

从超冷原子气体的超流体到莫特绝缘体的量子相变

Markus Greiner^{1,2}, Olaf Mandel^{1,2}, Tilman Esslinger³, Theodor W. Hänsch^{1,2}, Immanuel Bloch^{1,2}

¹*Sektion Physik, Ludwig-Maximilians-Universität,
Schellingstrasse 4/III, D-80799 Munich, Germany*

²*Max-Planck-Institut für Quantenoptik, D-85748 Garching, Germany and*

³*Quantenelektronik, ETH Zürich, 8093 Zurich, Switzerland*

对于绝对零度下的系统,所有热涨落都被冻结,而量子涨落占主导。当两种竞争能量项的相对强度变化跨越临界值时,这些微观量子涨落可以在多体系统的基态中诱导出宏观相变。这里我们观察到了在具有排斥相互作用的玻色-爱因斯坦凝聚物中的这种量子相变,该凝聚物被保持在一个三维光学晶格势场中。随着晶格深度的增加,从超流相到莫特绝缘体相的转变被观测到。在超流相中,每个原子都遍布整个晶格,并具有长程相位相干性。但在绝缘相中,精确数量的原子位于单个晶格点上,没有贯穿晶格的相位相干;这个相态以激发谱中的能隙为特征。我们可以在这两个基态之间诱导可逆的变化。

介绍

一个跨越两个相界物理系统的性质会发生根本性的变化。例如,它可能会熔化或冻结。这种宏观变化是由微观波动驱动的。当系统温度接近零时,所有热波动都会消失。这禁止了经典系统在零度时发生相变,因为它们改变的机会已经消失了。然而,它们的量子力学对应物可以表现出根本不同的行为。在一个量子系统中,由于海森堡不确定性关系,即使在零温度下也存在波动。这些量子波动可能足够强以驱动从一个相到另一个相的转变,从而引起宏观变化。

这种量子相变的一个显著例子是从玻色子粒子在晶格势中具有排斥相互作用的超流相到莫特绝缘体相的变化。该系统最早是在液氦的超流-绝缘体转变背景下进行理论研究的 [1]。最近, Jaksch 等人 [2] 提出当具有排斥相互作用的超冷原子气体被限制在周期性势阱中时,这种转变可能是可观察到的。

为了说明这个想法,我们考虑一种在足够低温下形成的玻色原子气体的玻色-爱因斯坦凝聚。该凝聚是一种超流体,并由一个表现出长程相位相干性的波函数描述 [3]。当凝聚体受到晶格势的影响时,其中玻色子只能通过隧穿耦合从一个晶格点移动到另一个晶格点,会出现一种有趣的情况。如果晶格势被平滑地打开,只要原子-原子相互作用相比隧穿耦合较小,系统会保持在超流相。在这个区域中,去定域化的波函数最小化了主要的动能,从而也最小化了多体系统的总能量。在相反的情况下,当排斥性的原子-原子相互作用比隧穿耦合大时,每个晶格点填充相同数量的原子时会将总能量最小化。减少每处的原子数波动会导致相位波动增加。因此,在每个晶格点具有固定原子

数的状态下失去了相位相干性。此外,激发谱中出现了一个间隙。底层哈密顿量中的两个项(此处为动能和相互作用能)之间的竞争是量子相变 [4] 本质上的不同,并且与通常由内能和熵的竞争驱动的正常相变本质上不同。

上述系统的基本物理可通过玻色-哈伯德模型 [1] 描述,该模型描述了晶格势中的相互作用玻色子气体。二次量化的哈密顿量形式为:

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \sum_i \epsilon_i \hat{n}_i + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) \quad (1)$$

这里 $\hat{a}_i^\dagger$ 和 $\hat{a}_i$ 分别对应第 i 个格点上原子的玻色湮灭和创造算符, $\hat{n}_i = \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ 是计数第 i 个格点上原子数量的算符,而 ϵ_i 表示由于原子受到外部谐振约束 [2] 导致第 i 个格点的能量偏移。

隧穿项在哈密顿量中的强度由相邻格点之间的跃迁矩阵元 i, j 表征:

$$J = - \int d^3x w^*(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{lat}(\mathbf{x}) \right] w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j), \quad (2)$$

其中 $w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ 是局域化到第 i 个晶格位点的单粒子 Wannier 函数 (只要 $n_i \approx O(1)$), $V_{lat}(\mathbf{x})$ 表示光学晶格势能且 m 是单个原子的质量。

两个原子在单个晶格点上的排斥力由在位相互作用矩阵元量化:

$$U = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \int |w(\mathbf{x})|^4 d^3x \quad (3)$$

其中 a 是一个原子的散射长度。在这种情况下,由于相互作用的范围远小于晶格间距,相互作用能很好地由单一参数 U 来描述。

在隧穿项主导哈密顿量的极限情况下, 单粒子波函数 N 原子在整个晶格上扩散到 M 个晶格点时, 基态能量被最小化。均匀系统的多体基态 ($\epsilon_i = \text{const.}$) 由以下给出:

$$|\Psi_{SF}\rangle_{U=0} \propto \left(\sum_{i=1}^M \hat{a}_i^\dagger \right)^N |0\rangle \quad (4)$$

这里所有原子都占据相同的扩展布洛赫态。这种状态的一个重要特征是, 单个晶格点上原子的局部占据概率分布 n_i 是泊松分布的, 也就是说, 其方差由 $\text{Var}(n_i) = \langle \hat{n}_i \rangle$ 给出。此外, 该状态可以用在整个晶格中具有长程相位相干性的宏观波函数很好地描述。

如果相互作用主导哈密顿量, 泊松分布中原子数的波动在能量上变得非常昂贵, 系统基态将由每个格点具有固定原子数并最小化相互作用能的局域原子波函数组成。多体系统的基态是每个晶格位点局部福克状态的乘积。在这种极限下, 在均匀情况下, 当每格点填充 n 个原子时, 多体系统基态由以下给出:

$$|\Psi_{MI}\rangle_{J=0} \propto \prod_{i=1}^M \left(\hat{a}_i^\dagger \right)^n |0\rangle \quad (5)$$

这种莫特绝缘态不能用像玻色凝聚相那样的宏观波函数来描述, 因此不适合通过格罗斯-皮塔耶夫斯基方程或博戈柳布夫的弱相互作用玻色子理论来进行处理。在这种状态下, 系统中没有相位相干性, 但在晶格点之间存在完美的原子数关联。

随着玻色-哈伯德哈密顿量中相互作用项相对于隧穿项的强度发生变化, 系统在 U/J 的比率上达到量子临界点, 在该点系统将经历从超流态到莫特绝缘体态的量子相变。在三维情况下, 平均每个格点一个原子的相变预计发生在 $U/J \approx z \times 5.8$ [1, 5–7], 其中 z 是一个格点的最近邻数量。

在量子临界点下方和上方, 基态构型的定性变化也伴随着系统激发谱的显著变化。在超流相中, 激发谱是无能隙的, 而莫特绝缘体相则表现出激发谱中的能隙 [5–8]。量子相变的一个重要特征是, 当越过量子临界点时, 这个能隙 Δ 开始出现。

关于玻色-哈伯德哈密顿量的研究迄今包括了颗粒超导体 [9, 10] 和一维及二维约瑟夫森结阵列 [11–16]。在超冷原子的背景下, 最近使用一维光晶格中的玻色-爱因斯坦凝聚物证明了原子数挤压效应 [17]。上述实验主要是在每个晶格点上的玻色子占据数很大 n_i 的极限下进

行的, 在这种情况下问题可以通过约瑟夫森结链很好地描述。

在我们当前的实验中, 我们将 ^{87}Rb 原子从玻色-爱因斯坦凝聚态加载到三维光晶格势阱中。该系统的特点是每个晶格点上的原子占据数约为 $\langle \hat{n}_i \rangle \approx 1-3$, 因此为玻色-哈伯德模型提供了一个独特的测试平台。当我们增加晶格势阱深度时, 跃迁矩阵元 J 指数级下降但原位相互作用矩阵元 U 增加。我们从而能够使系统跨越 U/J 中的临界比值, 使得向莫特绝缘体态的转变被诱导出来。

实验技术

实验设置和用于创建 ^{87}Rb 玻色-爱因斯坦凝聚的过程与我们之前的工作相似 [18, 19]。简而言之, 激光冷却的原子自旋极化样本在 ($F = 2, m_F = 2$) 态下被转移到一个长形磁阱势场中, 捕获频率分别为 $\nu_{\text{radial}} = 240\text{Hz}$ 和 $\nu_{\text{axial}} = 24\text{Hz}$ 。这里 F 表示总角动量, m_F 表示状态的磁量子数。强迫射频蒸发用于创建含有多达 2×10^5 个原子且没有明显热成分的玻色-爱因斯坦凝聚体。然后在 500 毫秒的时间内将径向捕获频率放松到 $\nu_{\text{rad}} = 24$ 赫兹, 从而在磁阱势中形成一个具有托马斯-费米直径为 26μ 米的球对称玻色-爱因斯坦凝聚体。

为了形成三维晶格势场, 三个光学驻波相互垂直排列, 它们的交点位于玻色-爱因斯坦凝聚体中心。每个驻波激光场是通过将激光束聚焦到 $125\mu\text{m}$ (凝结物位置处) 的腰直径来创建的。然后使用第二个透镜和一面镜子将激光束反射回自身, 形成驻波干涉图案。晶格光束来自注入种子的锥形放大器和在 $\lambda = 852\text{nm}$ 波长下工作的激光二极管。所有光束都经过空间滤波并通过光纤引导到实验中。使用声光调制器来控制晶格光束的强度, 并在不同驻波激光场之间引入约 30 MHz 的频率差。驻波激光场的偏振被选为线性且与所有其他驻波垂直偏振。由于每个驻波中的不同频率, 沿正交方向传播的任何剩余干涉会随着时间平均到零, 因此原子不会看到这种干涉。由此产生的三维光学势场 (参见 [20] 及其中引用) 对于原子来说与三个驻波的强度之和成比例, 这导致晶格具有简单的立方体几何形状:

$$V(x, y, z) = V_0 [\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz)] \quad (6)$$

这里 $k = 2\pi/\lambda$ 表示激光光的波矢, 而 V_0 是单个驻波激光场的最大势阱深度。这个深度 V_0 可以用反冲能 $E_r = \hbar^2 k^2 / 2m$ 的单位方便地测量。由于光学晶格对单个晶格位点上原子的限制势可以近似为一个谐振子势, 其捕

获频率 ν_r 大约为 $\nu_r \approx (\hbar k^2/2\pi m) \sqrt{V_0/E_r}$ 的数量级。在我们的设置中, 可以达到高达 $22E_r$ 的势阱深度, 导致约 $\nu_r \approx 30\text{kHz}$ 的捕获频率。激光束在冷凝物位置处的高斯强度分布在晶格上产生额外的弱各向同性谐振约束, 对于 $22E_r$ 的势阱深度, 其捕获频率为 65Hz 。

磁性捕获的凝聚物通过逐渐增加晶格激光束的强度到最终值, 经过 80ms 的时间周期, 以时间为 $\tau = 20\text{ms}$ 的指数曲线将其转移到光学晶格势阱中。缓慢提升的速度确保了凝聚物始终处于结合磁场和光学陷阱势阱的多体基态。提升晶格势后, 凝聚物分布在超过 $150,000$ 个晶格点 (单个方向上 ~ 65 个晶格点) 中, 在中心处每个晶格点平均原子数达到 2.5 个。

为了测试在提高晶格势能之后, 不同的晶格位点之间是否仍然存在相位相干性, 我们突然关闭了组合陷阱势。然后允许原子波函数自由扩展并相互干涉。在超流体状态下, 所有原子在整个晶格中都离域化, 并且不同晶格位点之间的相对相位相等, 我们得到了预期的高对比度三维干涉图案, 这是由相位相干物质波源周期阵列形成的 (见图 1)。值得注意的是, 尖锐的干涉极大值直接反映了系统对于这些实验值的高度相位相干性。

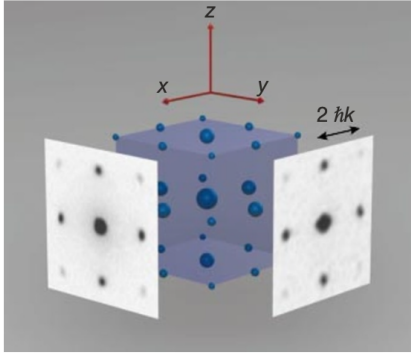


图 1. 示意图显示了沿两个正交方向拍摄的三维干涉图案及吸收图像。吸收图像是在从深度为 $V_0 = 10E_r$ 的晶格中进行弹道扩展并飞行时间为 15ms 后获得的。

进入莫特绝缘体相

当我们增加晶格势阱深度时, 所形成的干涉图案会发生显著变化 (见图 2)。最初, 随着势能高度的提升, 更高阶干涉极大值的强度会增强, 这是由于原子波函数在单一晶格点上的局域化更加紧密所致。然而, 非常出乎意料的是, 在大约 $13E_r$ 的势阱深度时, 干涉极值不再增加 (见图 2e): 相反, 原子的非相干背景逐渐增强, 直到在 $22E_r$ 的

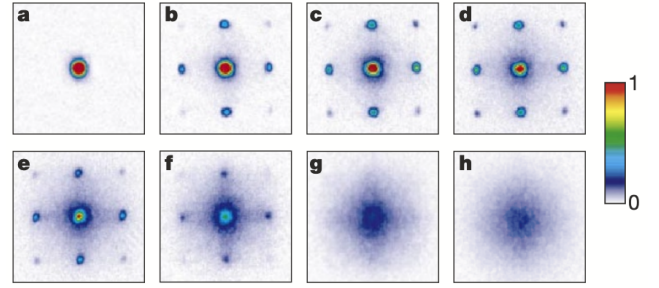


图 2. 多物质波干涉图样的吸收图像。这些是在将原子从具有不同势阱深度 V_0 的光晶格势中突然释放并在飞行时间 15ms 后获得的。 V_0 的值为: a, $0E_r$; b, $3E_r$; c, $7E_r$; d, $10E_r$; e, $13E_r$; f, $14E_r$; g, $16E_r$; 和 h, $20E_r$ 。

势阱深度时完全看不到任何干涉图案。显然, 在这种晶格势阱深度下已经完全失去了相位相干性。从相干状态演变为非相干状态的一个显著特征是, 在干涉图案仍可见时无法检测到干涉峰值的变宽, 直到它们在非相干背景中完全消失。这种行为可以根据超流体-莫特绝缘体相图来解释。系统穿过量子临界点 $U/J = z \times 5.8$ 后, 在不均匀情况下将演变为交替区域的非相干莫特绝缘体相和相干超流相 [2], 其中超流分量随着比率 U/J 的增加而连续减少。

恢复一致性

莫特绝缘态的一个显著性质是, 当光学势降低到多体系统的基态完全超流的值时, 相位相干可以非常迅速地恢复 (参见图 3)。在仅 4ms 的下降时间后, 干涉图案再次完全可见, 而在 14ms 的下降时间后, 干涉峰已经缩小到其稳态值, 证明整个晶格中的相位相干性已被恢复。相干性的恢复时间尺度与系统中两个相邻晶格点之间的隧穿时间 $\tau_{\text{tunnel}} = \hbar/J$ 相当, 对于势阱深度为 $9E_r$ 的晶格, 这个时间约为 2ms 。因此, 在一个隧穿时间的时间尺度上已经显著地恢复了相位相干性。

比较来自莫特绝缘体态的相干性快速恢复与相位不相干态的情况是很有趣的, 在后者中, 相邻晶格位点之间存在随机相位, 并且干涉图样也会消失。这在图 3b 中得到了展示, 在该图中, 这种相位不相干状态是在晶格势能增加期间形成的 (请参阅图 3 图例), 并且使用了与其它实验序列相同的条件。这些相位不相干状态可以通过将能量带的粒子数分布绝热地映射到布里渊区来清晰识别 [19, 21]。当我们绝热地关闭晶格势能时, 发现创建了一个统计混合态, 它均匀地填充了三维晶格的第一布里渊区。这种均匀分布证明所有原子都处于晶格的振动基态,

探测激发谱

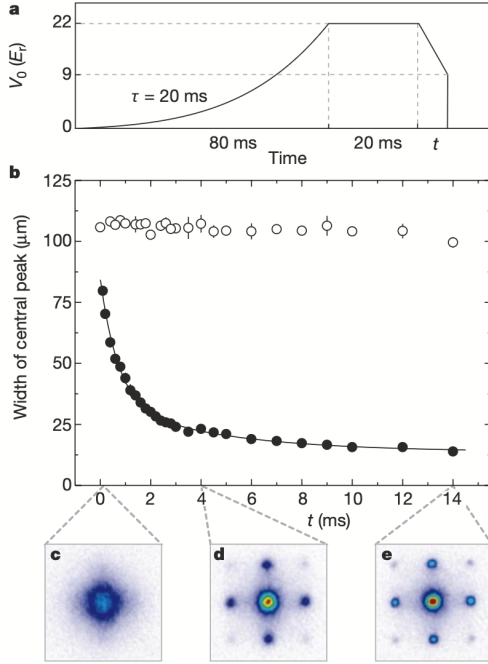


图 3. 恢复相干性。**a**，用于测量系统进入 $V_0 = 22E_r$ 的莫特绝缘体相后，再将势能降低到 $V_0 = 9E_r$ 时相干性的恢复情况的实验序列，在这个过程中系统再次变成超流体。首先将原子保持在最大势阱深度 V_0 处 20 毫秒，然后在时间 t 后将晶格势能降低到 $9E_r$ 的势阱深度。之后突然释放它们，测量原子的干涉图案。**b**，不同减速时间的中央干涉峰宽度 t ，基于洛伦兹拟合。在莫特绝缘体状态（填充圆圈）情况下，仅需 4 毫秒相干性就能迅速恢复。实线是使用双指数衰减拟合（ $\tau_1 = 0.94(7)$ 毫秒， $\tau_2 = 10(5)$ 毫秒）的结果。对于相位非相干状态（空心圆圈），采用相同的实验序列后，即使将减速时间 t 延长至 400 毫秒，干涉图案也未能再次出现。我们发现，在提升期系统仍处于超流体状态下，通过在 10 毫秒内施加磁场梯度来形成相位非相干状态。这导致了由于系统中的非线性相互作用而产生的凝聚态波函数失谐。**c** – **e**，来自莫特绝缘体相的干涉图案的吸收图像，在下降时间为 t 的 0.1 毫秒 (**c**)、4 毫秒 (**d**) 和 14 毫秒 (**e**) 之后。

但各晶格位点之间的相对相位是随机的。图 3b 显示，在这段时间内（长达 14 毫秒），这样的系统根本没有恢复相干性。即使在演化时间 t 达到 400 毫秒时，也未能检测到干涉图样的再现。这表明观察到的随着势能深度增加而失去的相干性并非仅仅由于凝聚态波函数的退相。

在莫特绝缘体状态下，激发光谱与超流状态相比发生了显著的改变。现在激发光谱获得了一个能量间隙 Δ ，在极限 $J \ll U$ 下等于现场相互作用矩阵元 $\Delta = U$ （见参考文献 [5–8]）。这可以通过以下简化图景来理解。我们考虑一个每个晶格点恰好有 $n = 1$ 个原子的莫特绝缘体状态。这样的状态下最低的激发是创建粒子-空穴对，即从一个晶格点移除一个原子并添加到相邻的晶格点（见图 4a）。由于两个原子之间的现场排斥力，描述单个晶格点中两个原子状态的能量比该晶格点只有一个原子的状态高出 U 。

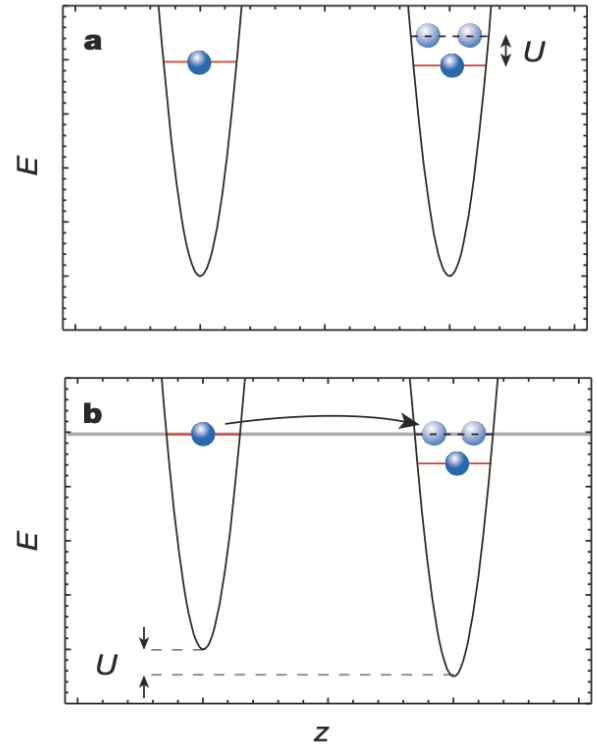


图 4. 莫特绝缘体相中每个晶格点恰好有 $n = 1$ 个原子的激发能隙。**a**，莫特绝缘体相中的最低激发是由从一个晶格点移除一个原子并将其添加到相邻的晶格点组成的。由于原子之间的原位排斥，这需要一个有限的能量量 U 和原子跃迁因此受到抑制。**b**，如果沿着 z 方向对系统施加电势梯度，使得相邻晶格点之间的能量差等于原位相互作用能 U ，则允许原子再次隧穿。然后在莫特绝缘体相中形成粒子-空穴激发。

因此，为了激发有限数量的能量 U 是必需的。可以证明这一点对于每个晶格点恰好有 n 个原子的数态也是正确的。在这里，制作粒子-空穴激发所需的能量同样是 U 。在莫特绝缘体相中，颗粒在整个晶格中的跃迁因此受到抑制，因为这种能量只存在于虚拟过程中。如果现在通过应

用势梯度来倾斜晶格势,那么当相邻晶格点之间的能量差由于势梯度而等于现场相互作用能 U 时(参见图 4b),隧穿再次被允许。因此我们期望莫特绝缘体相的激发概率相对于施加在相邻晶格点之间的能量差呈共振关系。

我们通过使用图 5a 所示的实验序列来探测这一激发概率。如果在施加电势梯度时,在电势深度为 $V_0 = V_{\max}$ 处已经产生了激发,那么后续将电势降低到深度 $V_0 = 9E_r$ 时,我们将无法返回一个完全相干的超流体状态。相反,莫特绝缘相中的激发将在超流体情况下导致最低能量带中的激发。这些激发只是晶格点之间的相位波动,并引起干涉图案中干涉极大值的展宽(参见图 5b)。图 5c-f 显示了四种不同电势深度 $V_{\max}$ 下的干涉峰宽度与所施加梯度的关系。

对于完全超流系统在 $10E_r$ 时,即使是很小的势场梯度也能轻易地扰动该系统,而对于更强的梯度,则会导致波函数的完全去相位,并导致干涉峰宽度饱和。当势阱深度约为 $13E_r$ 时,在激发谱中开始出现两个宽共振,而在 $20E_r$ 的势阱深度下,激发谱发生了显著变化。现在在其他情况下完全平坦的激发概率上可以清晰地看到两个窄共振。对于深光晶格(图 5e,f)与图 5c 中的干涉峰初始宽度相比,激发概率略高的偏移是由于从深光晶格下降 3 毫秒后,系统仍然处于恢复来自莫特绝缘体相的相干性的动态过程中。对于更长的保持时间,这种偏移接近与图 5c 中的初始宽度相同,表明我们无法激发该系统,除了两个共振梯度之外。在这些大的势阱深度下,窄共振显示出系统的能隙 Δ ,这里测量的是相邻晶格位点间可扰动的最小能量差,几乎等于共振中心位置。

我们实际上发现莫特绝缘态对外部扰动极其稳定,例如捕获势的调制或梯度势的调制,只要避开共振梯度。第一个共振可以直接归因于在莫特绝缘态中创建单个粒子空穴激发,并直接证明我们确实进入了莫特绝缘体区域。第二个较弱的共振恰好出现在第一个较强共振能量差的两倍处。它最有可能归因于以下过程中的至少一个:(1) 在具有 $n > 1$ 原子的莫特绝缘相中同时隧穿两个粒子,(2) 二级过程,在该过程中同时创建两个粒子空穴对,只有一个在施加梯度的方向上,以及 (3) 发生在具有 $n = 1$ 原子的晶格点与具有 $n = 2$ 原子的晶格点之间的隧穿过程。相比之下,在最大势能深度为 $V_{\max} = 20E_r$ 的二维晶格中,我们仍然期望其处于超流区域,没有共振但表现出平滑的激发谱,类似于图 5c。

可以在三维晶格中观察到,随着势阱深度的增加,共振位置会发生偏移,这是由于波包在晶格位点上的局域化更加紧密(参见图 6)。我们将第一个共振的位置与势阱深

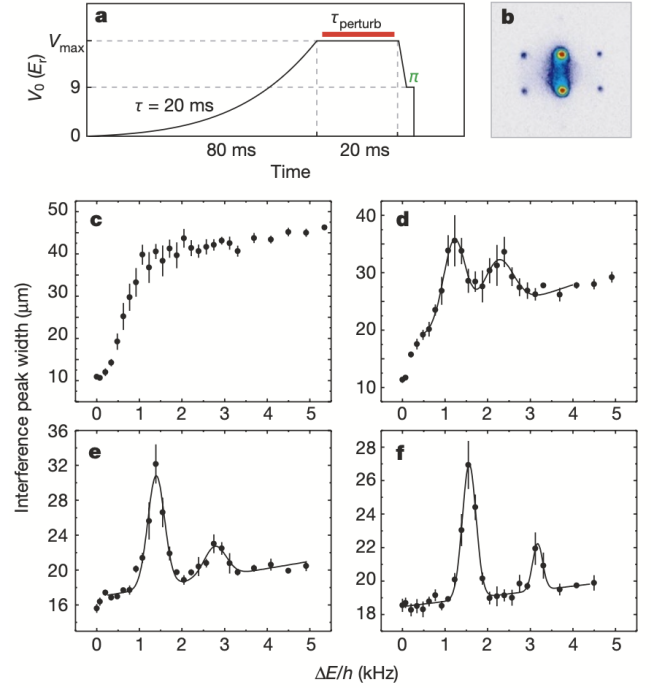


图 5. 探测激发概率与施加的垂直电势梯度。**a**, 实验序列。光学晶格电势在 80 毫秒内增加到电势深度 $V_0 = V_{\max}$ 。然后,原子在此电势深度保持 20 毫秒,在此期间应用电势梯度持续时间为 τ_{perturb} 。之后,光学电势在 3 毫秒内再次降低至值 $V_0 = 9E_r$,此时系统再次成为超流体。最后,施加一个固定强度的电势梯度 300μ 秒,使得垂直方向相邻晶格点之间的相位差为 π 。然后迅速关闭约束电势,并在 15 毫秒的飞行时间后 (**b**) 成像所得干涉图案。由晶格深度为 $V_0 = V_{\max}$ 处的势能梯度产生的激发将导致超流态在 $V_0 = 9E_r$ 处的激发。此处,激发对应于晶格上的相位波动,这将影响观测到的干涉峰的宽度。**c** - **f**, 干涉峰的宽度与相邻晶格点之间的能量差 ΔE 相关,这是由于应用了时间为 τ_{perturb} 的势能梯度所致。**c**, $V_{\max} = 10E_r$, $\tau_{\text{perturb}} = 2$ 毫秒;**d**, $V_{\max} = 13E_r$, $\tau_{\text{perturb}} = 6$ 毫秒;**e**, $V_{\max} = 16E_r$, $\tau_{\text{perturb}} = 10$ 毫秒;和 **f**, $V_{\max} = 20E_r$, $\tau_{\text{perturb}} = 20$ 毫秒。微扰时间 τ_{perturb} 已经延长,以适应更深的晶格势中增加的隧穿时间。实线是基于两个高斯函数叠加在一个线性背景上的数据拟合。

度 $V_{\max}$ 进行了比较,并将其与基于能带结构计算的 Wannier 函数进行从头算计算的 U 进行了对比,发现在我们的实验不确定度范围内有良好的一致性(参见图 6)。

转换点

干涉图案的消失和激发谱中共振的出现都始于电位深度为 $V_0 = 12(1) - 13(1)E_r$ 时,表明过渡到了莫特绝缘体相。因此,我们预计实验中的过渡点将位于

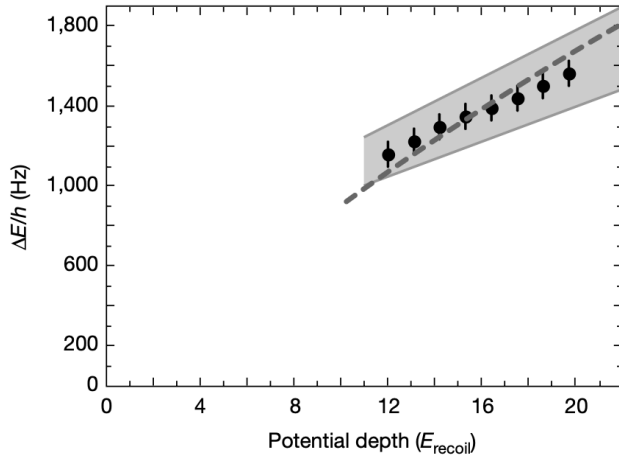


图 6. 相邻晶格点之间的能量差 ΔE , 对于可以共振扰动的莫特绝缘体相与晶格势阱深度 $V_{\max}$ 的关系。实验数据点以实心圆圈表示, 灰色阴影区域表示由于势阱深度和施加梯度校准系统误差导致的可能变化范围。虚线是基于能带结构计算得到的 Wannier 函数对原位相互作用矩阵元 U 的理论预测。

$V_0 = 10(1) E_r$ 以上, 在该处看不到共振, 并且在 $V_0 = 13(1) E_r$ 以下。重要的是要将这个参数范围与基于预期临界值 $U/J = z \times 5.8$ 的理论预测进行比较。在我们的简单立方晶格结构中, 六个次近邻围绕一个晶格点。 J 和 U 可以通过我们实验参数的带结构计算数值地得出, 从中我们发现对于深度为 13 的 E_r , 有 $U/J \approx 36$ 。因此, 过渡点的理论预测与过渡点的实验参数范围吻合良好。

展望

我们已经在光学晶格中捕获的原子气体中实现了从超流相到莫特绝缘体相的量子相变。该实验进入了原子气体多体物理的一个新领域。这个领域主要由原子间的相互作用主导, 并且无法用弱相互作用气体的理论处理方法来描述, 这些方法迄今为止在描述玻色-爱因斯坦凝聚物的物理学方面非常成功 [22]。

玻色-哈伯德模型的原子气体实验实现现在使得能够以前所未有的参数控制来研究强关联多体量子力学。例如, 除了像本工作中所做的主要控制隧穿矩阵元之外, 在未来的实验中还应该可以通过菲舍巴赫共振 [23, 24] 控制原子-原子相互作用。

Mott 绝缘体相中的原子可以被视为具有独特性质的原子气体的新物质状态。每个晶格位点上的原子数波动受到抑制, 不同晶格位点之间的良好定义相位不再存在。这些数态已被提议用于实现 Heisenberg 限制原子干涉

仪 [25], 这应该能够达到更高的精度水平。Mott 绝缘体相也为最近提出的中性原子量子门实验开辟了新途径 [26]。

感谢 W. Zwerger、H. Monien、I. Cirac、K. Burnett 和 Yu Kagan 的讨论。本工作得到了 DFG 的支持, 并在 QUEST 计划下获得了欧盟的资金支持。

-
- [1] Fisher, M. P. A., Weichman, P. B., Grinstein, G. & Fisher, D. S. Boson localization and the superfluid-insulator transition. *Phys. Rev. B* **40**, 546 – 570 (1989).
 - [2] Jaksch, D., Bruder, C., Cirac, J. I., Gardiner, C. W. & Zoller, P. Cold bosonic atoms in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 – 3111 (1998).
 - [3] Stringari, S. Bose-Einstein condensation and superfluidity in trapped atomic gases. *C.R. Acad. Sci.* **4**, 381 – 397 (2001).
 - [4] Sachdev, S. *Quantum Phase Transitions* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2001).
 - [5] Sheshadri, K., Krishnamurthy, H. R., Pandit, R. & Ramakrishnan, T. V. Superfluid and insulating phases in an interacting-boson model: Mean-field theory and the RPA. *Europhys. Lett.* **22**, 257 – 263 (1993).
 - [6] Freericks, J. K. & Monien, H. Phase diagram of the Bose Hubbard model. *Europhys. Lett.* **26**, 545 – 550 (1995).
 - [7] van Oosten, D., van der Straten, P. & Stoof, H. T. C. Quantum phases in an optical lattice. *Phys. Rev. A* **63**, 053601-1 – 053601-12 (2001).
 - [8] Elstner, N. & Monien, H. Dynamics and thermodynamics of the Bose-Hubbard model. *Phys. Rev. B* **59**, 12184 – 12187 (1999).
 - [9] Orr, B. G., Jaeger, H. M., Goldman, A. M. & Kuper, C. G. Global phase coherence in two-dimensional granular superconductors. *Phys. Rev. Lett.* **56**, 378 – 381 (1986).
 - [10] Haviland, D. B., Liu, Y. & Goldman, A. M. Onset of superconductivity in the two-dimensional limit. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2180 – 2183 (1989).
 - [11] Bradley, R. M. & Doniach, S. Quantum fluctuations in chains of Josephson junctions. *Phys. Rev. B* **30**, 1138 – 1147 (1984).
 - [12] Geerligs, L. J., Peters, M., de Groot, L. E. M., Verbruggen, A. & Mooij, J. E. Charging effects and quantum coherence in regular Josephson junction arrays. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 326 – 329 (1989).
 - [13] Zwerger, W. Global and local phase coherence in dissipative Josephson-junction arrays. *Europhys. Lett.* **9**, 421 – 426 (1989).
 - [14] van der Zant, H. S. J., Fritschy, F. C., Elion, W.

- J., Geerligs, L. J. & Mooij, J. E. Field-induced superconductor-to-insulator transitions in Josephson-junction arrays. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2971 – 2974 (1992).
- [15] van Oudenaarden, A. & Mooij, J. E. One-dimensional Mott insulator formed by quantum vortices in Josephson junction arrays. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4947 – 4950 (1996).
- [16] Chow, E., Delsing, P. & Haviland, D. B. Length-scale dependence of the superconductor-to-insulator quantum phase transition in one dimension. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 204 – 207 (1998).
- [17] Orzel, C., Tuchman, A. K., Fenselau, M. L., Yasuda, M. & Kasevich, M. A. Squeezed states in a Bose-Einstein condensate. *Science* **291**, 2386 – 2389 (2001).
- [18] Greiner, M., Bloch, I., Hänsch, T. W. & Esslinger, T. Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance. *Phys. Rev. A* **63**, 031401-1 – 031401-4 (2001).
- [19] Greiner, M., Bloch, I., Mandel, O., Hänsch, T. W. & Esslinger, T. Exploring phase coherence in a 2D lattice of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160405-1 – 160405-4 (2001).
- [20] Grimm, R., Weidemüller, M. & Ovchinnikov, Yu. B. Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 – 170 (2000).
- [21] Kastberg, A., Phillips, W. D., Rolston, S. L., Spreuw, R. J. C. & Jessen, P. S. Adiabatic cooling of cesium to 700 nK in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1542 – 1545 (1995).
- [22] Dalfovo, F. D., Giorgini, S., Pitaevskii, L. P. & Stringari, S. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 – 512 (1999).
- [23] Inouye, S. et al. Observation of Feshbach resonances in a Bose – Einstein condensate. *Nature* **392**, 151 – 154 (1998).
- [24] Donley, E. A. et al. Dynamics of collapsing and exploding Bose – Einstein condensates. *Nature* **412**, 295 – 299 (2001).
- [25] Bouyer, P. & Kasevich, M. Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases. *Phys. Rev. A* **56**, R1083 – R1086 (1997).
- [26] Jaksch, D., Briegel, H.-J., Cirac, J. I., Gardiner, C. W. & Zoller, P. Entanglement of atoms via cold controlled collisions. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1975 – 1978 (1999).