

伊辛临界性中里德伯原子阵列的奇异对称介子谱学

Joseph Vovrosh^{1,*}, Julius de Hond², Sergi Julià-Farré²,

Johannes Knolle^{3,4,5} and Alexandre Dauphin^{6,†}

¹PASQAL SAS, 法国巴黎埃米尔·鲍杜安路 24 号 - 91120 帕莱索

²PASQAL SAS, 法国巴黎 91120 帕莱索埃米尔鲍多街 24 号

³慕尼黑工业大学, 自然科学学院, 物理系, TQM, 德国加兴 85748

⁴Munich Center for Quantum Science and Technology (MCQST), Schellingstr. 4, 80799 München, Germany

⁵Blackett Laboratory, Imperial College London, London SW7 2AZ, United Kingdom

⁶PASQAL SAS, 24 Rue Émile Baudot - 91120 Palaiseau, 巴黎, 法国

伊辛模型作为探索量子临界系统中涌现对称性的典范平台。一维伊辛链的临界点由共形伊辛场论描述, 在磁场扰动存在的情况下仍保持可积性, 这导致了与例外李代数 E_8 相关的大质量粒子出现。将两个伊辛链耦合到梯子结构中会带来更加丰富的 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性。相关的粒子激发的实验特征在散射研究中的自旋链材料 CoNb_2O_6 中可能已经被观察到。在此, 我们通过调整几何形状, 在里德堡原子量子处理单元中探测这些涌现对称性, 实现了链和梯子结构。我们在各自的临界点上确定了与 E_8 和 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性一致的质量谱。我们的结果展示了里德堡平台在研究量子多体系统中的对称性涌现方面的能力, 并提供了直接观察约束、几何和临界性的相互作用的窗口。

介绍- 量子临界点处出现的对称性为许多体系统的普适行为提供了深刻的见解 [1]。其中, 例外李代数 E_8 因其在基本一维 (1D) 横向场伊辛链 (TFIC) 的量子临界点上出现而受到了广泛关注, 在该临界点处横向场被纵向场取代 [1, 2]。代替连续的量子临界响应, 结构因子中出现了束缚态的离散峰, 这些特征已在准一维伊辛铁磁体 CoNb_2O_6 中通过实验观测到 [3]。值得注意的是, 束缚态的谱具有由图 1 (a) 给出的 E_8 对称性决定的普适能量比。

然而, 后续研究表明, CoNb_2O_6 的激发谱可能更准确地由仿射李代数 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ [4–6] 描述, 这源于强烈的链间相互作用 [参见图 1(a)], 实际上使系统表现为伊辛梯子而非简单的链条。这种对称性的变化凸显了涌现现象对系统内部几何结构和相互作用的敏感性。

在扰动量子临界点出现的束缚态与禁闭现象密切相关, 即在有序相深处, 扰动会导致畴壁拟粒子之间的势能单调增加, 并形成离散的介子束缚态 [7, 8]。后者随后连续连接到临界点的离散粒子并控制实时淬火动力学 [9, 10]。在量子伊辛链中, 禁闭可以通过多种机制诱导, 包括外磁场 [10, 11]、长程相互作用 [12, 13] 和链间耦合 [14, 15], 导致丰富的激发谱反映了系统的对

称性性质 [9]。

在这项工作中, 我们利用里德堡原子阵列的多功能性, 分别在 1D 伊辛链和伊辛梯形中实验研究了 E_8 和 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性的出现 [16–18]。通过精确设计这些量子模拟器中的几何结构和相互作用, 我们能够探测系统的临界点并观察相应的束缚态光谱。此前, 在远离其临界点的孤立伊辛链中已经报道了类似 [13] 和数字量子处理单元 (QPU) [11, 19] 中有约束迹象。在这里, 我们的光谱测量和新的梯形几何结构揭示了与 E_8 和 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 理论预测相符的特征频率, 为这些基础临界点中出现的对称性提供了有力证据。本研究展示了量子处理单元在模拟模式下探索复杂多体物理的强大能力, 并为未来更高维度系统和其他奇异对称性的研究铺平了道路。

伊辛链中的约束- 在这项工作中, 我们考虑横向场伊辛模型, 该模型描述了相互作用的自旋- $\frac{1}{2}$ 粒子

$$H_I = -J \sum_{i,j} \sigma_i^z \sigma_j^z - h_x \sum_i \sigma_i^x, \quad (1)$$

其中 σ_i^α 是通常的泡利矩阵算符, 作用于 i^{th} 位点, J 是自旋-自旋相互作用, h_x 是横向场。在其余的工作中, 我们设 $J = 1$ 。

在一维 TFIC 准粒子激发与此哈密顿量对应的自由费米子相对应。通过考虑 $h_x < h_c$, 其中 $h_c = 1$ 是该哈密顿量的临界点, 准粒子可以用简单的畴壁很好

* joseph.vovrosh@pasqal.com

† alexandre.dauphin@pasqal.com

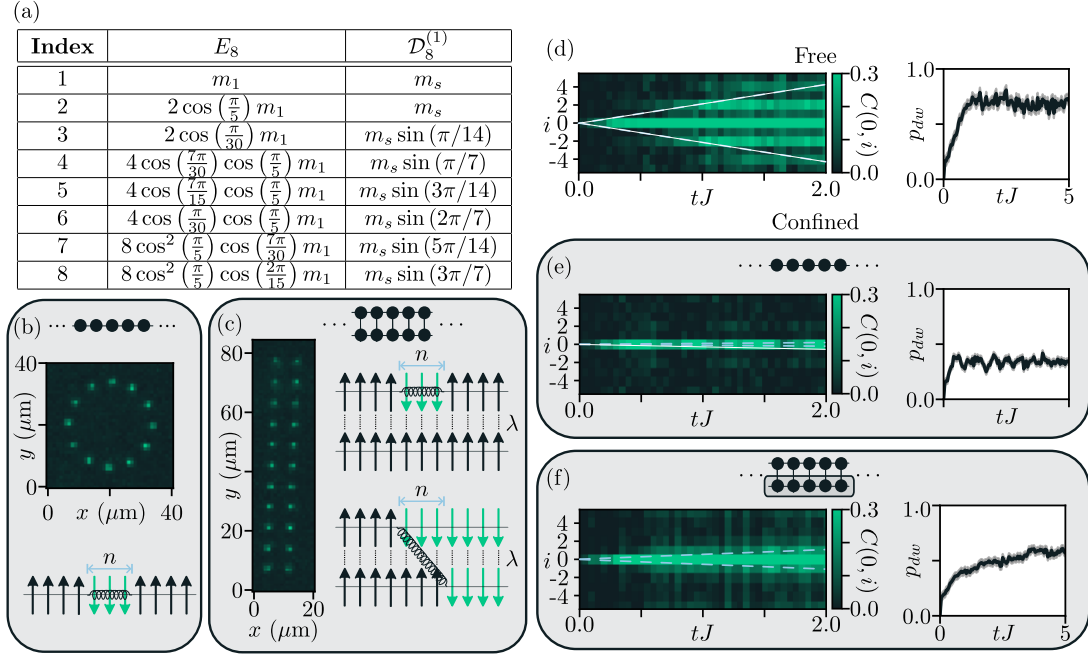


图 1: (a) 由 E_8 和 $\mathcal{D}_8$ 对称性预测的介子质量 [2, 4]。 (b-c) 在中性原子平台上实现的原子寄存器，用于研究一维伊辛链和准一维伊辛梯度，以及相应域壁介子激发的示意图。 (d-f) 伊辛链的 QPU 数据 (d) 带有 $N = 12, h_x = 1$ 和 $h_z = 0$, (e) 以及在纵向磁场 $h_z = 4$ 存在下的情况。图 (f) 描绘了弱耦合的 Ising 梯子，具有 $N = 11, h_z = 0$ 和 $\lambda = 1$ 。每个 (d-f) 图的左面板显示了从 $|00 \cdots 00\rangle$ 状态（用虚线蓝色表示理论预测）淬火后 Ising 模型的相关性传播，而每个右面板则展示了该淬火后的畴壁数量，归一化为最近邻对的数量。

地近似。引入一个有限纵向场 $-h_z \sum_i \sigma_i^z$ ，两个准粒子会经历一种线性约束力，这种力与它们之间的距离以及 h_z [7] 成正比，见图 1(b)。因此，每一对准粒子形成一个质量由 $m_i = E_i - E_0$ 定义的介子束缚态，其中 E_i 是零动量下的 i^{th} 能级。已知限制会减慢关联和纠缠传播 [11]，延迟热化 [12, 20]，并导致有趣的现像如弦断裂 [21] 和非弹性碰撞 [19, 22–25]。

限制也已知发生在弱耦合横向场伊辛梯子 (TFIL) 中的 $h_x < h_c$ ，以及没有需要额外的磁场，

$$H = H_I^1 + H_I^2 - \lambda \sum_i \sigma_{1,i}^z \sigma_{2,i}^z, \quad (2)$$

其中 H_I 作用于 i^{th} 梯， $i \in \{1, 2\}$ 和 $\lambda \ll 1$ 。在此条件下，激发态对也会经历线性约束力，这次与它们的间距以及链间耦合成正比， λ 。最近采用时间依赖密度矩阵重整化群方法的理论研究表明，TFIL 的激发谱展示出丰富的束缚态结构 [14]。这包括了内部和跨链介子激发，以及介子自身的束缚态，见图 1(b)。这些高阶束缚态的存在表明了一个独特的分层约束机制，这一机制仅存在于由两个耦合的伊辛共形场论描述的梯形几何结构中 [4]。

尽管量子场论中与这些模型相关的 E_8 和 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性的预测是基于仅假设最近邻相互作用的纵向磁场 TFIC 和 TFIL 得出的，但即使在存在长程相互作用尾和其他误差项的情况下，如捕获离子系统 [26] 中遇到的情况以及需要更精确模型的 CoNb_2O_6 [9] 所需的附加次主导项中， E_8 对称性仍然近似保持不变。在以下各节中，我们扩展这一视角以表明 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对长程相互作用（如在里德堡阵列中实现的那些）具有鲁棒性。

实验考虑- 可以用光学夹钳中的中性原子阵列自然实现类似伊辛的哈密顿量。当被激发到高赖德堡态时，它们表现出大的偶极相互作用。通过将基态定义为 $|0\rangle$ ，里德堡态定义为 $|1\rangle$ ，哈密顿量可以表示为

$$H_{\text{Ryd}} = \sum_{i,j>i} \frac{C_6}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^6} n_i n_j + \frac{\hbar \Omega(t)}{2} \sum_i \sigma_i^x - \sum_i \frac{\hbar \delta_i(t)}{2} \sigma_i^z, \quad (3)$$

其中 $n_i = (1 + \sigma_i^z)/2$, $C_6 > 0$ 是范德瓦尔斯反铁磁相互作用的强度，而 $\Omega(t)$ 和 $\delta(t)$ 是由外部激光 [27] 诱导的拉比频率和失谐。通过调整拉比频率和失谐，可以将这个哈密顿量精确地映射到具有周期性边界条件 (PBC) 的伊辛模型上，并且对于开放边界条件 (OBC)，在系

统边缘处最多会存在一个局部纵向磁场，具体细节可以在附录 A 中找到。此外，我们还可以探测保持时间反演对称性的初始状态下的铁磁伊辛模型的动力学 [28]。

特别地，通过将原子排列成一维链，或者在我们的案例中，排成允许考虑周期边界条件的圆形结构，在里德堡原子平台上可以实现纵向磁场 TFIC。参见图 1(b)。此外，我们通过将原子排列成两条一维链，在里德堡原子平台上实现了 TFIL。注意，给定一个二维捕获区域，无法精确实现具有周期边界条件的伊辛梯子，因此在这项工作中我们考虑这种准一维系统的开放边界条件。参见图 1(b)。

约束的观测-囚禁动力学的一个典型特征是，在突然淬火后相关性传播受到抑制，即 $C(i, j) = \langle \sigma_i^z \sigma_j^z \rangle - \langle \sigma_i^z \rangle \langle \sigma_j^z \rangle$ 。在传统的临界系统中，相关性通常以弹道方式扩散，由准粒子的最大群速度控制，对于 TFIC 而言，这由 $\mathcal{V} = 2 \min(1, h_x)$ [10, 29, 30] 给出。然而，在囚禁系统中，准粒子之间存在有效的势能显著减缓了它们的传播，导致纠缠增长的特征性抑制，并偏离预期的光锥动力学。这种行为已经在理论模型 [10, 12, 14] 和实验平台 [11, 13, 31] 中得到了广泛研究，使其成为识别囚禁效应的关键可观测量。

在我们的实验中，我们通过比较不同的状态直接观察到了限制的影响。在没有限制的情况下，关联以一个清晰的光锥传播，这与 Lieb-Robinson 界限 [30] 一致，该界限规定了量子系统中信息传播的最大速度，见图 1(d)。然而，在纵向场存在或弱耦合 Ising 链的情况下，关联的传播显著减缓，见图 1(e-f)。这种行为与受限系统的理论预测相符，在该系统中，通过低能级的最大群速度计算出的有效介子速度（参见附录 B）支配着关联传播的动力学 [10, 11]。

除了减缓相关性传播的速度，我们还观察到限制抑制了域壁数量的增长，这是受约束动力学的一个特征，请参见图 1(e-f) 右侧面板。这种抑制与介子类束缚态限制域墙增殖可用相空间的画面一致。这些结果提供了直接的实验证据，表明限制引起的在相关性传播和激发动力学中的减速现象——这一定性特征也在在一维 [32] 和二维 [33] 受限晶格规范理论的量子模拟中被观察到。

对称性的观测-研究伊辛链和梯子在临界点出现的 E_8 和 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性，我们首先优化原子寄存器、拉比频率和失谐度以确保被研究的系统准确反映理论预

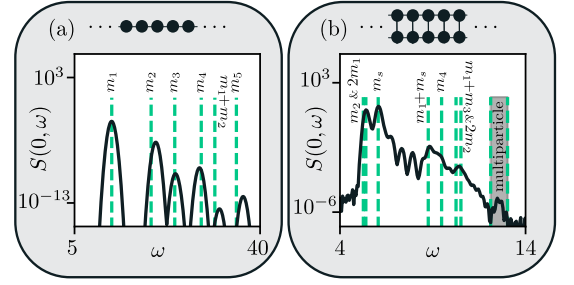


图 2: 零动量动力学结构因子对于 (a) 具有纵向磁场的 TFIC 与 $h_x = 1$ 和 $h_z = 4$ ，以及 (b) TFIL 与 $h_x = 1$ 、 $h_z = 0$ 及链间耦合 $\lambda = 1$ 。在两种情况下，垂直虚线表示与出现对称性相关的理论预测质量比：链中的 E_8 和梯子中的 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 。

测的能量谱。为了验证 E_8 对称性的存在，我们检查具有周期性边界条件 (PBC) 的 12 量子比特伊辛链。通过调整拉比频率和失谐量使得 $h_x = 1$ 和 $h_z = 4$ ，我们从精确对角化获得的完整本征谱中得到了相应的零动量动力学结构因子 $S(k=0, \omega)$ (DSF)，如图 2(a) 所示。这些结果中看到的峰的比例与 E_8 对称性的理论预测非常吻合 [9]。注意，尽管链的长度相对较小，但最低质量遵循预测的原因是强纵向场抑制了有限尺寸效应 [26]。

类似地，为了评估里德堡梯是否很好地由 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性描述，我们考虑两条具有 OBC 的 11 量子位伊辛链。原子间距、拉比频率和失谐被调整为满足 $\lambda = 1$ ， $h_x = 1$ 和 $h_z = 0$ 的条件，总共使用了 22 个量子位。我们在矩阵乘积态方法 [9] 的帮助下模拟 DSF。如图 2(b) 所示， $S(k=0, \omega)$ 中的峰值与预测的 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ 对称性 [5, 6] 的峰值很好地对齐。

对于这两种涌现对称性， E_8 和 $\mathcal{D}_8^{(1)}$ ，我们通过两步方法提取介子谱：首先通过对淬火动力学的经典模拟来建立基线，然后在 QPU 上进行。经典模拟使我们能够计算精确的长时间动态，并验证所选协议是否忠实地将介子质量编码在时域演化中。通过对模拟可观测量进行傅里叶变换，我们获得了一个具有主导频率 ω_i 的清晰谱分解，这些频率与理论预测的介子质量值的线性组合相匹配，如图 3(a-b) [34] 中的虚线所示。

为了在量子处理单元 (QPU) 上复制此协议，我们必须通过限制可访问的演化窗口来考虑设备有限的相干时间。虽然 QPU 模拟时间仅限于 $tJ \sim 5$ ，但这些时间显著超过了以前工作中所能达到的时间 [13, 34, 35]，使我们能够有意义地探索动力学特性。对于具有纵向

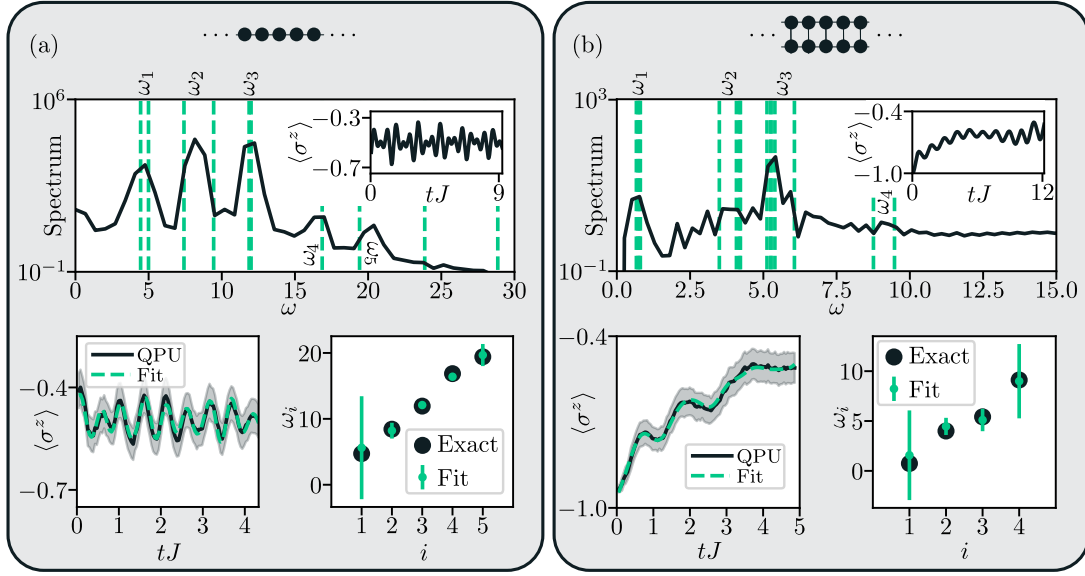


图 3: 从 $|00\cdots 0\rangle$ 状态进行的淬火动力学分析, 转移到纵向场中的 TFIC (a) $N = 12$ 、 $h_x = 1$ 和 $h_z = 4$, 以及 (b) 带有 $N = 11$ 、 $h_x = 1$ 、 $h_z = 0$ 和 $\lambda = 1$ 的 TFIL。上面板展示了用经典方法进行的淬火傅里叶分析, 嵌入图中显示了实时数据。主要峰值对应于由 E_8 和 $D_8^{(1)}$ 对称性预测的介子质量——及其差异——由虚线垂直线表示。下侧板则展示了来自淬火的非平衡实验结果。对数据拟合了一个傅里叶级数假设, 并用于提取主要频率。

场的 TFIC, 介子谱跨越广泛的能量范围, 因此我们选择了一个相对较大的纵向场 $h_z = 4$, 以将相关频率压缩到适合量子硬件操作范围的较短时间尺度内。然而, 这个大的磁场导致了平凡的初始状态 $|0\rangle^{\otimes N}$ 主要与 E_8 谱中的最低质量 m_1 和 m_2 耦合, 严重限制了更高介子态的可见性。为了解决这个问题, 我们采用了一个两阶段淬火协议: 系统首先在短时间内 ($tJ \approx 0.5$) 与 $h_x = 1$ 和 $h_z = 0$ 演化, 生成一个具有非平凡结构的中间状态。然后我们将系统突然淬火至 $h_x = 1$ 和 $h_z = 4$, 从这个状态开始的动力学与多个 E_8 介子本征态有更大的重叠。这从而产生了一个更丰富的频率谱。

相比之下, 在 TFIL 几何中实现的 $D_8^{(1)}$ 情况下, 基态 $|0\rangle^{\otimes 2N}$ 自然与几种介子模式重叠。因此, 从这个初始状态进行单一淬火足以激发广泛的介子质量谱, 消除了准备演化阶段的需要。因此我们考虑从 $|0\rangle^{\otimes N}$ 到具有 $h_x = 1$ 和 $\lambda = 1$ 的 TFIL 的单一淬火。

为了定量分析 QPU 数据, 我们将得到的时间轨迹拟合到一个多重频率的傅里叶假设中, 其中主导频率的数量 ω_i 与经典模拟中的相同, 使用 ADAM 优化器 [36]。我们对每个 20,000 个周期进行了 20 次独立拟合, 以确保收敛性和鲁棒性 (参见附录 C)。然后将提取的频率在各拟合中取平均, 并且结果展示在图 3 (下图) 中。尽管存在统计波动和硬件引起的噪声, 但平均

值与预测 ω_i 非常吻合。因此, 与经典模拟的一致性证实了 QPU 捕捉到了与 E_8 和 $D_8^{(1)}$ 对称性相关的关键频谱特征。我们强调这两种情况的约束机制是截然不同的, 因为 TFIL 不需要纵向场, 而是另一条链作为动力学约束场在我们的梯形几何结构中捕获。对于在 QPU 结果中观察到的噪声的研究, 请参见附录 D。

结论与展望 - 在本文中, 我们借助中性原子量子处理单元 (QPU) 的帮助, 在临界点观察了伊辛模型的定性和定量涌现对称性。我们首先利用原子寄存器的灵活性探测了一维周期边界条件下的伊辛链和开放边界条件下的伊辛梯度中的约束现象。特别是, 我们在这些模型中观测到了由于约束而导致的相关性传播减慢的现象。最后, 通过进行介子光谱学研究, 我们展示了可以通过实时淬火动力学从这些模型中提取出涌现的 E_8 和 $D_8^{(1)}$ 对称性。因此, 我们的 QPU 允许我们特别探测磁性材料 CoNb_2O_6 的低能量谱, 并且发现其与中子散射观测结果在定性上一致。

虽然本工作中在 QPU 上模拟的所有动力学对于所考虑的系统规模和维度都是经典可处理的, 但中性原子 QPU 可以扩展到二维中的数百个原子。事实上, 一些研究已经使用中性原子平台研究了二维系统的限制物理学 [37], 以及超导量子比特 [33]。随着初始状态制备的改进, 介子散射实验 [19, 22–24] 将成为可能,

并将有助于更好地描述散射的弹性或非弹性性质。

ACKNOWLEDGMENTS

A.D. 感谢 Christophe Jurczak 对手稿的仔细阅读。J.K. 感谢 Aspen Center for Physics 的款待, 该中心由国家科学基金会资助 (拨款号 PHY-2210452)。J.K. 承认获得了德国研究联合会 (DFG, 德国研究基金) 在德国卓越战略 - EXC - 2111 - 390814868 和 DFG 拨款 KN1254/1-2, KN1254/2-1 和 TRR 360 - 492547816 的支持, 以及获得了由巴伐利亚州政府通过 Hightech Agenda Bayern Plus 提供资金支持的慕尼黑量子谷的支持。J.K. 进一步承认了 Imperial-TUM 标志性伙伴关系的支持。Pasqal 团队感谢欧盟对项目 EQUALITY (拨款协议 101080142) 和 PASQuanS2.1 (HORIZON-CL4-2022-QUANTUM02-SGA, 拨款协议 101113690) 的资金支持。

最后, 中性原子量子处理单元可以轻松用于探测希爾伯特空間碎片化 [38]。后者已在一维中性原子平台上被观察到 [39, 40], 而过渡到二维有望带来更加丰富的现象学。众所周知, 准确模拟接近临界点的二维模型的动力学在内存和计算时间上呈指数级成本增加 [41, 42], 因此量子处理单元可以为研究二维量子临界性提供新的视角。

-
- [1] G. Mussardo, *Statistical field theory: an introduction to exactly solved models in statistical physics* (Oxford University Press, USA, 2010).
 - [2] A. B. Zamolodchikov, Integrals of motion and S-matrix of the (scaled) $T = T_c$ Ising model with magnetic field, *International Journal of Modern Physics A* **4**, 4235 (1989).
 - [3] R. Coldea, D. A. Tennant, E. M. Wheeler, E. Wawrzynska, D. Prabhakaran, M. Telling, K. Habicht, P. Smeibidl, and K. Kiefer, Quantum criticality in an Ising chain: Experimental evidence for emergent E_8 symmetry, *Science* **327**, 177 – 180 (2010).
 - [4] A. LeClair, A. Ludwig, and G. Mussardo, Integrability of coupled conformal field theories, *Nuclear Physics B* **512**, 523 – 542 (1998).
 - [5] Y. Gao, X. Wang, N. Xi, Y. Jiang, R. Yu, and J. Wu, Spin dynamics and dark particle in a weak-coupled quantum Ising ladder with $\mathcal{D}_8^{(1)}$ spectrum (2024), arXiv:2402.11229 [cond-mat.str-el].
 - [6] N. Xi, X. Wang, Y. Gao, Y. Jiang, R. Yu, and J. Wu, Emergent $\mathcal{D}_8^{(1)}$ spectrum and topological soliton excitation in CoNb_2O_6 (2024), arXiv:2403.10785 [cond-mat.str-el].
 - [7] S. B. Rutkevich, Energy spectrum of bound-spinons in the quantum Ising spin-chain ferromagnet, *Journal of Statistical Physics* **131**, 917 – 939 (2008).
 - [8] J. Greensite, *An introduction to the confinement problem*, Vol. 821 (Springer, 2011).
 - [9] J. A. Kjäll, F. Pollmann, and J. E. Moore, Bound states and E_8 symmetry effects in perturbed quantum Ising chains, *Physical Review B* **83**, 10.1103/physrevb.83.020407 (2011).
 - [10] M. Kormos, M. Collura, G. Takács, and P. Calabrese, Real-time confinement following a quantum quench to a non-integrable model, *Nature Physics* **13**, 246 – 249 (2016).
 - [11] J. Vovrosh and J. Knolle, Confinement and entanglement dynamics on a digital quantum computer, *Scientific Reports* **11**, 10.1038/s41598-021-90849-5 (2021).
 - [12] F. Liu, R. Lundgren, P. Titum, G. Pagano, J. Zhang, C. Monroe, and A. V. Gorshkov, Confined quasiparticle dynamics in long-range interacting quantum spin chains, *Physical Review Letters* **122**, 10.1103/physrevlett.122.150601 (2019).
 - [13] W. L. Tan, P. Becker, F. Liu, G. Pagano, K. S. Collins, A. De, L. Feng, H. B. Kaplan, A. Kyprianidis, R. Lundgren, W. Morong, S. Whitsitt, A. V. Gorshkov, and C. Monroe, Domain-wall confinement and dynamics in a quantum simulator, *Nature Physics* **17**, 742 – 747 (2021).
 - [14] F. B. Ramos, M. Lencsés, J. C. Xavier, and R. G. Pereira, Confinement and bound states of bound states in a transverse-field two-leg Ising ladder, *Phys. Rev. B* **102**, 014426 (2020).

- [15] G. Lagnese, F. M. Surace, M. Kormos, and P. Calabrese, Confinement in the spectrum of a Heisenberg – Ising spin ladder, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* **2020**, 093106 (2020).
- [16] A. Browaeys and T. Lahaye, Many-body physics with individually controlled Rydberg atoms, *Nature Physics* **16**, 132 – 142 (2020).
- [17] P. Schauss, Quantum simulation of transverse Ising models with Rydberg atoms, *Quantum Science and Technology* **3**, 023001 (2018).
- [18] H. Labuhn, D. Barredo, S. Ravets, S. de Léséleuc, T. Macrì, T. Lahaye, and A. Browaeys, Tunable two-dimensional arrays of single Rydberg atoms for realizing quantum Ising models, *Nature* **534**, 667 – 670 (2016).
- [19] J. Vovrosh, R. Mukherjee, A. Bastianello, and J. Knolle, Dynamical hadron formation in long-range interacting quantum spin chains, *PRX Quantum* **3**, 10.1103/prxquantum.3.040309 (2022).
- [20] S. Birnkammer, A. Bastianello, and M. Knap, Prethermalization in one-dimensional quantum many-body systems with confinement, *Nature Communications* **13**, 10.1038/s41467-022-35301-6 (2022).
- [21] R. Verdel, F. Liu, S. Whitsitt, A. V. Gorshkov, and M. Heyl, Real-time dynamics of string breaking in quantum spin chains, *Phys. Rev. B* **102**, 014308 (2020).
- [22] P. I. Karpov, G. Y. Zhu, M. P. Heller, and M. Heyl, Spatiotemporal dynamics of particle collisions in quantum spin chains (2020), [arXiv:2011.11624 \[cond-mat.quant-gas\]](#).
- [23] A. Milsted, J. Liu, J. Preskill, and G. Vidal, Collisions of false-vacuum bubble walls in a quantum spin chain, *PRX Quantum* **3**, 10.1103/prxquantum.3.020316 (2022).
- [24] R. G. Jha, A. Milsted, D. Neuenfeld, J. Preskill, and P. Vieira, Real-time scattering in Ising field theory using matrix product states (2024), [arXiv:2411.13645 \[hep-th\]](#).
- [25] J. Schuhmacher, G.-X. Su, J. J. Osborne, A. Gandon, J. C. Halimeh, and I. Tavernelli, Observation of hadron scattering in a lattice gauge theory on a quantum computer (2025), [arXiv:2505.20387 \[quant-ph\]](#).
- [26] J. Knaute and P. Hauke, Relativistic meson spectra on ion-trap quantum simulators, *Phys. Rev. A* **105**, 022616 (2022).
- [27] L. Henriët, L. Beguin, A. Signoles, T. Lahaye, A. Browaeys, G.-O. Reymond, and C. Jurczak, Quantum computing with neutral atoms, *Quantum* **4**, 327 (2020).
- [28] R. Menu, *Gaussian-state approaches to quantum spin systems away from equilibrium*, Ph.D. thesis, Université de Lyon (2020).
- [29] P. Calabrese and J. Cardy, Time Dependence of Correlation Functions Following a Quantum Quench, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 136801 (2006).
- [30] E. H. Lieb and D. W. Robinson, The finite group velocity of quantum spin systems, *Commun.Math. Phys.* **28**, 251 (1972).
- [31] M. Kebrič, J. C. Halimeh, U. Schollwöck, and F. Grusdt, Confinement in 1+1d $\mathbb{Z}_2$ lattice gauge theories at finite temperature (2024), [arXiv:2308.08592 \[cond-mat.quant-gas\]](#).
- [32] J. Mildenerger, W. Mruczkiewicz, J. C. Halimeh, Z. Jiang, and P. Hauke, Confinement in a $\mathbb{Z}_2$ lattice gauge theory on a quantum computer, *Nature Physics* **21**, 312 – 317 (2025).
- [33] T. A. Cochran, B. Jobst, E. Rosenberg, Y. D. Lensky, G. Gyawali, N. Eassa, M. Will, D. Abanin, R. Acharya, L. A. Beni, *et al.*, Visualizing dynamics of charges and strings in (2+1)d lattice gauge theories (2024), [arXiv:2409.17142 \[quant-ph\]](#).
- [34] C. Lamb, Y. Tang, R. Davis, and A. Roy, Ising meson spectroscopy on a noisy digital quantum simulator, *Nature Communications* **15**, 10.1038/s41467-024-50206-2 (2024).
- [35] J. Vovrosh, K. E. Khosla, S. Greenaway, C. Self, M. S. Kim, and J. Knolle, Simple mitigation of global depolarizing errors in quantum simulations, *Physical Review E* **104**, 10.1103/physreve.104.035309 (2021).
- [36] D. P. Kingma and J. Ba, Adam: A method for stochastic optimization (2017), [arXiv:1412.6980 \[cs.LG\]](#).
- [37] D. González-Cuadra, M. Hamdan, T. V. Zache, B. Braverman, M. Kornjača, A. Lukin, S. H. Cantú, F. Liu, S.-T. Wang, A. Keesling, M. D. Lukin, P. Zoller, and A. Bylinskii, Observation of string breaking on a (2 + 1)d rydberg quantum simulator, *Nature* **642**, 321 – 326 (2025).
- [38] A. Yoshinaga, H. Hakoshima, T. Imoto, Y. Matsuzaki, and R. Hamazaki, Emergence of Hilbert space fragmentation in Ising models with a weak transverse field, *Physical Review Letters* **129**, 10.1103/physrevlett.129.090602 (2022).
- [39] L. Zhao, P. R. Datla, W. Tian, M. M. Aliyu, and H. Loh, Observation of quantum thermalization restricted to Hilbert space fragments and F_{2k} scars, *Phys. Rev. X* **15**, 011035 (2025).
- [40] S. Karch, S. Bandyopadhyay, Z.-H. Sun, A. Impertro, S. Huh, I. P. Rodríguez, J. F. Wienand, W. Ketterle,

- M. Heyl, A. Polkovnikov, *et al.*, Probing quantum many-body dynamics using subsystem loschmidt echos, arXiv preprint arXiv:2501.16995 (2025).
- [41] T. J. Osborne, Hamiltonian complexity, *Rep. Prog. Phys.* **75**, 022001 (2012).
- [42] P. Coleman, *Introduction to Many-Body Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2015).
- [43] A. Paszke, S. Gross, F. Massa, A. Lerer, J. Bradbury, G. Chanan, T. Killeen, Z. Lin, N. Gimeshein, L. Antiga, A. Desmaison, A. Köpf, E. Yang, Z. DeVito, M. Raison, A. Tejani, S. Chilamkurthy, B. Steiner, L. Fang, J. Bai, and S. Chintala, *Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library* (2019), arXiv:1912.01703 [cs.LG].
- [44] S. Julià-Farré *et al.*, An exhaustive noise model of a neutral atom quantum processing unit (2025), manuscript in preparation.

附录 A: 用里德堡原子模拟伊辛模型

里德堡原子阵列提供了一个灵活且高度可控的平台，用于模拟量子自旋模型，包括横向磁场伊辛模型的各种变体。在这些系统中，中性原子被囚禁在光学镊子中，并相干激发到高能级里德堡状态，在那里它们经历强烈的范德瓦尔斯相互作用。每个原子有效表现为一个自旋-1/2 系统，计算基由基态 $|g\rangle$ 和里德堡状态 $|r\rangle$ 定义。在这项工作中，我们使用了 ^{87}Rb 原子，将状态编码为 $|g\rangle = |5S_{1/2}, F=2, m_F=2\rangle$ 和 $|r\rangle = |60S_{1/2}, m_J=1/2\rangle$ 。系统的动力学由多体哈密顿量

$$H_{\text{Ryd}} = \sum_{i,j>i} \frac{C_6}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^6} n_i n_j + \frac{\Omega}{2} \sum_i \sigma_i^x - \frac{\delta}{2} \sum_i \sigma_i^z, \quad (\text{A1})$$

决定，其中 $n_i = (1 + \sigma_i^z)/2$ 是投影到里德堡状态的算子， $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 是原子间的距离， C_6 是范德瓦尔斯相互作用系数， Ω 是驱动 $|g\rangle \leftrightarrow |r\rangle$ 跃迁的激光的拉比频率，而 δ 是激光的失谐。通过映射

$$J_{ij} = \frac{C_6}{4r_{ij}^6}, \quad h_x = \frac{\Omega}{2}, \quad h_z = \frac{\delta}{2}, \quad (\text{A2})$$

我们获得了一个类似于横向场伊辛模型的有效自旋-1/2 哈密顿量

$$H_{\text{Ryd}} = \sum_{i,j>i} J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z + h_x \sum_i \sigma_i^x + h_z \sum_i \sigma_i^z + \sum_i \Delta_i, \quad (\text{A3})$$

使得

$$\Delta_i = \sum_{j>i} J_{ij} (\sigma_i^z + \sigma_j^z). \quad (\text{A4})$$

这一错误项充当了纵向磁场中的有效偏移。在一个自旋链或规则格子的内部，该术语可以通过适当选择激光失谐来补偿。尽管 H_{Ryd} 仅具有反铁磁相互作用 ($J_{ij} > 0$)，但仍可以探索铁磁区的动力学。特别是当失谐调整为使得 $\delta_i = \sum_j J_{ij}/2$ 时，在 H_{Ryd} 下的动力学（在全局相位上）等同于在 $-H_{\text{Ryd}}$ 下的动力学，前提是初始状态遵守时间反演对称性。在实验中，里德堡原子平台允许进行自旋可观测量的点分辨测量。特别是局部磁化强度 $\langle \sigma_i^z \rangle$ 和两点关联 $\langle \sigma_i^z \sigma_j^z \rangle$ 可以直接从荧光成像中推断出来，这提供了具有单个位点分辨率的原子群体投影测量 n_i 。

附录 B: 从 DSF 结果得到的介子速度

在图 4 中，我们展示了本工作中考虑的铁磁性的横向场伊辛链和横向场伊辛梯形结构的动态结构因子。动态结构因子捕捉了激发作为动量和能量函数的谱权重，揭示了低能准粒子谱的关键特征。从这些谱中，我们确定了最低激发的分散关系并提取了相应的能量-动量关系， $\epsilon(k)$ 。群速度定义为 $v_g = \partial \epsilon(k) / \partial k$ ，它描述了这些准粒子在系统中传播的速度。通过定位该导数最大化的点，我们确定了最大群速度，这是设置受限情况下信息和相关性传播速度上限的关键参数。

从我们的分析中，我们发现最大群速度（以 $\times J$ 个晶格位为单位）对于纵向磁场的 TFIC 大约是 $v_g \approx 0.1$ ，而对于 TFIL 则显著更大，达到 $v_g \approx 0.6$ 。这一差异反映了两个模型中的限制强度不同，其中受限较弱的 TFIL 支持更快、更去局域化的准粒子。这些数值与主文中观察到的相关性扩散和畴壁动力学差异是一致的。

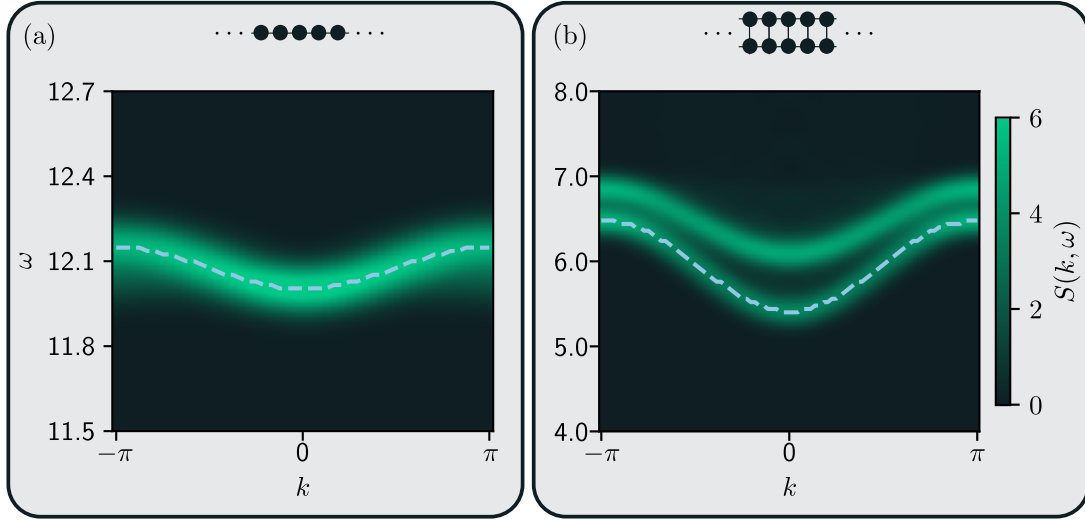


图 4: 两个铁磁性的系统的动力学结构因子: (a) 具有纵向磁场的 TFIC, 包括 $h_x = 1$ 和 $h_z = 4$, 以及 (b) 包含 $h_x = 1$ 、 $h_z = 0$ 和链间耦合 $\lambda = 1$ 的 TFIL。在这两种情况下, 虚线表示系统的最低能级。

附录 C: 傅里叶拟合程序

为了从 QPU 数据中提取主导频率分量, 我们采用了一种基于经典模拟中观察到的主导光谱特征的傅里叶拟合程序。拟合模型定义为

$$f(x) = (c_0 e^{-\gamma x} + c_1) \left(a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i x) + b_i \sin(\omega_i x) \right), \quad (\text{C1})$$

其中 c_i, γ, a_i 和 b_i 是需要优化的真实值系数, ω_i 是由经典光谱中识别出的主导成分初始化的频率, 而 γ 是一个指数衰减率, 用于解释信号随时间的衰减。我们选择这种傅里叶形式来分离 QPU 时间轨迹中的主导频率, 并能够直接与经典结果进行比较。拟合最小化了 QPU 数据和模型之间的均方误差 (MSE), 所有参数—包括振幅、频率、衰减率和偏移量—在优化过程中都允许无约束变化。

对于每个 QPU 数据集, 我们将频率 ω_i 初始化为经典方法获得的值, 因为这种初始化始终能以最低损失而不会过拟合。我们使用在 PyTorch [36, 43] 中实现的 ADAM 优化器执行 20 次独立优化运行, 每次运行 20,000 个周期。选择周期数是因为在此之后损失通常会趋于平稳, 表明收敛。最后, 从每次运行中提取的频率值进行平均, 以获得能够减轻统计波动、硬件噪声和优化器变异性影响的强大估计。

附录 D: QPU 硬件和噪声分析

在本节中, 我们分析了主文本图 3 中呈现的实验结果, 并将其与精确理论预测进行了比较。这些实验运行是在我们的基于云的商用设备 Orion alpha 上进行的, 其工作频率为 $\sim 1\text{Hz}$ 。对于每次模拟, 在 100 个不同的时间步骤中测量了可观测量, 每个时间步骤取 100 次射击。此外, 每批 100 次射击需要实现一个自定义原子寄存器, 这引入了额外的开销。考虑到所有这些因素, 每次完整模拟的总运行时间约为 4.5 小时。进行了多次模拟, 并且所有模拟都表现出一致的性能, 这强调了所观察到的趋势的可靠性。

尽管实验数据与经典方法可获得的结果不完全吻合, 但这些差异相对较小, 并且在我们试图捕捉的物理学范围内是可以接受的。重要的是, 我们能够使用一个详细的噪声模型近似重现 QPU 输出。该模型考虑了各种主要的实验缺陷来源, 包括 SPAM、由有限陷阱宽度引起的原子位置波动、Rabi 频率随每次射击的变化、与校准相关的失谐参数偏移以及退相噪声; 参见图 5。通过从实验驱动且可测试的分布中采样误差参数, 并随后执行多

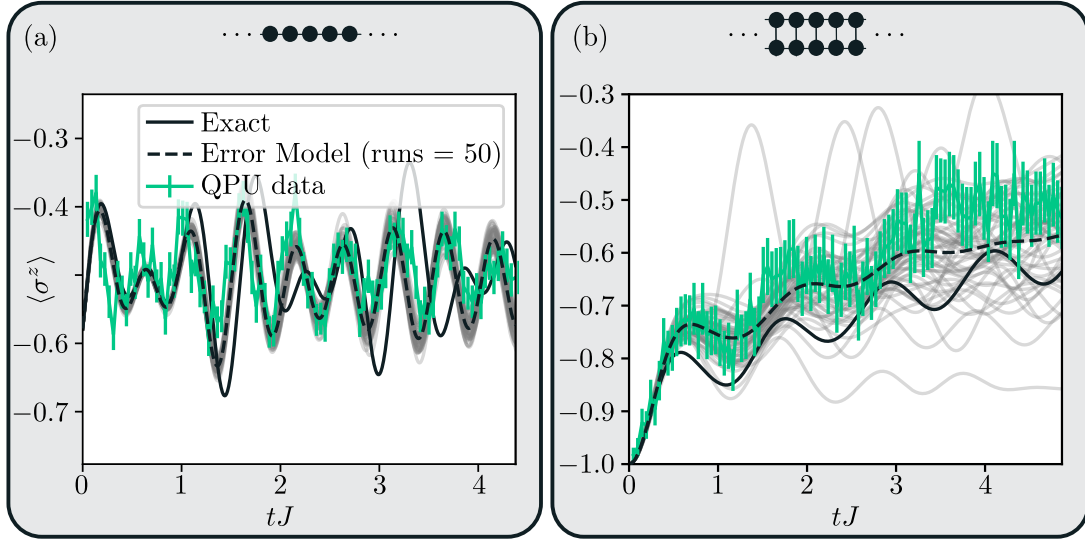


图 5: 主文中呈现的 QPU 结果的噪声分析。这里我们展示, 通过考虑一个实验上现实的噪声模型, 我们可以重现硬件的结果。该模型包括 SPAM、原子位置波动、Rabi 频率的变化性、失谐的偏移以及退相噪声。

个蒙特卡洛轨迹来实现该噪声模型。这些轨迹的平均值提供了 QPU[44] 的误差近似。这些因素共同为观察到的偏差提供了一致的解释, 并突出了在解释量子硬件行为时考虑噪声建模的实用性。