemical potential from an alternative expansion scheme. *Phys. Rev. Lett.* 126, 232001. doi:10.1103/PhysRevLett.126.232001, arXiv:2102.06660.
- [11] Borsanyi, S., Fodor, Z., Hoelbling, C., Katz, S.D., Krieg, S., Szabo, K.K., 2014. Full result for the QCD equation of state with 2+1 flavors. *Phys. Lett. B* 730, 99–104. doi:10.1016/j.physletb.2014.01.007, arXiv:1309.5258.
- [12] Buccella, F., 2020. On the Mass and on the Dynamical Properties of the Sexaquark. *PoS CORFU2019*, 024. doi:10.22323/1.376.0024.
- [13] Busza, W., Rajagopal, K., van der Schee, W., 2018. Heavy Ion Collisions: The Big Picture, and the Big Questions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 68, 339–376. doi:10.1146/annurev-nucl-101917-020852, arXiv:1802.04801.
- [14] Fukushima, K., Hatsuda, T., 2011. The phase diagram of dense QCD. *Rept. Prog. Phys.* 74, 014001. doi:10.1088/0034-4885/74/1/014001, arXiv:1005.4814.
- [15] Hagedorn, R., 1965. Statistical thermodynamics of strong interactions at high-energies. *Nuovo Cim. Suppl.* 3, 147–186.
- [16] Ivanytskyi, O., Blaschke, D., 2022a. Density functional approach to quark matter with confinement and color superconductivity. *Phys. Rev. D* 105, 114042. doi:10.1103/PhysRevD.105.114042, arXiv:2204.03611.
- [17] Ivanytskyi, O., Blaschke, D.B., 2022b. Recovering the Conformal Limit of Color Superconducting Quark Matter within a Confining Density Functional Approach. *Particles* 5, 514–534. doi:10.3390/particles5040038, arXiv:2209.02050.
- [18] Jankowski, J., Blaschke, D., Spalinski, M., 2013. Chiral condensate in hadronic matter. *Phys. Rev. D* 87, 105018. doi:10.1103/PhysRevD.87.105018, arXiv:1212.5521.
- [19] Lo, P.M., Friman, B., Kaczmarek, O., Redlich, K., Sasaki, C., 2013. Polyakov loop fluctuations in SU(3) lattice gauge theory and an effective gluon potential. *Phys. Rev. D* 88, 074502. doi:10.1103/PhysRevD.88.074502, arXiv:1307.5958.
- [20] Poggio, E.C., Quinn, H.R., Weinberg, S., 1976. Smearing the Quark Model. *Phys. Rev. D* 13, 1958. doi:10.1103/PhysRevD.13.1958.
- [21] Ratti, C., Roessner, S., Thaler, M.A., Weise, W., 2007. Thermodynamics of the PNJL model. *Eur. Phys. J. C* 49, 213–217. doi:10.1140/epjc/s10052-006-0065-x, arXiv:hep-ph/0609218.
- [22] Ropke, G., Bastian, N.U., Blaschke, D., Klahn, T., Typel, S., Wolter, H.H., 2013. Cluster virial expansion for nuclear matter within a quasiparticle statistical approach. *Nucl. Phys. A* 897, 70–92. doi:10.1016/j.nuclphysa.2012.10.005, arXiv:1209.0212.
- [23] Shirkov, D.V., 2001. Analytic perturbation theory in analyzing some QCD observables. *Eur. Phys. J. C* 22, 331–340. doi:10.1007/s100520100794, arXiv:hep-ph/0107282.
- [24] Vanderheyden, B., Baym, G., 1998. Self-consistent approximations in relativistic plasmas: Quasiparticle analysis of the thermodynamic properties. *J. Statist. Phys.* 93,

843. doi:10.1023/B:JOSS.0000033166.37520.ae,
arXiv:hep-ph/9803300.

[25] Workman, R.L., et al. (Particle Data Group),
2022. Review of Particle Physics. PTEP 2022,
083C01. doi:10.1093/ptep/ptac097.